


POLARIMETRIC SYNTHETIC
APERTURE RADAR BASIC
PRINCIPLES AND ITS APPLICATIONS

极化合成孔径雷达 基础理论及其应用

匡纲要 陈强 等编著



国防科技大学出版社



策划人：耿 筠
封面设计：陈巧巧

极化合成孔径雷达 基础理论及其应用

匡纲要 陈强 等编著

ISBN 978-7-81099-885-7



9 787810 998857 >

定价：46.00元

极化合成孔径雷达基础理论及其应用

Polarimetric Synthetic Aperture Radar Basic

Principles and Its Applications

匡纲要 陈 强 蒋咏梅 编著
陆 军 赵凌君

国防科技大学出版社

湖南·长沙

图书在版编目(CIP)数据

极化合成孔径雷达基础理论及其应用/匡纲要,陈强等编著. —长沙:国防科技大学出版社,2011.6

ISBN 978-7-81099-885-7

I. ①极… II. ①匡… ②陈… III. ①合成孔径雷达 IV. ①TN958

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 107762 号

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)84572640 邮政编码:410073

<http://www.gfkdcbs.com>

责任编辑:耿 筠 责任校对:刘 梅

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

*

开本:787×1092 1/16 印张:19.75 字数:468 千 彩插:4

2011 年 6 月第 1 版第 1 次印刷 印数:1-500 册

ISBN 978-7-81099-885-7

定价:46.00 元

前言

自雷达问世以来,尤其是过去三十多年里,现代科学技术的迅猛发展和大规模集成电路的出现,雷达系统结构和功能也发生了巨大而深刻的变化。在此期间出现的合成孔径雷达(SAR, Synthetic Aperture Radar)和雷达极化测量技术,被誉为雷达发展史上的技术革命。SAR 不仅将所观测的对象视为“点”目标,来测定其位置与运动参数,而且它不受日照和天气条件的限制,能全天候、全天时地获得目标和场景的高分辨图像;雷达极化测量则通过交替发射一对正交极化的电磁波照射目标,然后采用一对正交极化天线同时接收目标散射回波,能完整地获取目标电磁波表征,为深入挖掘目标信息提供了可能。将成熟的 SAR 技术和雷达极化测量技术相结合的产物——极化 SAR(POLSAR, Polarimetric SAR),兼具了两者的技术优势,在灾害监测、环境监测、海洋观测、资源勘测、农作物估计、森林调查、测绘和军事等方面具有独特的优势。

本书旨在和读者一起深入探讨 POLSAR 图像解译涉及的理论和应用。全书共分八章。第 1 章回顾了雷达极化信息处理和利用的发展历程,详细分析了雷达极化信息在目标最优极化、散射特性分析、相干斑抑制、杂波统计建模、目标分类等方面的研究现状;第 2 章从麦克斯韦方程开始,依次介绍了电磁波极化波表征、极化基变换、可视化表征、天线最佳接收等内容;第 3 章根据雷达极化方程,导出了目标的 Sinclair 矩阵、Mueller 矩阵、Kennaugh 矩阵、相干矩阵、协方差矩阵等表征,讨论了它们的极化基变换及相应的过渡公式,介绍了 Huynen-Euler 参数等;第 4 章在详细分析现有目标特征极化理论上,分别研究了相干情形和非相干情形目标特征极化理论;第 5 章全面系统地介绍了目标极化分解理论,包括 Pauli 基分解、Krogager 分解、Cameron 分解等相干分解和 Huynen 分解、Cloude 分解、Freeman 分解、 H/α 分解等非相干分解;第 6 章分析了 POLSAR 图像相干斑形成机理及其影响,给出了 POLSAR 图像相干斑统计特性,并基于乘积噪声模型,推导了单、多视 POLSAR 图像杂波统计模型及其参数估计公式;第 7 章首先介绍了 POLSAR 图像的相干斑模型,然后分别对基于相对标准差最小、基于线性最小均方误差、基于最优纹理估计和基于空域类多视平均等现有相干斑抑制算法进行了全面、系统分析;第 8 章分析了现有的基于 Bayes 决策理论的有监督分类和基于散射特性的无监督分类,并针对现有算法不足提出了新的分类算法。

本书第一作者领导的研究团队,是由教授、副教授、博士生和硕士生等数十人组成的

中、青年学术梯队,专业背景涉及地球空间信息科学和计算机科学等学科交叉的很多领域。在 SAR 和 POLSAR 图像解译技术的研究方面业已积累了十余年,先后培养了博士生、硕士生 30 余人,在国内外公开发表了与本书相关的学术论文 100 余篇。本书的研究成果先后得到了国防预研项目、国家高技术研究发展计划(863 计划)项目、国家高技术发展计划基金项目、国家自然科学基金、国防科技大学博士生创新基金资助项目以及中科院电子所、中电集团 38 所等兄弟单位合作项目的资助,作者对以上各个方面的支持表示热忱的感谢!

多年来,我们一直关注国内外 POLSAR 图像解译方面的研究动态并致力于该方面的科研工作,幸能索拾一二,以飨诸同仁。可以说,本书是所有作者与整个研究团队集体智慧的结晶,是整个研究团队辛勤劳动的结果。

本书适用于遥感图像信息处理、雷达、图像判读专业的研究人员、工程技术人员、高等院校教师等,亦可作为高等院校雷达、遥感信息处理等有关专业的博士或硕士研究生课程教材。在本书的撰写过程中,周晓光博士、王娜博士、胡黎彬博士、赵力文硕士、黄嘉辛硕士等提供了多方面的支持和帮助,在此表示衷心的感谢!

在本书的编著过程中,作者阅读和引用了大量国内外专家学者的论文和书籍,既重点介绍名家大师、泰山北斗们的学术成果,也兼顾具有闪光思想的研究报道,同时结合自身的研究成果,以使它们能够浑然一体、一脉传承。然而,我们深知,本书所反映的研究工作虽然取得了一定的研究进展,然而对于 POLSAR 图像信息处理而言,只是沧海一粟,路漫漫其修远,囿于作者水平,很多问题未遑一顾,本书只能是抛砖引玉,书中难免有不妥甚至错误之处,恳请读者批评指正。

作 者

2011 年 3 月于国防科技大学

目 录

第1章 绪 论	(1)
1.1 雷达极化信息处理与解译研究概述	(2)
1.1.1 兴起与发展	(2)
1.1.2 国内外研究现状	(5)
1.2 极化雷达系统与极化 SAR 图像解译系统	(13)
1.2.1 POLSAR 系统简介	(13)
1.2.2 图像解译系统介绍	(17)
1.3 本书内容简介	(18)
第2章 电磁波极化及其表征	(21)
2.1 电磁波基本场方程	(21)
2.1.1 麦克斯韦方程组	(21)
2.1.2 波动方程及其解	(22)
2.2 极化概念与极化椭圆	(24)
2.3 完全极化波数学表征	(26)
2.3.1 Jones 矢量及其参数化	(27)
2.3.2 Stokes 矢量及其参数化	(29)
2.3.3 Jones 矢量与 Stokes 矢量	(31)
2.3.4 一些常见的极化状态	(31)
2.4 极化基过渡矩阵	(32)
2.4.1 Jones 矢量过渡矩阵	(32)
2.4.2 Stokes 矢量过渡矩阵	(34)
2.5 电磁波极化的可视化表征	(35)
2.5.1 Poincare 极化球	(35)
2.5.2 极化比复平面	(37)

2.5.3 几何、相位参数平面	(38)
2.6 部分极化电磁波	(39)
2.6.1 部分极化波数学表征	(40)
2.6.2 波的分解理论	(41)
2.6.3 波的各向异性 and 熵	(43)
2.7 电磁波的最佳接收问题	(43)
2.7.1 天线有效长度定义	(44)
2.7.2 天线失匹配接收条件	(45)
第3章 雷达目标极化表征	(47)
3.1 确定性目标极化表征	(47)
3.1.1 雷达散射截面	(47)
3.1.2 极化散射矩阵	(48)
3.1.3 散射坐标框架	(50)
3.1.4 极化散射矩阵矢量化	(53)
3.2 分布式目标极化表征	(54)
3.2.1 Mueller 矩阵	(55)
3.2.2 Kennaugh 矩阵	(56)
3.2.3 协方差矩阵	(57)
3.2.4 相干矩阵	(59)
3.3 不同极化表征之间的数学关系	(60)
3.3.1 Mueller 矩阵与极化散射矩阵	(60)
3.3.2 Kennaugh 矩阵与 Mueller 矩阵	(63)
3.3.3 协方差矩阵与相干矩阵	(64)
3.3.4 复数矩阵表征与实数矩阵表征	(65)
3.3.5 不同极化表征比较及其转换关系	(66)
3.4 不同极化表征的极化基过渡公式	(67)
3.4.1 极化散射矩阵极化基过渡公式	(67)
3.4.2 实数矩阵表征极化基过渡公式	(68)
3.4.3 相干矩阵极化基过渡公式	(70)
3.4.4 协方差矩阵极化基过渡公式	(71)
3.5 极化表征参数化及雷达目标方程	(72)

3.5.1 Huynen - Euler 参数	(73)
3.5.2 Huynen 参数和目标结构方程	(75)
3.6 散射对称及简单目标极化特征图	(82)
3.6.1 散射对称性目标	(82)
3.6.2 简单目标及其极化特征图	(85)
第 4 章 目标特征极化研究	(89)
4.1 目标极化研究现状概述	(89)
4.2 相干情形目标特征极化	(92)
4.2.1 同极化通道情形	(92)
4.2.2 正交极化通道情形	(99)
4.2.3 收发天线无极化约束情形	(105)
4.2.4 Poincare 极化球表征	(106)
4.2.5 典型目标散射特性分析	(111)
4.3 非相干情形目标特征极化	(115)
4.3.1 收发天线有极化约束关系	(116)
4.3.2 收发天线无极化约束关系	(130)
第 5 章 目标极化散射特性研究	(135)
5.1 相干分解	(135)
5.1.1 Pauli 基分解	(136)
5.1.2 Krogager 分解	(138)
5.1.3 Cameron 分解	(140)
5.1.4 Polar 分解	(144)
5.2 Huynen 分解及其衍生分解	(145)
5.2.1 Huynen 分解	(145)
5.2.2 Barnes - Holm 分解	(149)
5.2.3 Yang 分解	(151)
5.3 Cloude 分解及其衍生分解	(152)
5.3.1 Cloude 分解	(153)
5.3.2 H/α 分解	(154)
5.3.3 H/α 替代参数	(159)

5.4	Freeman 分解及其衍生分解	(161)
5.4.1	Freeman 三成分分解	(161)
5.4.2	Yamaguchi 四成分分解	(164)
5.4.3	Freeman 二成分分解	(166)
5.4.4	Dong 四成分分解	(167)
5.5	混合型分解	(170)
5.5.1	Holm 分解	(170)
5.5.2	Van Zyl 分解	(171)
5.6	散射相似性理论	(172)
5.6.1	文献[77]定义的散射相似性	(173)
5.6.2	新的散射相似性	(173)
5.6.3	目标与球面散射的相似性	(177)
第 6 章	POLSAR 图像杂波统计建模	(183)
6.1	相干斑形成机理及其影响	(184)
6.2	POLSAR 图像相干斑统计特性	(186)
6.2.1	POLSAR 图像相干斑统计特性	(186)
6.2.2	强度/幅度相干斑统计特性	(187)
6.2.3	相位差相干斑统计特性 ^[180]	(190)
6.2.4	幅度积相干斑统计特性 ^[180]	(193)
6.2.5	双通道回波强度的联合概率分布 ^[180]	(193)
6.2.6	强度比和幅度比相干斑统计特性 ^[180]	(194)
6.3	基于乘积模型的 POLSAR 图像杂波统计特性	(195)
6.3.1	单通道和多通道 SAR 图像乘积模型	(195)
6.3.2	单视 POLSAR 图像杂波统计特性	(198)
6.3.3	多视 POLSAR 图像杂波统计特性	(200)
6.3.4	POLSAR 图像 G 分布族及相互转换关系	(203)
6.4	分布参数估计与拟合优度评估准则	(205)
6.4.1	两种常用的参数估计法	(205)
6.4.2	杂波统计分布参数矩估计公式	(206)
6.4.3	统计分布拟合优度评估准则	(207)
6.5	各种杂波统计分布拟合优度比较实验	(210)

6.5.1 德国 E-SAR 实测极化数据	(210)
6.5.2 美国 AIRSAR 实测极化数据	(212)
第 7 章 POLSAR 图像相干斑抑制处理	(216)
7.1 相干斑噪声模型	(217)
7.1.1 单通道 SAR 图像噪声模型	(217)
7.1.2 POLSAR 图像噪声模型	(218)
7.2 基于相对标准差的相干斑抑制算法	(219)
7.2.1 极化白化滤波(PWF)	(220)
7.2.2 相干斑抑制性能分析	(221)
7.2.3 多视极化白化滤波(MPWF)	(222)
7.3 基于线性最小均方误差准则的相干斑抑制算法	(222)
7.3.1 最优加权滤波	(222)
7.3.2 矢量滤波	(223)
7.4 基于最优纹理估计的相干斑抑制算法	(225)
7.4.1 ML 纹理估计	(225)
7.4.2 MMSE 纹理估计	(226)
7.4.3 Gamma MAP 纹理估计	(227)
7.4.4 ME-MAP 纹理估计	(228)
7.4.5 矢量 LMMSE 纹理估计	(229)
7.4.6 实验比较	(229)
7.5 基于空域类多视平均的相干斑抑制算法	(232)
7.5.1 改进 Lee 滤波	(232)
7.5.2 IDAN 滤波	(235)
7.5.3 基于散射模型的相干斑抑制	(236)
7.5.4 基于像素筛选的 POLSAR 图像相干斑抑制算法	(237)
7.5.5 验证与评估	(242)
第 8 章 POLSAR 图像地物分类	(249)
8.1 利用统计特性的 POLSAR 图像有监督分类	(249)
8.1.1 Bayes 决策理论与分类算法评估准则	(250)
8.1.2 Gaussian ML 分类	(253)

8.1.3 Wishart ML 分类	(253)
8.1.4 基于 G 分布和 MRF 的 MAP 迭代分类	(256)
8.1.5 三种分类算法性能比较	(259)
8.2 利用散射特性的 POLSAR 图像无监督分类	(265)
8.2.1 利用 $H-\alpha$ 平面的散射分类	(266)
8.2.2 采用 H/α 替代参数的分类方法	(268)
8.2.3 基于散射相似性和散射随机性相结合的无监督分类新方案	(271)
8.2.4 对比实验与分析	(273)
8.3 综合利用统计特性和散射特性的 POLSAR 图像分类	(277)
8.3.1 $H/\alpha + \text{Wishart}$ 的无监督分类	(278)
8.3.2 Freeman 分解 + Wishart 的无监督分类	(279)
8.3.3 基于散射相似性和差异度的无监督分类	(282)
8.3.4 实验分析及与 Wishart 迭代法的比较	(285)
参考文献	(289)

第1章 绪论

自雷达问世以来,随着现代科学技术和大规模集成技术的迅猛发展,雷达系统结构和性能发生了巨大而深刻的变化,其信号与信息处理技术也得到飞速发展。作为雷达信号与信息处理的重要内容之一,雷达极化研究正日益受到世界各国的广泛关注。下面将从应用需求、信息优势和系统发展三方面阐述雷达极化研究的必要性和紧迫性。

1. 现代战争对雷达系统提出了更高的要求,促使雷达技术不断向前发展

雷达性能的提高和功能的完善始终是雷达界科研人员追求的目标,而实际应用需求则是雷达技术不断向前发展的强大推动力。早期的雷达系统主要用于国土防空,其首要任务是检测目标是否存在,这在二次世界大战中得到充分体现。而现代战争则以电子战、信息战和精确制导武器等为主,其战场环境更加复杂,战争态势瞬息万变。战争胜败的重要因素是对敌我双方动态信息的实时监控和处理,这对作为战场“千里眼”的雷达系统提出了更高的要求;不但要求雷达系统具有超远程、高精度的探测能力,而且还应具备智能、快速的信息处理能力;不但可以准确获取目标位置、速度、轨迹、姿态等空间状态信息,而且还能提取目标大小、形状、材质、表面粗糙度等物理属性信息。与此同时,还要求雷达系统在面临敌方电子对抗、隐身目标攻击、超低空突防、反辐射导弹“四大威胁”的情况下,仍能安全、正常地工作。在这种背景下,提高雷达探测性能和完善雷达系统功能已成为当前一项必要且紧迫的重要任务。

2. 极化信息作为电磁波四个基本特征之一,为改善雷达系统性能提供了广阔空间

从信息论角度来看,雷达是以电磁波为传播媒介的目标信息采集与处理系统。在发射电磁波的激励下,目标对入射电磁波进行信息调制或加载,其散射回波中携带了目标信息,雷达通过对目标散射回波的接收和解调,能获得与目标相关的各种信息,这是雷达系统探测目标并获取目标物理信息的理论基础。而雷达探测性能的好坏主要取决于目标散射回波信息是否得到充分、有效的利用。根据电磁学理论,电磁波具有幅度、相位、频率、极化等四个基本特征,但长期以来,人们对目标散射回波的开发利用基本局限于其幅度、相位和频率,而对散射回波极化信息的利用并不多^[1-2]。作为其他特征的互补信息,极化描述的是电场矢量在传播截面上随时间变化的运动轨迹,充分开发利用极化信息将能完整地描述目标物理散射过程,进而进一步改善雷达系统性能。

3. 极化雷达系统迅猛发展,雷达极化技术已成为当今雷达界的前沿课题

近年来,随着雷达极化测量技术和高分辨成像技术的逐渐成熟,结合两者优势的极化合成孔径雷达(POLSAR)应运而生,并逐渐取代了传统的低分辨、单极化体制雷达,成为现

代雷达系统发展的主流方向。由于该体制雷达能极大地拓展雷达系统对目标信息的获取能力和对复杂战场环境的感知能力,因而受到欧、美等发达国家的广泛关注。他们在 POLSAR 系统研制方面投入了大量的人力、物力,各种新型 POLSAR 系统相继诞生,如美国 AIRSAR、德国 E-SAR、P 日本 I-SAR 等机载系统和美国 SIR-X/C-SAR、加拿大 RADARSAT-2 等星载系统。与当前国际如火如荼的极化雷达系统研制趋势一致,有关雷达极化技术的研究也呈逐年递增趋势。据 SCI 检索统计,从 2004 年至今的六年里,在国际主要学术刊物上发表的关于雷达极化问题的研究文献多达千余篇,甚至,许多重要的国际学术会议还专门开辟了“雷达极化”研究专栏。种种迹象表明,雷达极化研究已成为当前国际雷达学术界的前沿课题。

1.1 雷达极化信息处理与解译研究概述

1.1.1 兴起与发展

尽管电磁波极化现象的发现可追溯到公元 1000 年,但有关雷达极化问题的研究却始于 20 世纪 40 年代末。1949 年,美国 Ohio 州立大学天线实验室的 G. Sinclair 首次提出了目标极化散射矩阵(即 Sinclair 矩阵)的概念^[3],从而拉开了雷达极化研究的序幕。自此以后,雷达极化研究经历了六十多年的不断发展,取得了一系列丰硕的研究成果^[4-19]。回顾雷达极化研究的发展史,大致可划分为三个发展阶段^[2,19]:

第一阶段(从 20 世纪 40 年代末至 20 世纪 70 年代末):经典雷达极化化学的建立

早期的雷达系统只利用了电磁波的幅度特性,而忽视了其他的电磁特性。为了充分利用电磁波信息,从 20 世纪 40 年代末开始, Sinclair 就积极从事目标变极化效应的研究工作^[3]。他指出,在远场条件下,雷达目标可视为一个“极化变换器”,且可用一个 Sinclair 矩阵表征。继 Sinclair 之后, Kennaugh 于 50 年代初对目标极化散射矩阵进行了更深入的研究^[20]。在研究单静态、相干情形时,他发现,任何目标均存在天线接收功率最大或最小对应的最佳极化状态,这些最佳极化状态就是著名的目标特征极化,从而为经典雷达极化化学奠定了初步的理论基础。1970 年,在深入研究 Kennaugh 工作的基础上, Huynen 发表了题为“雷达目标唯象学理论”的博士论文^[21]。在这篇博士论文中, Huynen 杰出的研究成果有:

(1)详细地阐述了极化散射矩阵元素与目标结构属性之间的内在联系,指出了利用极化信息进行目标分类和识别的可能性;

(2)发展了 Kennaugh 特征极化理论,利用 Poincare 极化球和 Stokes 矢量表征法导出了 Huynen 极化叉的概念。

这些研究成果最终促成了经典雷达极化化学的形成。

除此之外,学者们在该阶段还开展了其他的研究工作^[22-24],如 Rumsey(1949—1951)、

Booker(1950)、Kals(1951)、Brickel(1965)及 Kuhl(1970)等的工作。这些研究工作多集中在雷达目标和地杂波极化测量、雷达目标分类和识别等方面。总的来说,由于受当时雷达技术落后的限制,该阶段主要在理论方面开展了一些探索性工作。

第二阶段(从 20 世纪 80 年代初至 20 世纪 90 年代末):雷达极化研究步入高潮期

从 20 世纪 80 年代开始,雷达极化研究进入了崭新的时期。随着现代战争对雷达性能的更高要求以及人们对雷达极化应用前景的深入认识,雷达极化信息处理和应用研究受到世界各国的广泛关注。这一阶段有关雷达极化问题的研究呈现三方面的显著特点:

- (1)具备极化测量能力的实用化雷达陆续出现;
- (2)雷达极化理论研究持续、快速发展;
- (3)雷达极化应用研究全面展开。

1985 年,结合成熟的高分辨率成像技术和雷达极化测量技术,美国宇航局(NASA)下属喷气推进实验室(JPL)成功地研制出世界上第一部实用化的机载 POLSAR 系统。以此为开端,其他发达国家相继研制出自己的机载/星载 POLSAR 系统^[25-40]。其中已投入使用且较具代表性的机载 POLSAR 系统有:美国 NASA 的 JPL/DC-8 多波段(P/L/C)AIRSAR^[27-28]、德国宇航中心(DLR)的 DO228 多波段(P/L/S/C/X)E-SAR^[29-30]、加拿大遥感中心(CCRS)的双波段(C/X)CV580 SAR^[31]、丹麦遥感中心(DCRS)的 G-3 双波段(L/C)EMISAR^[35-36]、日本情报通信研究机构(NICT)和宇宙航空研究开发机构(JAXA)共同研制的 G-2 双波段(L/X)PISAR^[38],等等(如表 1.1 所示)。在星载 POLSAR 系统方面,主要有美国 NASA 研制的奋进号航天飞机搭载的 SIR-C/X-SAR、日本 JAXA 和日本资源探查观测系统研究开发机构(JAROS)共同研制的 ALOS PALSAR,以及加拿大空间局(CSA)的 RADARSAT-2,等等^[39-40](如表 1.1 所示)。这些实用化 POLSAR 系统的成功研制为雷达极化问题的研究提供了大量实测的极化数据,极大地促进了雷达极化信息处理和利用研究,并在世界范围内掀起了一股研究雷达极化问题的热潮。

在实际应用需求推动和 POLSAR 系统不断发展这一背景下,该阶段雷达极化理论研究得到快速发展。其中较具有代表性的理论研究有:

- (1)Boerner(1981—1991)、Van Zyl(1987)、Germond(1997)、Titin-Schneider(2007)等的特征极化理论研究^[41-64]。他们将特征极化概念推广到了非相干、双静态情形,并提出了表征目标特征极化的新手段——Van Zyl 功率密度图和 Agrawal 相位相关图。
- (2)Ioannidis(1979)、Cadzow(1980)、Kostinski(1987)、Mott(1997)、Yang(1991—2005)等的相对最优极化研究^[65-81],该研究通过调整收发天线极化状态来改变目标与杂波之间的天线接收功率之比,以达到增强目标、抑制杂波的目的。
- (3)Kostinski(1988)、Stapor(1995)、王雪松等的天线最佳极化方式接收研究^[82-88],即在复杂电磁干扰环境下,通过调整接收天线极化状态实现接收天线对目标散射回波和干扰信号的天线接收功率之比最大。
- (4)Cloude(1988)、Krogager(1990)、Cameron(1990)、Freeman(1992)等的目标极化分解理论研究^[89-97]。

这些研究极大地丰富和发展了雷达极化理论,为雷达极化信息处理和利用提供了理论支撑。

表 1.1 已投入使用的典型机载/星载 POLSAR 系统

<p>AIRSAR NASA/JPL(USA) DC8 P, L, C - Band(Q)</p> 	<p>AuSAR D. S. T. O.(Aus) DC3(97) KingAir 350(00) Beach 1900C, X - Band(Q)</p> 	<p>EMISAR DCRS(DK) G3 Aircraft L, C - Band(Q)</p> 
<p>PHARUS TNO - FEL(NL) CESSNA - Citation II C - Band(Q)</p> 	<p>PISAR NASDA/CRL(J) GulfStream L, X - Band(Q)</p> 	<p>RAMSES ONERA(F) Transal C160 P, L, S, C, X, Ku, Ka, W - Band(Q)</p> 
<p>SAR580 Environment Canada(C) Convair CV - 580 C, X - Band(Q)</p> 	<p>AES 1 InterMap Technologies(D) GulfStream Commander X - Band(HH), P - Band(Q)</p> 	<p>DOSAR EADS/Dornier GmbH(D) DO228(89), C160(98), G222(00) S, C, X - Band(Q), Ka - Band(VV)</p> 
<p>STORM UVSQ/CEITP(F) Merlin IV C - Band(Q)</p> 	<p>ESAR DLR(D) DO 228 P, L, S - Band(Q)/C, X - Band(S)</p> 	<p>MEMPHIS/AER FGAN(D) Transal C160 Ka, W - Band(Q)/X - Band(Q)</p> 
<p>ENVISAT/ASAR ESA(EU)2002 C - Band(S/T) HH, VV, (HH, VV)</p> 	<p>ALOS/PAISAR NASDA/JAROS(J)2006 L - Band HH, VV, (HH, HV), (VV, VH)</p> 	<p>RADARSAT - 2 CSA/MDA(CA)2007 C - Band(Q)</p> 

注: USA—美国, Aus—澳大利亚, D—德国, DK—丹麦, F—法国, J—日本, NL—新西兰, C—加拿大。

伴随着雷达极化基础理论的快速发展,雷达极化应用研究在这一阶段也备受重视,尤其是 POLSAR 测量数据信息提取或 POLSAR 图像解译研究。尽管早期也有关于雷达极化的应用研究,但由于缺乏实测极化数据的支持,许多研究人员都望而却步。20 世纪 80 年代后,各种新型 POLSAR 系统的不断涌现,实测 POLSAR 图像资源的极大丰富,加速了极化信息在遥感等众多领域的应用研究。这些研究主要体现在: Van Zyl (1989)、Pottier (1998)、Cloude (1997)、Krogager (1998)、Kong (1998)、Pierce (1998)、Lee (1998)、Freeman (1998) 等的 POLSAR 图像地物分类研究^[98-148], Lee (1998)、Novak (1998)、Lopes (1998)、Liu (1998) 等的 POLSAR 图像相干斑抑制研究^[149-178], Kong (1988)、Novak (1990)、Lee (1994)、Freitas (2003)、Gambini (2006) 等的 POLSAR 图像杂波统计建模研究^[179-182], Novak、Jackson、Dekker、Sciotti 等的雷达目标极化检测研究^[183-190], Schuler (1996)、Reigber (2001)、Lee (2002) 等的地形参数反演^[191-201]及三维成像研究^[202-204],等等。

第三阶段(从 20 世纪 90 年代末至今):雷达极化研究新动向

近年来,随着雷达测量技术的进一步发展,雷达数据获取已由单一观测方式向多极化、多波段、多角度、多时相等两个或两个以上观测方式联合发展。相应地,雷达极化问题的研究也出现了新动向,即极化信息与其他互补信息的融合,其中最为典型的是极化信息与干涉信息的有效组合^[205-210]。1998 年, Papathanassiou 等首先利用 SIR - C/X - SAR 数据研究了频率、极化对相干性的影响,这是将极化信息和干涉信息相结合的极化干涉 SAR 的最初起源^[205]。极化干涉 SAR 是极化和角度两个观测方式的综合,具备了干涉 SAR 对地表散射体高程敏感的特性和 POLSAR 对散射体形状、方向和介电特性等敏感的特性,从而能更有效地提取散射体结构等属性信息。目前,具备重复飞行极化干涉测量能力的极化干涉 SAR 有德国的 DLR E - SAR、日本的 PISAR、美国的 AIRSAR、法国的 RAMSES 等机载系统和 ALOS/PALSAR、RADARSAT - 2 等星载系统^[30-31,37]。从 2003 年起,欧安局每两年举办一次极化干涉 SAR 国际会议,主要针对极化干涉数据的理论和方法研究。可以预见,极化信息与其他互补信息的融合是未来雷达极化应用研究的必然发展趋势之一。

1.1.2 国内外研究现状

雷达极化是一门获取、处理和分析电磁波极化信息的学科。历经了六十余年的发展,雷达极化已成为现代雷达技术的重要分支,其研究内容涉及极化表征(第 2.3 章)、最优极化(第 4 章)、散射特性分析(第 5 章)等理论研究和 POLSAR 图像杂波统计特性(第 6 章)、相干斑抑制(第 7 章)、地物分类(第 8 章)等应用研究。

1.1.2.1 极化表征理论

极化表征理论是探讨客体极化特性描述的概念和方法,它包括电磁波极化表征、目标变极化效应表征、天线极化表征等。纵观雷达极化理论研究历程,极化表征理论是目前研究得最为广泛、深入的基础理论。在电磁波极化表征方面,针对“时谐波”,学者们已提出了 Jones 矢量、极化比、Stokes 矢量、极化椭圆几何描述子和相位描述子等表征方式^[1,4,6]。

针对单色波,也给出了极化度、波的协方差矩阵、部分极化波 Stokes 矢量等描述手段。在目标极化表征方面,对于确定性目标, Sinclair 提出采用一个 2×2 极化散射矩阵来描述其变极化效应。对于分布式目标,学者们又提出了 Mueller 矩阵、Kennaugh 矩阵、极化协方差矩阵和相干矩阵等高阶统计量表征方式^[207-209]。需指出,这些高阶统计量同样可用于表征确定性目标,且此时这些高阶统计量与极化散射矩阵之间存在非线性映射关系。此外,为适应宽带电磁理论及极化测量技术发展,王雪松等还提出了“瞬态极化”概念,并建立了时变电磁波和目标的瞬态极化表征的描述子^[2]。

1.1.2.2 最优极化理论

最优极化理论,是指根据某种判决函数(如天线接收功率最大,或以天线接收功率为自变量的函数最大)来选取最优的收发天线极化状态,从而改变目标之间的功率差别或其他散射特征差别。从数学上角度看,最优极化理论实质是一个非线性函数的极值求解问题。最优极化研究始于 20 世纪 50 年代。截至目前,根据判决函数最优极化研究可分为特征极化和相对最优极化两部分;根据研究对象不同,也可分为相干情形和非相干情形,其中前者针对确定性目标,后者针对分布式目标;根据收发天线之间是否存在极化约束,还可分为通道约束情形(如同极化通道、正交极化通道等)和不存在极化约束情形。图 1.1 对目标最优极化的求解算法进行了总结。



图 1.1 最优极化算法研究

1. 在特征极化研究方面

1952 年, Kennaugh 首次提出了“目标特征极化”概念^[20], 并针对单静态互易相干情形同极化通道目标特征极化进行了研究, 拉开了目标特征极化研究的序幕。1970 年, Huynen 首次采用 Poincare 极化球表征了 Kennaugh 目标特征极化, 并导出了著名的 Huynen 极化叉, 奠定了目标特征极化表征的基础^[21]。20 世纪 80 年代后, POLSAR 系统获取的大量实测数据有力地推动了雷达极化化学的发展。在目标特征极化理论研究方面, 伊利诺伊州立大学的 Boerner 研究小组^[43,45]和喷气推动实验室(JPL)的 Van Zyl 等^[54]作出了杰出贡献, 他

们将特征极化概念推广到非相干、双静态情形,从而极大地促进了目标特征极化理论的发展和完善。

根据研究对象的不同,特征极化研究也可分为相干情形和非相干情形^[41-64]。对于相干情形,又主要分为特征极化求解和可视化表征两部分。其中前者主要讨论特征极化求解问题,并给出特征极化解析表达式,为后者提供理论依据;后者则采用 Poincare 极化球等方式来表征特征极化,并分析它们之间的相互关系。尽管该方面研究目前已取得了丰硕成果,但以下问题仍值得深入研究:

(1) 相干情形目标特征极化的统一求解。目前,相干情形目标特征极化不存在统一的求解方法。对于单静态、正交极化通道情形,Boerner 等给出了广义极化比变换法^[43];对于双静态、通道情形,Germond 给出了临界值求解法^[53];对于收发天线不存在极化约束关系情形,Boerner 等又给出了“三步”解耦法^[42]。尽管这些算法解决了特定情形的目标特征极化求解,但不同求解算法得到的特征极化间的关系不易获取。例如,广义极化比变换法是在本征极化基下求解,而其他方法却在水平(H)、垂直(V)极化基下求解,我们很难分析不同极化基下求解的目标特征极化之间的关系。因而有必要寻求一种数学推导更严格且适于收发天线不同极化约束情形的统一目标特征极化求解算法。

(2) 单静态情形目标特征极化理论向双静态情形目标特征极化理论的推广。单静态目标极化散射矩阵为对称矩阵,因而可通过矩阵对角化来简化目标特征极化的求解,获得的目标特征极化在 Poincare 极化球上存在固定的几何关系^[21]。而双静态目标极化散射矩阵为非对称的,单静态目标特征极化理论如何向双静态目标特征极化理论推广,单、双静态的目标特征极化理论在特征极化求解和特征极化相互关系等方面存在哪些异同,这些问题都值得深入研究。不仅如此,现有研究只涉及一般目标,而从未研究特殊目标特征极化之间的相互关系。

(3) 目标参数与其特征极化之间的关系。现有研究仅涉及目标特征极化的解析求解,尚未讨论目标参数与其特征极化之间的关系。深入分析目标特征极化随着目标参数的变化将有助于简化目标特征极化求解过程,为预判目标特征极化位置等提供理论支撑。此外,现有研究仅考虑了一般目标的特征极化求解,尚未专门讨论诸如金属球、二面角反射器、偶极子等典型目标的特征极化问题。

与相干情形相比,非相干情形目标特征极化研究更为复杂。对于确定性目标,其变极化效应一般采用一个 2×2 的 Sinclair 矩阵表征,且该矩阵由 8 个(双静态情形)或 6 个(单静态情形)实参数确定;而对于分布式目标,其变极化效应采用 Kennan 矩阵等高阶统计量表征,表征矩阵由 16 个(双静态情形)或 9 个(单静态情形)实参数确定。表征矩阵的不同使得相干情形目标特征极化理论无法适用于分布式目标,参数个数的增加必然造成天线接收功率稳定点求解更为困难。正因为如此,非相干情形目标特征极化研究一直滞后于相干情形。但是,由于自然界中大多数地物都是分布式的,对该类目标特征极化理论的研究更具有实用价值,因而该方面的研究一直都备受人们重视。目前,非相干情形目标特征极化理论研究还基本停留在对其特征极化的求解上。以追求解析求解为目的,Titin-Schnaider 等提出了 Lagrange 乘因子法^[64],该算法成为当前求解分布式目标特征极化的主要算法。然而,由于该算法需求解一个以 Lagrange 乘因子为自变量的高次方程或方程组,

因它无法给出目标特征极化的解析表达式,更谈不上分析不同特征极化之间的几何关系。不仅如此,在以 Lagrange 乘因子为自变量的高次方程或方程组的求解过程中,由于无法预知 Lagrange 乘因子与天线接收功率极值之间的关系,因而必须求解出方程或方程组所有的解,而实际中只有天线接收功率最大值或最小值对应的解才是我们所需要的。此外,在借助数值方法搜索单个解时,该算法采用人工方式确定每个解的区间,也降低了其实用性。

2. 相对最优极化研究方向

根据是否考虑发射天线极化状态选取,该研究大致分为目标信杂比(SCR)和信干噪比(SINR)两种。其中,目标 SCR 问题实质是对目标和杂波天线接收功率比的函数极值求解^[65-81]。对于确定性目标而言,其相对最优极化正好是背景杂波的零功率特征极化。然而,若目标与背景杂波的极化散射特性比较接近,直接采用零功率特征极化将在抑制背景杂波的同时造成目标天线接收功率接近于零。Kostinski 等将确定性目标 SCR 问题转化为 Graves 矩阵特征值求解,从而有效地克服了这一缺陷^[66];对于分布式目标而言,其相对最优极化理论研究较为复杂,该方面研究目前也主要停留在相对最优极化求解上。Yang 等^[17,68]对该类目标相对最优极化理论进行了深入研究:对正交极化通道情形,他将目标 SCR 问题转化为特征值求解,但由于其前提假设目标表征矩阵为对称矩阵,故该方法无法应用于双静态情形;对同极化通道或收发天线不存在极化约束关系情形,他提出了一种基于序贯去约束最小化技术且易于编程实现的数值求解法。目标 SINR 则是目标回波和干扰噪声天线接收功率之比的函数极值求解^[82-88]。1995 年,Staport 首次定义了信干噪比 SINR 等式,并提出了几种优化策略^[82]。从此以后,国内众多学者相继针对该问题开展了研究。王雪松首先借助 Lagrange 乘因子法和非对称性,将 SINR 等式的最优问题转化为求二次方程的根问题,然后利用滤波器通带分析方法得到了最优 SINR 极化滤波器参数的解析解^[83-86]。徐振海用求偏导法得到了 SINR 等式的解析解^[87]。杨运甫利用矢量分析方法讨论了 SINR 等式的最优极化求解过程,并详细地描绘了最优极化弧和极化球冠,得到了最优极化大圆方程和极化球冠的边圆方程^[88]。

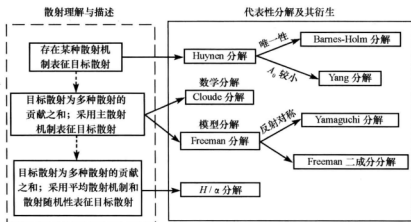
1.1.2.3 极化散射特性研究

目标极化散射特性研究是对目标电磁散射特性的分析和理解,它是目标极化检测、分类及识别等技术的基础。截至目前,目标极化散射特性研究可分为两大类:其一为目标极化分解;其二为散射相似性理论。其中前者是直接由目标表征矩阵分解或变换入手,而后者则将目标表征矩阵与典型目标表征矩阵进行比较并度量。

1. 目标极化分解方面

1970 年,Hyunen 在“雷达目标唯象学理论”一文中首次提出了目标极化分解概念。此后,Cloude, Freeman 等知名学者相继投入该方面研究,取得了一系列杰出的研究成果。根据研究对象的不同,目标极化分解理论可分为相干情形和非相干情形^[4,89]。其中前者主要针对确定性目标,后者则针对分布式目标。对于相干情形,目标变极化效应可由一个 Sinclair 矩阵完全表征,典型分解有 Pauli 基分解、Krogager 分解、Cameron 分解^[90];对于非相

干情形,目标变极化效应采用高阶矩(如协方差矩阵、相干矩阵等)表征,典型分解有 Freeman 分解^[91]或 H/α 分解。其中 H/α 分解是目前最为合理的一种非相干分解。图 1.2 给出了几种代表性极化分解及它们所依据的对目标电磁散射的理解。Cloude - Pottier 认为,任何目标散射均可理解为在一种平均散射机制(或主散射机制)上的随机起伏散射^[118]。基于相干矩阵特征值和特征矢量分解,他们提取了表征目标平均散射机制和散射随机性的参数——平均 α 角和极化散射熵,并利用这两个参数构成的二维平面对目标进行散射分类。目前,该算法已成为现有大多数极化数据处理软件中的标准模块。但是,由于提取平均 α 角和极化散射熵这两个特征量需进行耗时的目标相干矩阵特征值和特征矢量分解,使得该算法不利于海量 POLSAR 数据的实时处理。



2. 散射相似性方面

尽管基于极化分解理论的目标散射机制鉴别是目前研究最多、应用最广泛的一类算法,然而鉴于极化分解理论在提取目标散射特征方面存在应用局限、运算量偏大等诸多问题,人们开始寻求其他散射特征的提取。其中比较有代表性的是散射相似性特征提取。2000 年, Yang 首次提出了散射相似性概念^[77],从而开辟了目标散射特征提取的新途径。与目标极化分解特征不同,这类特征是通过将目标散射与典型散射相比较得来,度量的是目标散射与典型散射(如球面散射、二面角散射等)的相似程度。由于这类特征计算简单,且具有目标旋转不变性、尺度无关性等性质,已被广泛应用于目标检测及分类。然而, Yang 散射相似性,又称为相似性系数,是采用目标散射矩阵定义,它不能直接用于分布式目标散射特性分析。文献[148]给出了解决方法:首先提取分布式目标主散射机制,然后比较主散射机制与规范散射之间的相似程度,进而实现分布式目标与规范目标之间的散射相似性比较。尽管这样可解决相似性系数无法应用于分布式目标的问题,但却带来新的不足:

(1)当目标散射随机性很高时,目标主散射机制并不绝对占优,此时采用相似性系数并不能准确反映分布式目标与规范散射之间的平均相似程度。

(2) 采用这种方法获得的目标相似性系数无法度量目标次散射机制与规范散射相似性程度。

(3) 主散射机制提取必然增加新的运算量,降低了算法的实用性。

1.1.2.4 杂波统计建模

SAR 图像杂波统计建模旨在通过构建精确拟合杂波数据的统计分布模型来揭示 SAR 图像杂波统计特性。SAR 图像杂波统计建模研究最早可追溯到 20 世纪 70 年代。1976 年, Arseault 提出了 SAR 图像相干斑模型, 开创了 SAR 图像杂波统计建模研究的先河。1981 年, Ward 提出的 SAR 图像乘性噪声模型不仅将相干斑模型作为一种特例, 而且简化了 SAR 统计模型的分析, 对后续 SAR 图像杂波统计建模技术的发展具有里程碑意义。进入 90 年代后, 随着多频段、多极化、多角度星载或机载 SAR 系统的相继问世, SAR 图像杂波统计建模再次受到人们的高度重视; 许多著名的研究机构, 如美国林肯实验室、空军实验室、英国剑桥大学等都投入大量人力、物力从事该方面的研究。从 1986 年至 2004 年, 在一些重要的国际期刊如 IEEE - AES、IEEE - GRA、IEEE - IP 等及一些知名的国际会议如 SPIE、IGRASS 等上发表的关于 SAR 图像杂波统计建模的文章不少于 100 篇; 国内很多大学和研究所对于 SAR 图像杂波统计建模也开展了相关研究, 2005 年在南京召开的第二届中国合成孔径雷达会议中, 就有 11 篇论文是涉及 SAR 图像杂波统计建模的研究。其中最令人瞩目的成果包括英国学者 Oliver 于 1998 出版的《Understanding Synthetic Aperture Radar Images》一书和 1997 年阿根廷学者 Frey 在 IEEE - GRS 上发表的 SAR 图像极不均匀区域的统计建模方法。

根据建模对象的不同, SAR 图像杂波统计建模可分为单通道情形和多通道情形, 其中前者建模对象为单通道 SAR 图像, 后者为多通道 POLSAR 图像等。有关单通道 SAR 图像杂波统计建模可参见《Understanding Synthetic Aperture Radar Images》一书。对于 POLSAR 图像而言, 由于数据维数的增加, 其杂波统计建模更为复杂。但是, 与单通道 SAR 一样, POLSAR 数据统计建模仍遵循了从单视到多视、从均匀区到非均匀区的研究过程。其中, 单视情形主要针对目标散射矢量, 而多视情形则主要针对协方差矩阵(或相干矩阵)。长久以来, 使用最为广泛的是目标散射矢量的多元复高斯分布^[98]和 \mathcal{N} 分布^[100], 以及协方差矩阵的复 Wishart 分布和 \mathcal{N} 分布^[179](为方便起见, 本书在叙述极化测量数据的分布符号时统一加下标 P , 于是极化 \mathcal{N} 分布记作 \mathcal{N}_P 分布)。复高斯分布和复 Wishart 分布比较适于均匀区域数据的描述, \mathcal{N}_P 分布不但适于均匀区域数据的描述, 对一般不均匀区域(如森林)数据的描述能力也很强。但是, 对于城区等极不均匀区域的情况, 这三个分布的拟合效果并不好, 其中以高斯分布和 Wishart 分布为最差。为解决极不均匀区域杂波建模问题, 基于相干斑乘积模型, Freitas 等导出了协方差矩阵的 \mathcal{S}_P^0 分布^[181]。该分布对城区等极不均匀区域的拟合效果比 \mathcal{N}_P 分布要好, 但对森林等一般不均匀区域的拟合效果却又不如后者。为了兼顾一般不均匀和极不均匀区杂波拟合问题, Gambini 等^[182]假设相干斑乘积模型中纹理因子服从逆高斯分布, 由此导出了协方差矩阵的 \mathcal{S}_P^H 分布。实验表明, 该分布在一般不均匀区域的拟合效果次于 \mathcal{N}_P 分布、优于 \mathcal{S}_P^0 分布, 而在极不均匀区域的

拟合效果又优于 \mathcal{N}_p 分布, 次于 \mathcal{S}_p^0 分布, 可以认为是这两个分布的一种“折衷”。目前, \mathcal{S}_p^n 分布已被成功地用于极化 SAR 图像的区域轮廓检测。

1.1.2.5 相干斑抑制分析

严格意义上讲, SAR 图像中的相干斑不是一种噪声, 而是一种电磁散射现象。但是, 从图像处理角度, 相干斑造成 SAR 图像解译困难, 降低了地物分类及识别准确性, 因而通常将它看成一种类噪声, 并欲除之而后快。目前, 相干斑抑制研究大致可分为两类: 一类是基于单通道图像的斑点抑制; 另一类是基于多通道图像的斑点抑制。对于单通道相干斑抑制, 比较著名的算法有基于局部统计参数的 Lee 滤波、Kuan 滤波、Frost 滤波以及 Gamma MAP 滤波。为了尽可能地保持图像的结构、边缘等细节信息, 解决斑点非乘性的问题, 并适应窗内像素数据的非平稳性, 在前面几种传统斑点滤波算法的基础之上, 又提出了许多效果更好的方法, 如增强的 Lee 滤波、增强的 Frost 滤波等, 及基于结构检测的统计自适应 MAP 滤波等。

对于 POLSAR 图像来说, 已证实协方差矩阵的对角线元素具有乘性噪声特性, 非对角元素同时兼具乘性噪声和加性噪声的特性, 因而 POLSAR 图像相干斑抑制更为困难。POLSAR 图像相干斑抑制方法可分为四类:

- (1) 基于相对标准差最小的相干斑抑制, 如 PWF^[149]。
- (2) 基于线性最小均方误差准则的相干斑抑制, 如最优加权滤波^[150]。
- (3) 基于最优纹理估计的相干斑抑制, 如最大似然纹理估计^[156]。
- (4) 基于空域平均的类多视平均处理, 如改进 Lee 滤波、IDAN 等^[158]。

其中前三种尽管在相干斑抑制同时考虑了图像空间分辨率的保持, 但它们均为多通道输入而单通道输出, 同时假设通道间统计独立, 从而破坏了原有图像中的极化信息、通道相关性等。仅有类多视平均相干斑抑制方法兼顾了相干斑抑制及图像中纹理、极化等目标特征的保持, 这类相干斑抑制采用一个矩形滑窗对 POLSAR 图像进行逐像素扫描。对于每个待扫描像素, 筛选滑动窗内的均匀区像素估计中心像素真实值, 估计滤波器为最小均方误差 (MMSE) 滤波。算法关键为像素筛选, 但目前这类算法在像素筛选方面存在以下不足:

(1) 像素局部统计特性的一致性是有算法均考虑的, 其目的在于保持图像纹理, 它通过均匀区选取来实现。但是, 在均匀区选取过程中, 现有算法大多数都没考虑图像相干斑的影响。

(2) 主散射机制一致性是有大多数算法未考虑的。基于散射模型的相干斑抑制尽管考虑了主散射机制一致性, 但采用 POLSAR 图像地物分类的方法来筛选主散射机制一致的像素, 运算量偏大, 不利于大数据量的 POLSAR 图像处理。

(3) 在单通道 SAR 图像相干斑抑制研究中, 几乎所有相干斑抑制算法均考虑了小、线目标的保持, 其目的在于图像边缘细节信息的保持。但是, 在 POLSAR 图像相干斑抑制研究中, 往往忽视了这类目标的保持。

(4) 相干斑抑制作为 POLSAR 图像解译之前的预处理, 这就要求它具有快速性, 以满足处理大数据量的 POLSAR 图像处理的需要。尽管 IDAN 滤波、基于散射模型的相干斑抑

制算法在兼顾相干斑抑制和目标信息保持方面均具有良好性能,但运算量偏大限制了其应用。

1.1.2.6 POLSAR 图像地物分类

POLSAR 图像分类是 POLSAR 图像解译的重要研究内容,其目的是利用机载或星载 POLSAR 传感器获得的极化测量数据,确定每个图像像素所属的类别。从是否存在训练样本的人工挑选这个角度,可把 POLSAR 图像分类方法分为有监督和无监督两种。

1. 有监督分类方面

应用广泛的是基于极化测量数据统计分布假设的 Bayes 分类,最常用的两种分布是极化测量矢量的多元复高斯分布和协方差(或相干)矩阵的复 Wishart 分布。

针对单视分类情形,Kong 等^[98]提出基于复高斯分布的最大似然(ML)分类,又称为最优极化分类。这是 POLSAR 数据 Bayes 有监督分类的雏形。考虑到使用绝对 RCS 时需对雷达系统进行准确校准,Yueh 等^[99]对测量数据进行规范化处理,在最优极化分类器的基础上设计了最优规范极化分类器。Lim 等^[100]进一步对此方法进行了扩展。然而,该分类器在不同类的规范化协方差矩阵非常相似时,其性能会比较差。鉴于此,Burl 等^[132]考虑了不同类的规范化协方差矩阵非常相似的情况(即所有的类间差异信息都包含在地物散射系数之中),得到了极化白化滤波分类器,即先利用 PWF 对极化测量数据进行斑点抑制,然后再根据各类的强度信息进行分类。PWF 分类器比最优极化分类器简单,且在不同类的规范化协方差矩阵非常相似的情况下能得到与最优极化分类器相当的结果,但也不难看出,若各类地物规范协方差矩阵差别较大,而散射系数包含的信息又不多时,PWF 分类器的性能不会有最优规范极化分类器的好,而最优极化分类器则不会受影响(只要训练数据和测试数据的辐射校准做得够好)。考虑到各个类别先验概率不同的情况,Van Zyl 等^[101]提出了迭代分类方法。

上述方法利用的是由散射矩阵构造的极化测量矢量(有时也称目标特征矢量)。出于数据压缩或斑点滤波的需要,有时需要对数据进行多视或平均处理。针对这种情况,Lee 等^[102]提出基于 Wishart 分布的多视 ML 分类。至此,Kong、Lee 等便分别建立了两种经典的基于极化统计分布的 Bayes 最优分类方案,后续许多算法都直接或间接用到了这两种方案。1995 年,Lee 等^[211]提出分别利用两个强度数据、多视相位差、多视强度比率以及一个强度和相位差的 ML 分类器。随后,Liu 等^[212]提出基于广义乘积斑点模型的多视极化 ML 分类器。利用数据统计分布和 Bayes 理论分类的还有 Chen 等^[213]在小波域进行的 Bayes 分类,Kouskoulas 等^[111]利用多频极化 SAR 数据的 Bayes 层次分类(BHC),以及 Ainsworth 等^[214]运用子孔径极化分析并考虑了极化 SAR 非平稳散射的 Wishart 分类,等等。

多元复高斯分布和复 Wishart 分布只能描述均匀区域的数据。为了描述森林、城区等非均匀区域,需要考虑更为精确的分布,如乘积斑点模型下,目标后向散射服从 Gamma 分布时导出的 \mathcal{K} 分布,及目标后向散射服从倒 Gamma 分布时导出的 \mathcal{S}^0 分布。

2. 无监督分类方面

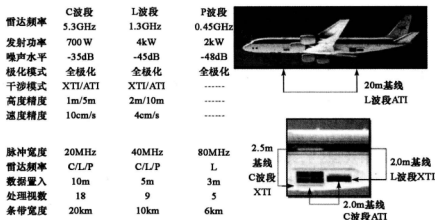
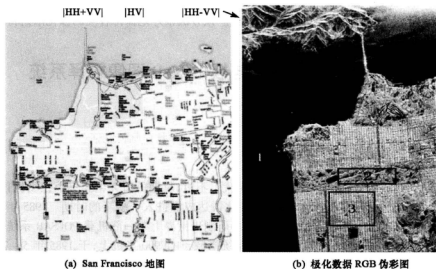
1989 年, Van Zyl^[215]把极化 SAR 数据分成奇次散射、偶次散射、体散射以及“不可分

类”四类,并详细分析了镜面散射、微粗表面散射、二面角散射以及森林区域散射。这些分析对后续一些优秀分类方法的产生具有深远的影响。1995年,Cloude^[118]提出基于散射熵的分类,这是第一次把散射熵用于极化 SAR 数据分类之中。1997年,Cloude 和 Pottier^[216]进一步发挥了熵和 α 角的作用,提出了基于 H/α 极化分解的分类。这大概是目前使用最为广泛的分类方法。 H/α 分类比较核心的一步是对 H/α 平面进行划分,然后根据 H/α 值把各像素指定为相应区域的类别。最初的 H/α 分类存在的一个缺陷是区域的划分过于武断,当同一类的数据分布在两类或几类的边界上时分类器性能将变差,解决这个问题的一种方法使用模糊定界^[217]。 H/α 分类的另一不足之处是当同一个区域里共存几种不同的地物时,将不能有效地区分,文献中解决这个问题的途径有两条:一是引入其他参数,如各向异性系数^[137]、特征值^[138]等;二是结合其他分类算法,如 Lee 等^[218]提出的基于 H/α 分解和 Wishart 分类器的迭代分类, Ferro - Famil 等^[120]提出的利用双频极化数据的 $H/\alpha -$ Wishart 分类(Putignano 等^[219]把该算法用于更复杂的意大利地形分类)。刘秀清等^[220]对基于特征分解和 ML 分类的迭代分类进行了深入研究。2004年,结合 Freeman 分解和基于 Wishart 分布的 ML 分类器, Lee 等^[122]又提出了一种性能优良的极化分类方法。该方法的基本思想是先进行 Freeman 分解,把像素分成表面散射、偶次散射和体散射三类,然后分别对各类像素进行聚类 and Wishart 迭代分类。该方法很好地保持各类的极化散射特性。

1.2 极化雷达系统与极化 SAR 图像解译系统

1.2.1 POLSAR 系统简介

极化雷达成像研究始于 20 世纪 40 年代。不过,早期的研究主要集中在飞机目标雷达极化散射特性研究方面。80 年代后,极化雷达成像进入了崭新的时期。1985 年,美国加州理工学院的喷气推进实验室(JPL)成功研制出世界上第一部机载 POLSAR 系统,标志着极化雷达成像进入实用化阶段^[4]。该系统搭载于 CV990 飞机上,于 1985 年 5~7 月进行飞行试验,获取了 L 波段的实测极化数据。但是,它在 1985 年 7 月的一次起飞事故中被完全损毁。之后, NASA JPL 研制了一种新的机载全极化 SAR 系统——AIRSAR,并于 1988 年春搭载多用途 DC-8 飞机进行首飞试验。相较于 CV990 SAR, AIRSAR 系统功能得到了大幅提升,不仅能同时进行 P 波段(0.45GHz)、L 波段(1.26GHz)和 C 波段(5.31GHz)测量,而且在 L 波段和 C 波段具备了沿航迹干涉(ATI)和垂直航迹干涉(XTI)测量能力。具体系统参数参见图 1.3。过去二十多年里, AIRSAR 作为 NASA 的主要极化测量平台,为雷达极化研究提供了大量实测极化数据。图 1.4 为 AIRSAR 于 1988 年对美国 San Francisco 海湾地区进行极化测量的 L 波段 POLSAR 图像。由于该地区地物极化散射特征比较典型,该数据被广泛应用于现有文献研究,本书也大量使用该数据。

图 1.3 AIRSAR 系统参数^[221]图 1.4 AIRSAR 于 1988 年对 San Francisco 海湾地区的 L 波段成像图^[221]

在欧安局(ESA)的支持下,欧洲研究者在 20 世纪 80 年代末也加快了 POLSAR 系统的研制工作,大量的机载 POLSAR 系统随后不断出现,其中著名的是 E-SAR 系统。1987 年,德国航天中心成功研制了机载 POLSAR——E-SAR。尽管最初该系统仅有 L 波段,但后来扩展到 P/C/X 波段。表 1.2 给出了 E-SAR 系统参数。图 1.5 为现有文献中常用的德国 Oberpfaffenhofen 机场的 L 波段 E-SAR 极化数据。相较于 AIRSAR, E-SAR 具有更高的空间分辨率、良好的极化校正,还能进行重复飞行极化干涉测量。利用 E-SAR 极化干涉数据,Cloude 和 Papathanassiou 进行了树干高度反演研究。其他主要的 POLSAR 系统包

括:丹麦的 EMISAR 系统,加拿大 CV580 SAR 系统,法国的 RAMSES 系统,日本的 PI-SAR 系统,等等。这些系统相关参数信息参见表 1.3。

表 1.2 E-SAR 系统参数^[21]

雷达参数	X 波段	C 波段	S 波段	L 波段	P 波段
脉冲宽度	50/100	50/100	50/100	50/100	18/60
飞行速度	$80 \sim 95\text{ms}^{-1}$	$80 \sim 95\text{ms}^{-1}$	$80 \sim 95\text{ms}^{-1}$	$80 \sim 95\text{ms}^{-1}$	$80 \sim 95\text{ms}^{-1}$
重复频率	1600Hz	1600Hz	400Hz	400Hz	400Hz
飞行高度	3 ~ 5km	3 ~ 5km	3 ~ 5km	3 ~ 5km	3 ~ 5km
入射角	$25^\circ \sim 60^\circ$	$25^\circ \sim 60^\circ$	$25^\circ \sim 60^\circ$	$25^\circ \sim 60^\circ$	$25^\circ \sim 60^\circ$
干涉模式	单次飞行	重复飞行	单次飞行	重复飞行	重复飞行
XTI	1.62m	可变	--	可变	可变
基线角	12.4°	可变	--	可变	可变
ATI	0.87m	--	--	1.15m	--
极化模式	单极化	单极化	全极化	全极化	全极化
是否极化干涉	否	否	是	是	是



(a) 光学图



(b) RGB 伪彩图

图 1.5 ESAR 对德国 Oberpfaffenhofen 机场的 L 波段成像图^[21]

表 1.3 现有主要机载和星载 POLSAR 系统^[22]

名称	国家	首飞时间	波段	极化方式	搭载平台	分辨率(m)
NASA CV990 SAR	美国	1985	L	全极化	CV990	10 × 10
AIRSAR	美国	1988	P/L/C	全极化	DC-8	3.75/7.5 × 1 ~ 12
E-SAR	德国	1987	P/L/S/C/X	全极化	DO228	2 ~ 12 × 1 ~ 12
CCRS CV580 SAR	加拿大	1988	C/X	全极化	CV580	4.8 ~ 20.1 × 6/10
DOSAR	德国	1989	S/C/X/Ka	全极化 Ka: VV	DO228	0.5/2/0.5/2
EMISAR	丹麦	1993	L/C	全极化	G-3	2 ~ 8 × 2 ~ 8
ERIM P-3 UWBSAR	美国	1994	VHF/UHF/ L/C/X	全极化	P-3	0.33 ~ 3 × 0.66
PHARUS	荷兰	1995	C	全极化	Cessna Citation II	4 ~ 16 × 4 ~ 16
Pi-SAR	日本	1995	L/X	全极化	G-2	1.5/3 × 1.5/3
RAMSES SAR	法国		P/L/S/C/X/ Ku/Ka/W	全极化 Ka: VV, HH W: LR, LL	C-160	0.13 ~ 0.63 × 0.13/0.63
MEMPHIS	德国		X/Ka/W	全极化 HH/HV; VH/VV	C-160	
SIR-C/X-SAR	美/ 德/意	1994	L/C/X	全极化 X: VV	奋进号 航天飞机	13 ~ 26 × 30
ASAR	欧洲	2002	C	HH/HV; HH/VV VH/VV	ENVISAT-1	9 ~ 450 × 6 ~ 450
PALSAR	日本	2006	L	全极化; HH/HV; VH/VV	ALOS	距离向: 14 ~ 89
RADARSAT-2	加拿大	2007	C	全极化		12/25 × 8
TerraSAR-X	德国	2007	X	全极化		1 ~ 16 × 0.6 ~ 3.5

空载 POLSAR 系统时代始于 20 世纪 90 年代中期。1994 年,搭载 SIR-C/X-SAR 系统的美国航天飞机成功发射。该系统由美国航空航天中心(NASA)、德国航天局(DARA)和意大利航天机构(ASI)联合研制,分别于 1994 年 4 月和 10 月进行了为期 10 天的短暂测量任务,同时获取了大量 C 波段和 L 波段的全极化 SAR 图像,及 X 波段的单极化 SAR 图像。此后,各种星载 POLSAR 系统陆续出现:ALOS,世界上第一个 POLSAR 卫星系统,由 JAXA 研制并于 2006 年成功发射。它携带了一个 L 波段 POLSAR 系统和两个光学设备(PRISM 和 AVNIR)。TerraSAR-X,世界上第二个 POLSAR 卫星系统,由 DLR、EADS-Astrium 和 Infoterra GmbH 联合开发,于 2007 年 6 月发射,工作于 X 波段。它携带了一个全极化、高分辨 X 波段 SAR 遥感器,具有多种工作模式。RADARSAT-2,由 CSA 和 MDA 联合研制,于 2007 年 12 月发射,具有 C 波段全极化工作模式。其主要目的是应对环境监测

和自然资源管理面临的挑战。上述三种卫星系统均携带三种不同波段 POLSAR 系统,能够提供地球环境遥感数据需要,如灾害监控、土壤湿度估计、冰川覆盖估计、森林遥感、城市规划、洋流动态遥感和地形变化评估等。

1.2.2 图像解译系统介绍

根据公开报道,目前具备极化 SAR 图像分类能力的软件系统还很少。第一套商用极化 SAR 数据处理软件 EarthView[®](EV) Matrix 由 Vexcel/Microsoft 公司于 2005 年 5 月 4 日公布发行,这是一个为 SAR 研究人员而开发的对极化 SAR 图像进行查看、处理和分析的软件包,具有对 AIRSAR、SIR-C、CONVAIR 580、ENVISAT、ALOS PALSAR、RADARSAT-2 等传感器的数据进行处理的能力^[223]。与后来出现的软件系统相比,EV-Matrix 在极化 SAR 数据分析和处理方面的功能显得比较弱,在分类方面,仅具有简单的有监督分类、Van Zyl 分类和 Cloude-Wishart 分类。因而 EV-Matrix 可以看成是 SAR 研究人员的一个辅助工具,离实用还很远。PCI GEOMATICA、ERDAS IMAGINE 以及 ENVI 等商用遥感图像处理软件中都带有极化 SAR 数据处理模块,但其早期版本所涉及的相关算法还比较初步^[224]。直到 2008 年初,PCI Geomatics 公司的 SAR 极化测量工作站才对极化 SAR 数据的处理和分析提供了一套较为完整的工具,支持的系统有 ENVISAT-ASAR、ALOS PALSAR、RADARSAT-2、AIRSAR 以及 SIR-C,涉及的目标特征分析手段较全,在极化 SAR 图像分类方面主要包括 Van Zyl 分类、Cloude 和 Pottier 分类、Wishart 分类等比较经典的分类算法。

就公开报道来看,目前最好的极化 SAR 数据处理系统是由 Pottier 教授领导的研究小组开发的极化和干涉测量 SAR 数据处理软件 PolSARpro^[213]。该系统于 2002 年 3 月 ENVISAT-ASAR 成功发射之后,ESA 在综合研究计划(General Studies Programme, GSP)的大框架下,为探究 SAR 极化测量和极化干涉测量的新用途而委托法国雷恩第一大学、德国宇航中心、澳大利亚电气与电子工程学院等单位共同开发的^[225]。软件系统采用 Tcl-Tk 语言编写的图形用户界面,易于操作,算法比较成熟,而且源代码开放,用户可以随意修改和扩展,非常适合极化领域从初学者到专家层次用户的使用。该系统可对 AIRSAR、EMISAR、ESAR、PISAR、RAMSES 和 CONVAIR 的机载 SAR 数据,以及 SIR-C、ENVISAT-ASAR、ALOS-PALSAR 和 RADARSAT-2 的多极化和全极化 SAR 数据进行处理。最初的 PolSARpro 系统功能比较简单,仅能提供比较初级的极化数据分析。目前,PolSARpro 已升级到 V3.0 Beta 4.02 版,功能增强了很多,在极化分类方面,涵盖了有监督的 Wishart 分类、基于规则的层次分类,无监督的 $H/A/\alpha/\lambda$ 不同组合的分类,无监督的 $H/A/\alpha$ -Wishart 分类,数据聚类,以及基本的散射机制鉴别。图 1.6 给出了该软件操作界面。

除此而外,由德国柏林技术大学计算机视觉和遥感组基于交互数据语言(Interactive Data Language, IDL)编写的雷达工具软件(RAdar Tools, RAT)中也包含了极化 SAR 图像分析和处理模块^[214]。其中分类部分包含 K -均值 Wishart 分类、 $H/A/\alpha$ K -均值 Wishart 分类及 Lee 等提出的保持极化特性的分类等算法模块。RAT 系统操作简单,界面友好,使用者也可以随意扩展,但与 PolSARpro 相比,在系统的维护力度、数据分析和处理的完整性、算法的成熟度以及帮助教程的编写方面都还有一些不足。

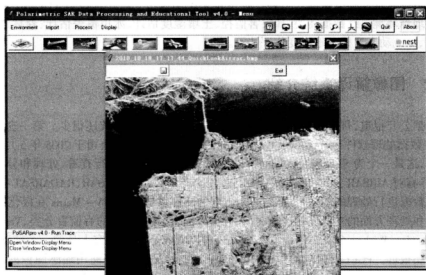


图 1.6 PolSARpro 4.02 软件操作界面

1.3 本书内容简介

本书围绕雷达极化信息处理及其应用展开论述。内容涉及电磁波极化及其表征、目标变极化表征、目标特征极化、极化散射特性等理论研究和 POLSAR 图像杂波统计建模、相干斑抑制、地物分类等应用研究。对目标特征极化、极化散射特性研究、杂波统计建模、相干斑抑制、地物分类的现有理论或方法进行了系统深入分析,表述了自己的见解,给出了一些结论,提出或改进了一些算法,并结合实测 POLSAR 数据进行了验证。

各章主要内容简述如下:

第 2 章深入介绍了电磁波极化及其表征。从麦克斯韦方程开始,推导了单色平面波的波动方程,依次介绍了完全极化波表征、极化基变换、可视化表征、部分极化波表征、天线最佳接收等内容。着重强调:

(1)单色平面波极化表征可用“一个方程、两种矢量形式、三种描述子”概括。其中一个方程是指极化椭圆方程,两种矢量形式则为 Jones 矢量和 Stokes 矢量,三种描述子分别为极化比、几何描述子和相位描述子。且这些极化表征可相互转化。

(2)任意两个相互正交的 Jones 矢量均可作为极化基,采用极化基可合成极化域内任意极化状态。极化基之间可相互转化,且这种转化可直接通过酉矩阵变换实现。

(3)部分极化波失、匹配接收与完全极化波不同,当接收天线极化为部分极化波完全极化分量时为匹配接收,当接收天线极化正交于部分极化波完全极化分量时为失配接收。

任意部分极化波的天线接收功率始终介于失、匹配接收功率之间。

第3章系统介绍了雷达目标的极化表征。主要内容有:根据雷达极化方程,导出了目标的 Sinclair 矩阵、Mueller 矩阵、Kennaugh 矩阵、相干矩阵、协方差矩阵等表征,推导了这些表征之间的相互关系,讨论了它们的极化基变换及相应的过渡公式,介绍了 Huynen - Euler 参数等。

第4章系统、全面地研究了目标特征极化理论。主要内容有:在详细分析现有目标特征极化理论基础上,分别研究了相干情形和非相干情形目标特征极化理论。对于相干情形,利用极化方位角和椭圆率分别推导了同极化通道、正交极化通道和收发天线无约束情形的天线接收功率极值,分析了不同特征极化之间的几何关系,首次采用目标参数表征目标特征极化,并分析目标特征极化随目标参数变化规律。对于非相干情形,首先讨论了通道约束情形天线接收功率极值求解问题,给出了通道约束情形的天线接收功率统一数学模型,给出了两种求解算法;接着讨论了收发天线无约束情形的天线接收功率极值问题,针对现有算法存在的不足,提出了一种基于“三步”解耦的求解算法。

第5章深入研究了目标极化散射特性分析。主要研究内容有:全面系统地介绍了目标极化分解理论,包括 Pauli 基分解、Krogager 分解、Cameron 分解等相干分解和 Huynen 分解、Cloude 分解、Freeman 分解、 H/α 分解等非相干分解,并指出: H/α 分解是目前表征目标散射最全面的一种分解。在分析现有散射相似性度量不足基础上,定义了一种新的散射相似性,利用该定义分别提取了目标与球面散射、偶次散射等的散射相似性参数,着重分析了球面散射相似性的物理内涵及与 H 、 α 参数的数学约束关系。

第6章研究了 POLSAR 图像杂波统计建模。主要包括:分析了 POLSAR 图像相干斑形成机理及其影响,介绍了 POLSAR 图像相干斑统计特性,包括强度/幅度、相位差、幅度积、强度/幅度比等的相干斑统计特性。基于乘积噪声模型,推导了单、多视 POLSAR 图像杂波统计模型及其参数估计公式。结合几种常用的统计分布拟合优度评估准则,对这些统计模型建模性能进行了实验比较。

第7章研究了 POLSAR 图像相干斑抑制。主要内容有:首先介绍了 POLSAR 图像的相干斑模型,然后分别对基于相对标准差最小、基于线性最小均方误差、基于最优纹理估计和基于空域类多视平均等现有相干斑抑制算法进行了全面、系统分析,得出了基于空域类多视平均的相干斑抑制算法是目前唯一能兼顾相干斑抑制和极化信息保持的算法。针对该算法存在的不足,提出了一种基于像素筛选的 POLSAR 图像相干斑抑制新算法,并对其性能进行了定性、定量分析和比较,给出了比较客观的评价。

第8章深入研究了 POLSAR 图像地物分类。主要内容有:分析了现有的基于 Bayes 决策理论的有监督分类,如 Gaussian、Wishart 等最大似然分类和基于散射特性的无监督分类,如 H/α 分类,以及基于 Wishart 距离度量的类别迭代调整,如 $H/\alpha +$ Wishart 分类、Freeman 分解 + Wishart 分类。针对最大似然分类存在的不足,提出了一种基于 G 分布和 MRF 的迭代有监督分类;针对 H/α 分类存在的不足,提出了一种基于散射相似性的无监督分类新方案;针对基于 Wishart 距离度量迭代分类的不足,定义了一种新的两目标差异度量,并利用该差异度量实现了 POLSAR 图像类别迭代调整。

此外,为了验证所提算法的有效性,本书主要采用了以下国外机载和星载极化数据,具体的数据介绍留在后文介绍:

- (1)1994 年,中国天山森林地区 NASA SIR - C/X - SAR 极化数据。
- (2)1985 年,美国 San Francisco 海湾地区 NASA/JPL AIRSAR L 波段极化数据。
- (3)1994 年,美国 San Francisco 海湾地区 NASA/JPL AIRSAR L 波段极化数据。
- (4)1994 年,荷兰 Flevoland 地区 NASA/JPL AIRSAR L 波段极化数据。
- (5)2007 年,荷兰 Flevoland 地区 CSA RADARSAT - 2 C 波段极化数据。

第2章 电磁波极化及其表征

作为电磁波的四个基本特征之一,极化描述的是电场矢量端点在一个时间周期内所绘出的运动轨迹。本章首先根据麦克斯韦方程组推导了单色平面波的波动方程解,并由此引出了单色平面波的极化概念和描述其极化的椭圆轨迹。在此基础上,依次介绍了完全极化波的数学表征、极化基变换处理和可视化表征(如 Poincare 极化球);针对自然界中大多数目标散射回波均为部分极化波,又介绍了部分极化波的数学表征、波分解理论等;最后在定义天线极化的基础上给出了完全极化波和部分极化波的天线失、匹配极化接收条件。

2.1 电磁波基本场方程

电磁现象发现至少有上千年的历史,但在相当长的时期里,电与磁被看作是两种相互独立的物理现象,对它们的研究也从未超出定性认识的范围。直到 19 世纪中叶,在继承法拉第的场论观点的基础上,英国物理学家麦克斯韦创造性地提出了位移电流概念,从而建立了宏观电磁场方程组——麦克斯韦方程组与光的电磁学说,奠定了电磁场理论的研究基础,也开辟了人类认识电磁波并造福人类的新纪元^[226]。

2.1.1 麦克斯韦方程组

麦克斯韦方程组是在对宏观电磁现象的实验规律进行分析总结的基础上,经扩充和推广得到的。它揭示了电场与磁场之间,以及电磁场与电荷、电流之间的相互联系,是一切宏观电磁场现象所遵循的普遍规律^[228]。

采用三维矢量表示,麦克斯韦方程组可表示为

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t) \quad (2-4)$$

式中,符号 ∇ 为汉密尔顿(Hamilton)算子, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 分别为电场强度(V/m)和磁场强度

(A/m), \mathbf{B} 和 \mathbf{D} 分别为磁感应强度(Wb/m²)和电位移矢量(C/m²), \mathbf{J} 为电流密度(A/m²), ρ 为电荷密度(C/m³), 它们都是时间 t 和空间位置 \mathbf{r} 的函数。

(2-1)式~(2-4)式统称为麦克斯韦方程组。其中第一个方程为法拉第电磁感应定律, 表明随时间变化的磁场要产生电场; 第二个方程为广义的安培定律, 表明不仅传导电流要产生磁场, 而且随时间变化的电场也要产生磁场; 第三个方程是高斯磁场定律, 表明磁场无通量源, 或不存在磁荷; 第四个方程为高斯电场定律, 表明电场具有通量源, 即电荷是产生电场的源。

麦克斯韦方程组只给出了八个标量方程, 且其中仅有六个是独立的, 但却有 \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{B} 和 \mathbf{D} 四个未知矢量函数(或十二个标量未知数), 因而仅根据(2-1)式~(2-4)式还不能完全确定四个场矢量。为了能唯一地确定四个场矢量, 这里引入三个表示场矢量之间的函数依从关系式:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \quad (2-5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu(\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)) \quad (2-6)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}_a(\mathbf{r}, t) + \sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (2-7)$$

式中, \mathbf{P} 和 \mathbf{M} 分别表示媒介极化强度和磁化强度, \mathbf{J}_a 为外部电源的电流密度, ϵ 、 μ 和 σ 分别为媒介的介电常数(F/m)、磁导率(H/m)和电导率(Ω /m)。(2-5)式~(2-7)式统称为传播媒介的本构关系式或特性方程。除此之外, 还有电荷守恒定律:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \partial \rho(\mathbf{r}, t) / \partial t = 0 \quad (2-8)$$

此式又称为电流连续性方程。(2-5)式~(2-8)式与麦克斯韦方程组共同构成了时变电磁场的基本方程组。

对于线性、各向同性、均匀媒介来说, 其极化强度 \mathbf{P} 和磁化强度 \mathbf{M} 均等于零。将(2-5)式~(2-8)式代入(2-1)式~(2-4)式, 则线性、各向同性、均匀媒介的麦克斯韦方程组为

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2-9)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2-10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2-11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\epsilon} \rho(\mathbf{r}, t) \quad (2-12)$$

(2-9)式~(2-12)式和媒介特性方程构成了线性电动力学基础。同时, 由(2-9)式~(2-12)式可看出, 无论何处电场随时间发生了变化, 作为共生伙伴的磁场就自动产生, 反之亦然。

2.1.2 波动方程及其解

对于线性、各向同性、均匀媒介来说, 其麦克斯韦方程组仅是 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 两个未知矢量函数的方程组。如果从其中消去一个场矢量, 则可得到另一个矢量的方程, 该方程就是通常

所说的波动方程。

首先对(2-9)式两边取旋度,并整理得

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)) \quad (2-13)$$

将(2-10)式代入(2-13)式,有

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t} \quad (2-14)$$

利用恒等式 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)) - \Delta \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ 和(2-7)式,则无源区(2-14)式变为

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \nabla \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2-15)$$

式中, Δ 为拉普拉斯算子。(2-15)式就是著名的电场时域波动方程。

类似地,也可得到磁场时域波动方程为

$$\Delta \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial^2 t} = 0 \quad (2-16)$$

若时变电磁场为谐变电磁场或正弦电磁场,即电磁场的每一分量均随时间 t 作正弦变化,此时,依照 IEEE 标准 149-1979(天线测量的标准测试程序),则电磁场可分别表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{\text{re}}(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \varphi_1(\mathbf{r})) \quad (2-17)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_{\text{re}}(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \varphi_2(\mathbf{r})) \quad (2-18)$$

式中, \mathbf{E}_{re} 和 \mathbf{H}_{re} 为实电磁场幅度, ω 为角频率, φ_1 和 φ_2 均为时间依赖相位角。(2-17)式和(2-18)式也可表示为复数形式,即

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-j\omega t)\} \quad (2-19)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{H}(\mathbf{r}) \exp(-j\omega t)\} \quad (2-20)$$

式中, $\text{Re}(\cdot)$ 为取实部运算。将(2-19)式代入(2-15)式,且考虑传播媒介中没有移动电荷,即 $\partial \nabla \rho(\mathbf{r}, t) / \partial t = 0$, 则

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \omega^2 \mu \epsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2-21)$$

式中, $k^2 = \omega^2 \epsilon \mu - j\omega \sigma \mu$ 。(2-21)式为著名的电场频域波动方程或亥姆赫兹方程。

类似地,将(2-20)式代入(2-16)式可得磁场频域波动方程:

$$\Delta \mathbf{H}(\mathbf{r}) + \omega^2 \mu \epsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \Delta \mathbf{H}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2-22)$$

对于沿着 \mathbf{a}_n 方向传播的电磁波,定义波矢量 $\mathbf{k} = k\mathbf{a}_n$, (2-21)式波动方程的频域解为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E} \exp(j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (2-23)$$

其中, \mathbf{E} 为常复幅度矢量, k 为波数。由(2-19)式可知,波动方程电场时域解为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{E} \exp(j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - j\omega t)\} \quad (2-24)$$

类似地,对于沿着 \mathbf{a}_n 方向传播的电磁波,相应的谐变磁场时域解为

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{H} \exp(j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - j\omega t)\} \quad (2-25)$$

若将(2-24)式和(2-25)式代入线性、各向同性、均匀、无源媒介的麦克斯韦方程组,

并考虑到 ∇ 作用于 $\exp(\mathbf{j}\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ 等效于 $\mathbf{j}\mathbf{k}$ 代替 ∇ , 则麦克斯韦方程组可重新写为

$$\begin{cases} \mathbf{k} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{k} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \omega\epsilon\mathbf{E}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \end{cases} \quad (2-26)$$

(2-26)式表明:

(1)电磁场矢量相互正交。若已知其中某个场,利用(2-26)式就能得到另一个场,因而下文将仅讨论电场。

(2)电磁场矢量 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 均位于垂直于传播方向 \mathbf{a}_R 的平面内,说明平面电磁波是波动方程的解。考虑到任意复杂电磁波均可通过平面电磁波叠加而成,而远离单元辐射子的电磁波在小范围空间内也可近似为平面电磁波,因而平面电磁波是所有波问题的基本单元,故下文将仅讨论平面电磁波。

2.2 极化概念与极化椭圆

对于平面电磁波来说,其极化描述的是电场矢量顶端在垂直于传播方向平面上随时间变化的运动轨迹。尽管极化与空间坐标系和观测点无关,但极化的定义需要一个坐标系统和参考方向。为此,不失一般性,令电磁波沿着笛卡儿坐标系 (x, y, z) 中 z 轴方向传播,则电场常幅度矢量 \mathbf{E} 可分别投影到 x 轴和 y 轴上,则

$$\mathbf{E} = (x \cdot \mathbf{E})\mathbf{x} + (y \cdot \mathbf{E})\mathbf{y} = E_x\mathbf{x} + E_y\mathbf{y} \quad (2-27)$$

式中 $E_i = \mathbf{i} \cdot \mathbf{E} = a_i \exp(\mathbf{j}\delta_i)$, 其中 $\mathbf{i} = x, y$, a_i 为实幅度, δ_i 为初始相位。结合(2-24)式,当视向 \mathbf{r} 与传播方向 z 一致时, $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ 等效于 kz , 则有

$$E_i(z, t) = \operatorname{Re}\{E_i \exp(\mathbf{j}kz - \mathbf{j}\omega t)\} = a_i \cos(kz - \omega t + \delta_i) \quad (2-28)$$

结合(2-28)式,电场矢量可表示为

$$\mathbf{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_x(z, t) \\ E_y(z, t) \\ E_z(z, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \cos(kz - \omega t + \delta_x) \\ a_y \cos(kz - \omega t + \delta_y) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

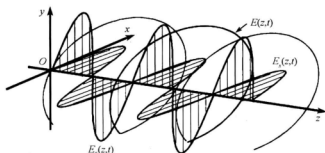
显然,电场矢端的空间传播轨迹为两条相互正交的正弦曲线合成的螺旋曲线,且它们具有不同的实幅度和初始相位(如图 2.1 所示)。根据这些实幅度之间或初始相位之间的数学约束关系,电磁波分为三种极化状态:

(1)若 $\delta \neq 0$ 且 $a_x \neq a_y$, 此时令 $v = kz - \omega t$, $\delta = \delta_y - \delta_x$, 则由(2-29)式得

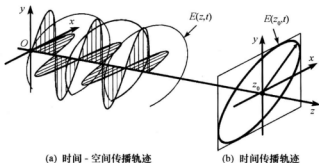
$$\frac{E_y(z, t)}{a_y} = \cos(v + \delta_x) \cos \delta - \sqrt{1 - \cos^2(v + \delta_x)} \sin \delta \quad (2-30)$$

消去 $\cos(v + \delta_x)$, 整理得

$$\frac{E_x^2(z, t)}{a_x^2} - 2\cos \delta \frac{E_x(z, t)E_y(z, t)}{a_x a_y} + \frac{E_y^2(z, t)}{a_y^2} = \sin^2 \delta \quad (2-31)$$

图 2.1 平面电磁波的空间传播轨迹^[4]

这是一个椭圆方程,它表示电场矢量端点在垂直于传播方向平面内一个时间周期内绘出的轨迹为一个椭圆,这种极化状态称为椭圆极化。椭圆极化可由一个椭圆来描述,而该椭圆轨迹可看成是电场空间传播轨迹在 $z = z_0$ 平面上的投影(如图 2.2 所示)。

图 2.2 空间传播曲线与极化椭圆^[4]

(2) 若 $\delta = \pi/2 + k\pi$ 且 $a_x = a_y = a$, 此时由(2-31)式可得

$$E_x^2(z, t) + E_y^2(z, t) = a^2 \quad (2-32)$$

这是一个圆方程,它表明在垂直于传播方向平面内一个时间周期内绘出的轨迹为一条圆,故这种极化状态称为圆极化。

若 $\delta = \pi/2$, 由(2-29)式可知,总电场与 x 轴夹角为 $\omega t + \delta_x$ 。可见,圆极化波是在垂直于传播方向的平面上,总电场强度大小恒等于振幅 a ,但它的方向随着时间而变化的;也可以认为是在垂直于传播方向的平面上振幅相等,频率相同,而相位相差 90° 的两个线极化波合成的。

(3) 若 $\delta = 0 \pm m\pi$, 此时 x 轴和 y 轴上的分量同相或反相。由(2-31)式可得

$$\frac{E_x(z, t)}{a_x} = \pm \frac{E_y(z, t)}{a_y} \quad (2-33)$$

这是一个直线方程,它表明在垂直于传播方向平面内一个时间周期内绘出的轨迹为一条直线,故这种极化状态称为线性极化。

假设定义极化面为线性极化的传播场(如图 2.3 所示)。若极化面平行于地平面,则

称为水平极化波(H);垂直于地平面则称为垂直极化波(V)。对于传播方向与地平面不平行的入射波来说,入射波的传播方向与地面法线方向组成入射面,若极化面与入射面垂直则称为水平极化,极化面在入射面内则称为垂直极化。

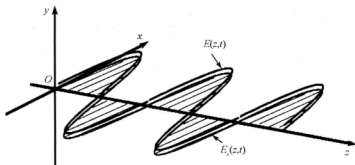


图 2.3 水平极化波的空间传播轨迹^[4]

以上分析可知,椭圆轨迹是平面电磁波极化状态的一般形式,线极化轨迹和圆极化轨迹均为其特殊情况,且该极化椭圆由 a_x , a_y 和 δ 三个参数完全表征。

不同于数学上的椭圆曲线,极化椭圆是一个带方向性的椭圆。根据 IEEE 天线标准,极化椭圆的旋向定义为:电场矢量旋向与传播方向满足右手螺旋准则,则称为右旋极化;若电场矢量旋向与传播方向满足左手螺旋准则,则称为左旋极化。也可定义为:面向电磁波传去的方向,若电场矢量顺时针旋转,称为右旋椭圆极化波;反之,若逆时针旋转,则称为左旋椭圆极化波。这种方向性也可通过 δ 确定。令 $E(z, t)$ 与 x 轴夹角:

$$\varphi(t) = \arctan \frac{E_y(z, t)}{E_x(z, t)} + n\pi = \arctan \left[\frac{a_y \cos(\omega t - kz + \delta_y)}{a_x \cos(\omega t - kz + \delta_x)} \right] + n\pi \quad (2-34)$$

且当电场矢量在第一、四象限时, $n=0$;在第二象限时, $n=1$;在第三象限时, $n=-1$ 。对 $\varphi(t)$ 关于 t 求导,并整理得

$$\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = \frac{-\omega a_x a_y \sin \delta}{a_x^2 + a_y^2} \quad (2-35)$$

显然,当 $\delta > 0$ 时, $\varphi(t)$ 随 t 递减,电场矢量逆时针旋转,电磁波为左旋极化;当 $\delta < 0$ 时, $\varphi(t)$ 随 t 递增,电场矢量顺时针旋转,电磁波为右旋极化。

2.3 完全极化波数学表征

在雷达遥感中,平面电磁波的矢量本质称为波极化。广义的极化波可分为三类:(1)完全极化波。窄带雷达发射电磁波一般可以认为是完全极化波(实际是准单色波),它的电场矢量端点随时间变化形成一个稳定的极化椭圆。(2)部分极化波。雷达接收回波一般可以看成是部分极化波,因为自然界中地物散射波均具有一定的波谱范围,它的频率、振幅、相位值在一定范围内变化。它的电场矢量端点绘制的椭圆轨迹存在动态变化。(3)

未极化波。下面主要就完全极化波进行阐述。

2.3.1 Jones 矢量及其参数化

用极化椭圆方程表征电磁波极化,有着明确直观的物理含义,但不利于数学运算。本节将介绍一种紧凑的且易于处理的电磁波极化表征形式——Jones 矢量。

由(2-27)式可知,一个单色平面波均可分解为两个正交的线极化 x 和 y 的加权和,这两个线极化共同构成了该单色波的极化基,记为 (x, y) 。事实上,任意一对具有单位功率密度的、相互正交的极化状态均可作为波的极化基,这对正交极化状态可以是线性的,如 (h, v) 线极化基,或者圆极化的,也可以是一般椭圆极化。为此,这里任意地选取一对正交极化状态 m 和 n 作为极化基,那么电场 E 在该极化基下可表示为

$$E = mE_m + nE_n \quad (2-36)$$

式中 m, n 满足 $n^H \cdot m = 0$ 及 $m^H \cdot m = n^H \cdot n = 1$, 它们构成的极化基记为 (m, n) , E_m, E_n 为电场 E 在两个极化基上的复数坐标,它们依赖于极化基的选取。利用复幅度 E_m 和 E_n , 电场矢量可写为复矢量形式:

$$E = \begin{bmatrix} E_m \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_m \exp(j\delta_m) \\ a_n \exp(j\delta_n) \end{bmatrix} = \exp(j\delta_n) \begin{bmatrix} a_m \\ a_n \exp(j\delta) \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

(2-37)式就是著名的 Jones 矢量,式中 $\delta = \delta_n - \delta_m$ 。可见,若忽略绝对相位 δ_n , Jones 矢量由 a_m, a_n 和 δ 三个参数完全确定,这与极化椭圆表征的电磁波极化是完全等价的。然而,用 a_m, a_n 和 δ 表征电磁波极化状态很不方便,为此下面引入 Jones 矢量的三种新参数化形式。

在数学上,一个椭圆也可用椭圆尺寸 A 、方位角 ψ 和椭圆率 χ 三个参数来唯一刻画。它们在极化椭圆上的几何表示如图 2.4 所示。其中 ψ 为椭圆主轴与 $+x$ 轴的夹角,其取值范围为 $\psi \in [-\pi/2, \pi/2]$; χ 为以极化椭圆长轴和短轴为边的直角三角形中最小内角,其取值范围为 $|\chi| \in [0, \pi/4]$ 。这些参数一起被称为电磁波极化几何参数。

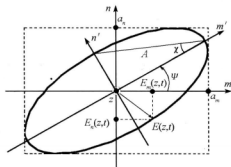


图 2.4 极化椭圆及其几何参数

一般情形,极化椭圆的轴线并不在 m 和 n 轴上。若令 m' 和 n' 为沿轴线方向的坐标

系, ψ 为 m 与 m' 之间夹角, 则不同坐标系分量之间关系为

$$E_{m'}(z, t) = E_n(z, t) \cos \psi + E_m(z, t) \sin \psi \quad (2-38)$$

$$E_{n'}(z, t) = -E_n(z, t) \sin \psi + E_m(z, t) \cos \psi \quad (2-39)$$

若令极化椭圆长短半轴分别为 a 和 b , 则在 $0-m'n'$ 坐标系下, 极化椭圆还可表示为

$$E_{n'}(z, t) = a \cos(ut - kz + \delta_0) \quad (2-40)$$

$$E_{n'}(z, t) = \pm b \sin(ut - kz + \delta_0) \quad (2-41)$$

式中, $E_{n'}$ 带有“ \pm ”号, 因这里尚未明确电磁波极化旋向。若令(2-38)式等于(2-40)式, (2-39)式等于(2-41)式, 并结合(2-29)式, 则几何参数与 a_m , a_n 和 δ 之间关系可表示为

$$\begin{cases} A = \sqrt{a_m^2 + a_n^2} \\ \tan 2\psi = \frac{2a_m a_n}{a_m^2 - a_n^2} \cos \delta \\ \sin 2\chi = \frac{2a_m a_n}{a_m^2 + a_n^2} \sin \delta \end{cases} \quad (2-42)$$

将(2-42)式代入(2-37)式, 几何参数表征的 Jones 矢量:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= A e^{j\chi} \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\chi) - j \sin(\psi) \sin(\chi) \\ \sin(\psi) \cos(\chi) + j \cos(\psi) \sin(\chi) \end{bmatrix} \\ &= A e^{j\chi} \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\chi) \\ j \sin(\chi) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-43)$$

由 χ 与 δ 之间关系可知, 电磁波旋向也可由 χ 决定, 即当 $\chi > 0$ 时, 为左旋极化; 当 $\chi < 0$ 时, 为右旋极化。

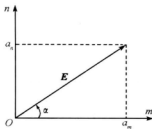


图 2.5 相位参数中 α 与 a_m , a_n 之间几何关系

如图 2.5 所示, 若定义参数:

$$\alpha = \arctan(a_m/a_n) \quad (2-44)$$

则该参数与相位差 δ 一起被称为 Deschamps 参数, 或极化相位参数, 它们的取值范围分别为 $\alpha \in [0, \pi/2]$ 和 $|\delta| \in [0, \pi]$ 。将(2-44)式代入(2-37)式, 相位参数表征的 Jones 矢量为

$$\mathbf{E} = A e^{j\delta} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} e^{j\psi} \quad (2-45)$$

结合(2-42)式和(2-45)式, 相位参数与几何参数之间的关系式为

$$\begin{cases} \cos(2\alpha) = \cos(2\psi) \cos(2\chi) \\ \tan\delta = \tan(2\chi) / \sin(2\psi) \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \tan(2\psi) = \tan(2\alpha) \cos\delta \\ \sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin\delta \end{cases} \quad (2-46)$$

进一步,若定义复参数:

$$\rho = \frac{E_n}{E_m} = \frac{a_n}{a_m} \exp(j\delta) = \tan\alpha \cdot \exp(j\delta) \quad (2-47)$$

该参数就是著名的极化比。

结合(2-42)式和(2-47)式,极化比与几何参数关系为

$$\rho = \frac{\sin\psi \cos\chi + j \cos\psi \sin\chi}{\cos\psi \cos\chi - j \sin\psi \sin\chi} \quad (2-48)$$

将(2-47)式代入(2-37)式,极化比表征的 Jones 矢量为

$$\mathbf{E} = \frac{A e^{j\theta_m}}{\sqrt{1 + |\rho|^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \quad (2-49)$$

综上所述, Jones 矢量有三种参数形式,分别为几何参数、相位参数和极化比等。这些参数尽管形式和物理含义不同,但它们是相互等价的,且可通过图 2.6 相互转化。

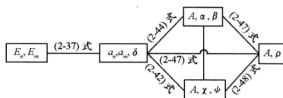


图 2.6 几种参数之间的相互转化关系

2.3.2 Stokes 矢量及其参数化

从数学角度看, Jones 矢量为电磁波极化的二维矢量表征。由于 Jones 矢量各元素均为复数,它只能通过相干雷达系统获得。然而,早期雷达系统多为非相干系统,这种系统只能测量散射回波功率,因而有必要采用强度来表征电磁波极化。为此,George Stokes 在 1952 年研究准单色波(或部分极化波)时引入了表征一个波的振幅和极化状态的四个强度量纲的参数,称为 Stokes 参数。本节仅讨论完全极化波的 Stokes 参数,而关于部分极化波的 Stokes 参数将在 2.6 节中讨论。

对于严格的单色波来说,其电场 Jones 矢量记为 \mathbf{E} ,选取 (h, v) 为极化基,则用矢量外积可定义波的相干矩阵:

$$\mathbf{J} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^H = \begin{bmatrix} E_H E_H^* & E_H E_V^* \\ E_V E_H^* & E_V E_V^* \end{bmatrix} \quad (2-50)$$

根据波的相干矩阵,四个 Stokes 参数定义为

$$\begin{cases} g_0 = E_H E_H^* + E_V E_V^* = |E_H|^2 + |E_V|^2 = a_H^2 + a_V^2 \\ g_1 = E_H E_H^* - E_V E_V^* = |E_H|^2 - |E_V|^2 = a_H^2 - a_V^2 \\ g_2 = E_H E_V^* + E_V E_H^* = 2\operatorname{Re}(E_H E_V^*) = 2a_H a_V \cos\delta \\ g_3 = j(E_H E_V^* - E_V E_H^*) = -2\operatorname{Im}(E_H E_V^*) = 2a_H a_V \sin\delta \end{cases} \quad (2-51)$$

式中, a_H , a_V 和 δ 分别表示两个正交电场分量的振幅和相位差, $\operatorname{Re}(\cdot)$ 、 $\operatorname{Im}(\cdot)$ 分别表示取实部和虚部。

(2-51)式表明:

(1)四个 Stokes 参数足以描述波的振幅和极化: g_0 直接给出了波的振幅, 两个正交极化分量的振幅 a_H 和 a_V 可由 g_0 和 g_1 求出, 相位差 δ 则可由 g_2 和 g_3 求出。

(2)对于完全极化波而言, 四个 Stokes 参数之间并不是完全独立的, 它们之间存在如下关系:

$$g_0^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 \quad (2-52)$$

结合(2-51)式和(2-50)式, 不难看出波的相干矩阵 \mathbf{J} 与 Stokes 参数之间关系为

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^3 g_i \boldsymbol{\sigma}_{P_i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} g_0 + g_1 & g_2 - jg_3 \\ g_2 + jg_3 & g_0 - g_1 \end{bmatrix} \quad (2-53)$$

式中, $\boldsymbol{\sigma}_{P_0}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{P_1}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{P_2}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_{P_3}$ 称为 Pauli 自旋矩阵:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_{P_0} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{P_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\sigma}_{P_2} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{P_3} = \begin{bmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-54)$$

且这些矩阵满足 $\boldsymbol{\sigma}_{P_i}^{-1} = \boldsymbol{\sigma}_{P_i}^H$ 和 $|\det(\boldsymbol{\sigma}_{P_i})| = 1$, 它们相互之间的乘积具有以下关系:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{P_0} \boldsymbol{\sigma}_{P_i} = \boldsymbol{\sigma}_{P_i}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{P_1} \boldsymbol{\sigma}_{P_1} = \boldsymbol{\sigma}_{P_1}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{P_1} \boldsymbol{\sigma}_{P_2} = -\boldsymbol{\sigma}_{P_2} \boldsymbol{\sigma}_{P_1} = j\boldsymbol{\sigma}_{P_3} \\ \boldsymbol{\sigma}_{P_2} \boldsymbol{\sigma}_{P_3} = -\boldsymbol{\sigma}_{P_3} \boldsymbol{\sigma}_{P_2} = j\boldsymbol{\sigma}_{P_1}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{P_3} \boldsymbol{\sigma}_{P_1} = -\boldsymbol{\sigma}_{P_1} \boldsymbol{\sigma}_{P_3} = j\boldsymbol{\sigma}_{P_2} \end{cases} \quad (2-55)$$

结合(2-42)式、(2-44)式和(2-47)式, 经过简单的数学推倒, 我们不难将 Stokes 参数与前面讨论的几何参数、相位参数和极化比等参数联系起来:

$$\begin{cases} g_0 = |E_H|^2 + |E_V|^2 = A^2 \\ g_1 = A^2 \cdot \cos(2\chi) \cos(2\psi) = A^2 \cdot \cos(2\alpha) = A^2(1 - |\rho|^2)/(1 + |\rho|^2) \\ g_2 = A^2 \cdot \cos(2\chi) \sin(2\psi) = A^2 \cdot \sin(2\alpha) \cos\delta = 2A^2 \operatorname{Re}(\rho)/(1 + |\rho|^2) \\ g_3 = A^2 \cdot \sin(2\chi) = A^2 \cdot \sin(2\alpha) \sin\delta = 2A^2 \operatorname{Im}(\rho)/(1 + |\rho|^2) \end{cases} \quad (2-56)$$

将四个 Stokes 参数构成一个列矢量, 即

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\chi) \cos(2\psi) \\ \cos(2\chi) \sin(2\psi) \\ \sin(2\chi) \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\alpha) \\ \sin(2\alpha) \cos\delta \\ \sin(2\alpha) \sin\delta \end{bmatrix} = \frac{A^2}{1 + |\rho|^2} \begin{bmatrix} 1 + |\rho|^2 \\ 1 - |\rho|^2 \\ 2\operatorname{Re}(\rho) \\ 2\operatorname{Im}(\rho) \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

(2-57)式就是著名的 Stokes 矢量。该矢量各元素的物理含义: g_0 表示电磁波的总强

度; g_1 为 h 和 v 线极化分量之间的强度差, 根据电磁波是 h 线极化占优, 或 v 线极化占优, 还是两者相等, 其值分别为正、负或零; g_2 表示 45° 和 135° 线极化分量之间的强度差, 同样其值为正、负或零时分别对应 45° 线极化分量较强, 135° 线极化分量较强, 或者两者相当; g_3 表示圆极化程度, 根据右旋圆极化分量占优, 或者左旋圆极化分量占优, 或者两者相等, g_3 分别大于零、小于零或等于零。

2.3.3 Jones 矢量与 Stokes 矢量

前文介绍了电磁波极化的两种数学表征, 即 Jones 矢量和 Stokes 矢量。尽管它们矢量维数和定义形式均各不相同, 但由于均采用 a_H , a_V 和 δ 三个参数定义, 因而两者是等价的。本节将从数学上推导两者之间的联系。

若令电磁波的 Jones 矢量为 \mathbf{E} , 则定义 (h, v) 极化基下波的相干矢量为

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{E} \otimes \mathbf{E}^* = \begin{bmatrix} E_H E_H^* & E_H E_V^* & E_V E_H^* & E_V E_V^* \end{bmatrix}^T \quad (2-58)$$

式中, \otimes 为 Kronecker 积。其定义形式为

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} A_{11} \mathbf{B}^* & A_{12} \mathbf{B}^* \\ A_{21} \mathbf{B}^* & A_{22} \mathbf{B}^* \end{bmatrix} \quad (2-59)$$

其中, A_{ij} 和 B_{ij} 分别为 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的元素。

结合波的相干矢量和 Stokes 矢量定义形式(即(2-51)式和(2-58)式), Stokes 矢量可表示为 Jones 矢量的函数, 即

$$\mathbf{g} = \mathbf{R} \tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{R} (\mathbf{E} \otimes \mathbf{E}^*) \quad (2-60)$$

式中, \mathbf{R} 为常数矩阵, 它具有如下一些性质:

$$\mathbf{R} \mathbf{R}^H = \mathbf{R}^H \mathbf{R} = 2\mathbf{I}, \quad \mathbf{R} \mathbf{R}^T = 2\mathbf{A}_{4,4}, \quad \mathbf{R}^T \mathbf{R} = 2\mathbf{P} \quad (2-61)$$

其中

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & j & -j & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{4,4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-62)$$

2.3.4 一些常见的极化状态

在实际中, 常见到一些特殊的极化状态, 如水平极化(H)、垂直极化(V)、线极化(L)和圆极化(C), 它们分别对应极化参数的一些特殊值。图 2.7 给出了这些极化状态对应的 Jones 矢量、Stokes 矢量、几何参数、相位参数和极化比。

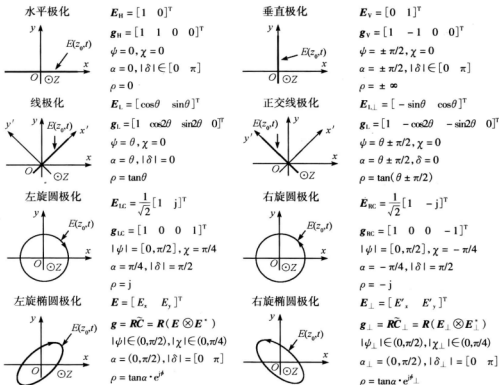


图 2.7 一些特殊极化状态的 Jones 矢量、Stokes 矢量及其对应的极化参数

2.4 极化基过渡矩阵

在雷达极化中,极化基变换处理是一个非常重要的研究内容。为了满足实际应用需要或者某种数学处理,有时需将某种极化基下的电磁波极化表征变换到另一种极化基下,这种变换就称为极化基变换,而表示不同极化基下电磁波极化表征之间关系的矩阵则称为极化基过渡矩阵。前文介绍了电磁波的两种极化表征,本节将分别讨论它们的过渡矩阵及其相互关系。

2.4.1 Jones 矢量过渡矩阵

对于某种单色波来说,令它在 (m, n) 极化基和 (h, v) 极化基下的单位 Jones 矢量分别为

$$E(m, n) = \begin{bmatrix} E_m \\ E_n \end{bmatrix}, \quad E(h, v) = \begin{bmatrix} E_h \\ E_v \end{bmatrix} \quad (2-63)$$

根据线性代数理论可知, $E(m, n)$ 和 $E(h, v)$ 之间的数学关系可表示为

$$E(m, n) = U_2 \cdot E(h, v) \quad (2-64)$$

式中, U_2 就是从 (h, v) 极化基变换到 (m, n) 极化基的 Jones 矢量过渡矩阵。考虑到 $E(m, n)$ 和 $E(h, v)$ 均为单位矢量, 则过渡矩阵 U_2 满足如下条件:

$$U_2^H = U_2^{-1}, \quad |\det(U)| = 1 \quad (2-65)$$

其中前一等式保证 U_2 为酉矩阵, 后一等式保证变换前后单色波的功率保持恒定不变。

根据矩阵分析理论可知, 任意二维酉矩阵具有如下一般参数化形式:

$$U_2 = \begin{bmatrix} \cos \gamma e^{j\theta_1} & \sin \gamma e^{j\theta_2} \\ \sin \beta e^{j\theta_3} & \cos \beta e^{j\theta_4} \end{bmatrix} \quad (2-66)$$

式中 $\gamma, \beta, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 为实数。

将(2-66)式代入(2-65)式, 经过简单的推导, 可得

$$\beta = -\gamma, \quad \theta_4 - \theta_2 = \theta_3 - \theta_1 \quad (2-67)$$

将(2-67)式代入(2-66)式, 并令 $\theta = \theta_3 - \theta_1, \xi = \theta_1 - \theta_4$ 和 $\rho_1 = \tan \beta e^{j\theta}$, 则(2-66)式可写为

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{e^{j(\theta_1 + \theta_4)}}{\sqrt{1 + |\rho_1|^2}} \begin{bmatrix} 1 & -\rho_1^* \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{j\xi} & 0 \\ 0 & e^{-j\xi} \end{bmatrix} \\ &= U_2(\rho_1) \cdot U_2(\xi) \cdot e^{j(\theta_1 + \theta_4)} \end{aligned} \quad (2-68)$$

式中, ρ_1 实质是从 (h, v) 极化基到 (m, n) 极化基的极化变化, 它与前文 ρ 的定义形式相同, 且也可理解为极化态 m 和 n 在极化基 (h, v) 下的极化比, 故(2-68)式通常称为极化基过渡矩阵的极化比表达式。而 $\theta_1 + \theta_4$ 为 U_2 绝对相位, 不影响不同极化基下电磁波极化态, 故通常令其等于零。此时, (2-68)式可简化为

$$\begin{aligned} U_2(\rho_1, \xi) &= \frac{1}{\sqrt{1 + |\rho_1|^2}} \begin{bmatrix} 1 & -\rho_1^* \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{j\xi} & 0 \\ 0 & e^{-j\xi} \end{bmatrix} \\ &= U_2(\rho_1) \cdot U_2(\xi) \end{aligned} \quad (2-69)$$

结合(2-46)式和(2-47)式, 省略中间推导过程, 极化基过渡矩阵的几何参数表达式为

$$\begin{aligned} U_2(\psi, \chi, \xi_1) &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \chi & j \sin \chi \\ j \sin \chi & \cos \chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\xi_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\xi_1} \end{bmatrix} \\ &= U_2(\psi) \cdot U_2(\chi) \cdot U_2(\xi_1) \end{aligned} \quad (2-70)$$

式中, ξ_1 与 ξ 的关系为 $\xi_1 = \xi + \arctan(\tan \psi \tan \chi)$ 。

最典型的极化基变换是从 (h, v) 线极化基到 (l, r) 圆极化基。由图 2.7 可知, 四种典型极化状态分别为

$$E_H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad E_{LC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}, \quad E_{RC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$$

对于单色波 E 来说, 根据(2-27)式可知, 它在 (h, v) 极化基和 (l, r) 极化基下可分别写为

$$\begin{cases} E = (E_H \cdot E)E_H + (E_V \cdot E)E_V \\ E = (E_{LC} \cdot E)E_{LC} + (E_{RC} \cdot E)E_{RC} \end{cases} \quad (2-71)$$

那么对应的 Jones 矢量分别写为

$$E(h, v) = \begin{bmatrix} E_H \cdot E \\ E_V \cdot E \end{bmatrix} = [E_H \quad E_V]^T \cdot E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot E \quad (2-72)$$

$$E(l, r) = \begin{bmatrix} E_{LC} \cdot E \\ E_{RC} \cdot E \end{bmatrix} = [E_{LC} \quad E_{RC}]^T \cdot E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \cdot E \quad (2-73)$$

显然, (2-72)式和(2-73)式可理解成从某种极化基分别变换到 (h, v) 极化基和 (l, r) 极化基。

若令从 (h, v) 极化基到 (l, r) 极化基的过渡矩阵为 $U_{2HV \rightarrow 2LR}$, 那么结合(2-64)式、(2-72)式和(2-73)式, $U_{2HV \rightarrow 2LR}$ 的具体表达式为

$$U_{2HV \rightarrow 2LR} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \quad (2-74)$$

需指出, (2-74)式中 $U_{2HV \rightarrow 2LR}$ 行列式的模值并不等于1, 其原因为(2-73)式中过渡矩阵并不满足(2-65)式第二个等式。为使 $U_{2HV \rightarrow 2LR}$ 满足(2-65)式条件, 可先对(2-73)式中过渡矩阵进行归一化处理。不过, (2-74)式是从 (h, v) 极化基到 (l, r) 极化基常用的过渡矩阵。

2.4.2 Stokes 矢量过渡矩阵

类似于 Jones 矢量, 也可对 Stokes 矢量进行极化基变换处理, 且利用 Jones 矢量与 Stokes 矢量之间的关系, 很容易求得 Stokes 矢量极化基过渡矩阵。

同样, 对于某个单色波来说, 令它在 (m, n) 极化基和 (h, v) 极化基下的 Stokes 矢量分别记为 $g(m, n)$ 和 $g(h, v)$, 且它们之间的变换关系为

$$g(m, n) = U_4 \cdot g(h, v) \quad (2-75)$$

式中, U_4 就是从 (h, v) 极化基变换到 (m, n) 极化基的 Stokes 矢量过渡矩阵。

利用 Stokes 矢量与 Jones 矢量之间的关系式(即(2-60)式), (2-75)式可表示为

$$g(m, n) = U_4 \cdot R(E(h, v) \otimes E^*(h, v)) \quad (2-76)$$

再利用从 (h, v) 极化基变换到 (m, n) 极化基的 Jones 矢量变换等式(即(2-64)式), (2-76)式可进一步表示成

$$g(m, n) = U_4 \cdot R(U_2^{-1} E(m, n) \otimes U_2^{-1*} E^*(m, n)) \quad (2-77)$$

利用 Kronecker 积性质:

$$(M_1 \otimes M_2)(M_3 \otimes M_4) = M_1 M_3 \otimes M_2 M_4, \quad (2-77) \text{ 式变为}$$

$$g(m, n) = U_4 \cdot R(U_2^{-1} \otimes U_2^{-1*})(E(m, n) \otimes E^*(m, n)) \quad (2-78)$$

根据(2-78)式, U_4 极化基过渡矩阵可表示为

$$U_4 = 2R(U_2 \otimes U_2^*)R^H \quad (2-79)$$

结合(2-70)式, U_4 的几何参数表达式为

$$U_4(2\psi, 2\chi, 2\xi_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & U_3(2\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & U_3(2\chi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & U_3(2\xi_1) \end{bmatrix} \quad (2-80)$$

其中

$$U_3(2\psi) = \begin{bmatrix} \cos 2\psi & -\sin 2\psi & 0 \\ \sin 2\psi & \cos 2\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U_3(2\chi) = \begin{bmatrix} \cos 2\chi & 0 & -\sin 2\chi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin 2\chi & 0 & \cos 2\chi \end{bmatrix}$$

$$U_3(2\xi_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\xi_1 & \sin 2\xi_1 \\ 0 & -\sin 2\xi_1 & \cos 2\xi_1 \end{bmatrix}$$

结合(2-69)式, U_4 的极化比表示形式为

$$U_3(\rho_1, \xi) = \frac{1}{1 + |\rho_1|^2} \begin{bmatrix} 1 + |\rho_1|^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - |\rho_1|^2 & -2\operatorname{Re}(\rho_1 e^{-j\xi}) & -2\operatorname{Im}(\rho_1 e^{-j\xi}) \\ 0 & 2\operatorname{Re}(\rho_1) & \operatorname{Re}[(1 - \rho_1^2)e^{-j\xi}] & \operatorname{Im}[(1 - \rho_1^2)e^{-j\xi}] \\ 0 & 2\operatorname{Im}(\rho_1) & -\operatorname{Im}[(1 + \rho_1^2)e^{-j\xi}] & \operatorname{Re}[(1 + \rho_1^2)e^{-j\xi}] \end{bmatrix} \quad (2-81)$$

2.5 电磁波极化的可视化表征

在雷达极化中,电磁波极化可视化是另一个重要的研究内容。为了直观地表征电磁波极化或者分析不同极化状态之间的相互关系,通常将电磁波极化映射到某个平面或者空间,这种处理称为电磁波极化的可视化。2.3 节讨论了电磁波极化的两种数学表征及其三种参数化形式,本节将分别介绍它们对应的可视化表征。

2.5.1 Poincare 极化球

根据(2-57)式,Stokes 参数、几何参数和相位参数均具有明确的几何含义: g_1, g_2, g_3 可看作是半径为 g_0 的球上某点 P 的笛卡儿坐标; 2χ 为该点的矢量半径相对于 $g_1 g_2$ 平面的仰角,且 2χ 的正负号与 g_3 一致,而 2ψ 则是该点矢量半径在 $g_1 g_2$ 平面的投影与 g_1 轴正方向的夹角,或该点矢量半径相对于 g_1 轴正方向的方位角坐标,其由 g_1 轴正方向逆时针旋转为正,其中观察方向为由 g_3 轴正面对 $g_1 g_2$ 平面俯视; 2α 为该点矢量半径相对

于 g_1 轴正方向的球角, 同样由 g_3 轴正面对 g_1g_2 平面俯视, 逆时针旋转为正, 而 δ 为该点矢量半径和 g_1 轴确定的大圆平面与 g_1g_2 平面的二面角, 且 δ 的正负号与 g_3 一致。这种几何解释是由 Poincare 引入, 故将该球称为 Poincare 极化球, 如图 2.8 所示。

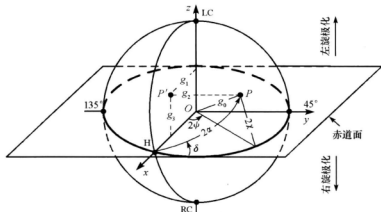


图 2.8 Poincare 极化球及三种参数在球上的几何含义

对于任意单色波来说,在 Poincare 极化球上均能找到与之一一对应的点,因为 Poincare 极化球半径表示波的振幅,球上任意一点的笛卡儿标表示波的极化状态。若以 (h, v) 为极化基,并利用 $g_1 g_2$ 平面将该球分为南北半球,那么图 2.7 中的几种典型极化状态均能在该球面上找到对应位置:

(1) $g_1 g_2$ 平面与极化球相交的大圆为线极化, 其中 g_1 轴正方向与该大圆的交点为水平线极化(H), 反方向与该大圆的交点为垂直线极化(V)。

(2)极化球的南北极点为圆极化,其中 g_3 轴正方向与球面的交点为左旋圆极化(LC),反方向与球面的交点为右旋圆极化(RC)。

(3) 由于椭圆率 χ , 或者相位差 δ 的符号表示椭圆旋向, 因而根据它们的符号北半球为左旋极化, 南半球为右旋极化。

在本书后续的 Poincare 极化球描述中,将不再对这几种典型的极化状态赘述。

Poincare 极化球不仅有利于电磁波极化的直观表征,而且更有利于直观地表现出不同极化状态之间的关系。诸如正交极化、共轭极化等特殊极化关系在极化球上均具有固定的几何关系。以正交极化为例,若令 E_{\perp} 为电磁波 E 的正交极化,则它们之间关系可表示为

$$E_{\perp} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} E^* \text{ 或者 } E_{\perp}^H \cdot E = 0 \quad (2-82)$$

若將(2-43)式、(2-44)式和(2-49)式依次代入上式,則正交極化關係還可表示為

$$\begin{cases} \chi_{\perp} = -\chi, \psi_{\perp} = \psi \pm \pi/2 \\ \alpha_{\perp} + \alpha = \pi/2, \delta_{\perp} - \delta = \pm \pi \\ \rho \cdot \rho_{\perp}^* = -1 \end{cases} \quad (2-83)$$

显然,一对正交极化对应 Poincare 极化球上一条直径的两端。也就是说,正交极化在球面上的点始终关于极化球心对称。

类似地,根据共轭极化定义(即 $E_{\perp} = E^*$),若忽略绝对相位,共轭极化关系可表示为

$$\alpha_{\perp} = \alpha, \quad \delta_{\perp} = -\delta, \quad \chi_{\perp} = -\chi, \quad \psi_{\perp} = \psi, \quad \rho_{\perp} = \rho^* \quad (2-84)$$

说明一对共轭极化在球面上的点始终关于 $g_1 g_2$ 平面对称。

2.5.2 极化比复平面

Poincare 极化球对电磁波极化的表征和分析是十分有用的工具。但是,由于它是一个三维球面,远不如一张平面图看起来直观和易于理解,因而有必要研究极化状态的平面图示法。

从本质上讲,平面图示法可看成是三维球面到一个二维平面的映射。若以极化比表征电磁波极化,根据 Stokes 矢量的极化比参数化形式,可将球面上的点投影到以极化比实部和虚部构成的二维平面上,该二维复平面称为极化比复平面。显然,对于任意单色波来说,在极化比复平面上均能找到一点与之对应。同样,以 (h, v) 为极化基,图 2.9 在极化比复平面上标注了典型极化状态的具体位置。图中线极化(L)对应 $\text{Re}(\rho)$ 轴线,水平极化(H)对应 $\text{Re}(\rho) = 0$,垂直极化(V)对应 $\text{Re}(\rho) = \infty$;圆极化(C)对应单位圆与 $\text{Im}(\rho)$ 轴的交点,左旋圆极化(LC)对应单位圆与 $+\text{Im}(\rho)$ 轴的交点,右旋圆极化(RC)对应单位圆与 $-\text{Im}(\rho)$ 轴的交点;若以 $\text{Re}(\rho)$ 轴线将极化比复平面分为上下两部分,则左旋极化对应上部分,右旋极化对应下半部分。

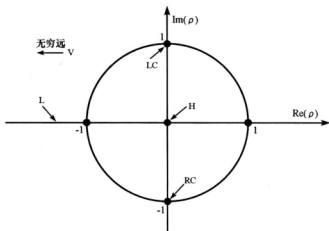


图 2.9 电磁波极化的极化比复平面表征

图 2.10 给出了极化比复平面与 Poincare 极化球之间存在的固有映射关系。图中极化比复平面原点与极化球中水平极化态(H)对应点重合, $\text{Re}(\rho)$ 轴线在极化球赤道面上, $\text{Im}(\rho)$ 轴线在极化球南北极点和水平极化态(H)对应点确定的平面上。球面上任意一点

P 与极化比复平面的点 P' 通过一条经过极化球上垂直极化态(V)对应点的射线建立一一对应关系。

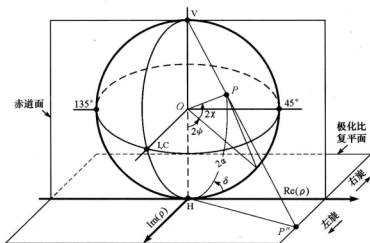


图 2.10 Poincare 极化球与极化比复平面之间的映射关系

2.5.3 几何、相位参数平面

尽管极化比复平面与 Poincare 极化球面之间存在简单而直观的几何映射关系,但由于它是一个无限平面,因而难以用于电磁波极化状态的分析 and 表征。为此,这里介绍两种有限平面图示法。

由 2.3 节研究可知,电磁波极化也可采用几何参数和相位参数表示。对于几何参数表示来说,若以极化方位角 ψ 为横轴,极化椭圆率 χ 为纵轴,那么任意单色波均可采用 (ψ, χ) 构成的二维平面表征,该平面称为几何参数平面。以 (h, v) 为极化基,图 2.11 给出几何参数平面的示意图。图中标注了典型极化状态在该平面上的对应位置: $\chi = 0$ 为线极化, $(0, 0)$ 为水平线极化(H), $(0, \pm \pi/2)$ 为垂直线极化(V); $\chi = \pi/4$ 为左旋圆极化(LC), $\chi = -\pi/4$ 右旋圆极化(RC); $\chi > 0$ 为左旋极化(L), $\chi < 0$ 为右旋极化(R)。同样,根据(2-83)式和(2-84)式可知,一对共轭极化在平面上的点始终关于 $\chi = 0$ 对称。

对于相位参数表示来说,若以极化方位角 δ 为横轴,极化椭圆率 a 为纵轴,那么任意单色波均可采用 (δ, a) 构成的二维平面表征,该平面称为相位参数平面。以 (h, v) 为极化基,图 2.12 给出相位参数平面的示意图。图中标注了典型极化状态在该平面上的对应位置: $\delta=0$ 为线极化, $(0,0)$ 为水平线极化, $(0, \pm\pi)$ 为垂直直线极化; $(\pi/2, \pi/2)$ 为左旋圆极化, $(-\pi/2, \pi/2)$ 为右旋圆极化; $\delta>0$ 为左旋极化, $\delta<0$ 为右旋极化。同样,根据 $(2-83)$ 式和 $(2-84)$ 式可知,一对共轭极化在平面上的点始终关于 $\delta=0$ 对称。

综上所述,几何参数和相位参数平面均为有限平面,其中几何参数平面的动态范围为 $\psi \in [-\pi/2, \pi/2]$ 和 $\gamma \in [-\pi/4, \pi/4]$, 相位参数平面的动态范围为 $\delta \in [-\pi, \pi]$ 和 $\alpha \in$

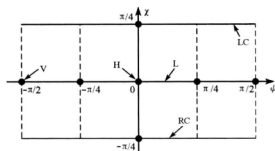


图 2.11 电磁波极化的几何参数平面表征

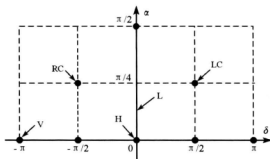


图 2.12 电磁波极化的相位参数表征

$[0, \pi/2]$ 。相较于极化比复平面的无限平面来说,这两种有限平面更易于电磁波极化状态的表征和分析,尤其是几何参数平面。

2.6 部分极化电磁波

前文主要讨论了完全极化波的数学表征及其特性,这类波的极化表征参数如 w , a_H , a_V 和 δ 等均为常量。但是,在通常情况下,从一些自然的或人造的目标上辐射出的电磁波频率范围极宽,此时诸如 w , a_H , a_V 和 δ 等电磁波极化表征参数将不再是常量,而是一个时间和空间的函数。这类波的电场矢量端点在垂直于传播方向的平面内描绘出的轨迹也将不再是一个确定的椭圆,而是一条形状和方向随时间变化的类似于椭圆的曲线,故称为部分极化波。本节将讨论部分极化波的数学表征及其相关理论。

2.6.1 部分极化波数学表征

对于部分极化波来说,其极化表征需对时间和空间进行统计平均。类似于完全极化波相干矩阵,选取 (h, v) 为极化基,则部分极化波的相干矩阵定义为

$$\begin{aligned} J &= \langle E \cdot E^H \rangle = \begin{bmatrix} \langle E_H E_H^* \rangle & \langle E_H E_V^* \rangle \\ \langle E_V E_H^* \rangle & \langle E_V E_V^* \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{HH} & J_{HV} \\ J_{VH}^* & J_{VV} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} g_0 + g_1 & g_2 - jg_3 \\ g_2 + jg_3 & g_0 - g_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-85)$$

式中, $\langle \cdot \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2T} \int_{-T}^T (\cdot) dt \right]$ 为时间或集合平均。

(2-85)式表明:

(1)该矩阵主对角线上元素为自相关系数 J_{HH} 和 J_{VV} ,非主对角线上元素为互相关系数 J_{HV} 。

(2)该矩阵为半正定 Hermitian 矩阵,其行列式必然大于等于零。

结合(2-85)式和 Schwartz 不等式,很容易证明相干矩阵各元素之间或 Stokes 参数之间的存在如下关系:

$$|J_{HV}|^2 \leq J_{HH} \cdot J_{VV} \quad \text{或} \quad g_0^2 \geq g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 \quad (2-86)$$

根据(2-86)式:

(1)若定义相干系数为

$$\mu_{HV} = \frac{J_{HV}}{\sqrt{J_{HH} \cdot J_{VV}}} = \frac{\langle E_H E_V^* \rangle}{\sqrt{\langle |E_H|^2 \rangle \langle |E_V|^2 \rangle}} \quad (2-87)$$

显然,相干系数 $|\mu_{HV}|$ 介于 0 至 1 之间。当 $|\mu_{HV}| = 0$ 时, E_H 和 E_V 完全不相关,此时电磁波为完全未极化波;当 $|\mu_{HV}| = 1$ 时,两者完全相关,此时电磁波为完全极化波;介于这两种极限情况之间为部分极化波。

(2)除此之外,还可定义波的极化度参数:

$$D_p = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}}{g_0} = \left(1 - \frac{4|J|}{\text{tr}(J)} \right)^{1/2} \quad (2-88)$$

同样, $D_p = 0$ 为完全未极化波, $D_p = 1$ 为完全极化波,介于两者之间为部分极化波。

尽管 μ_{HV} 和 D_p 均能区分不同类型的电磁波极化,但两者在取值和物理含义上均不同: μ_{HV} 为复数,表示 E_H 和 E_V 之间的相干性; D_p 为实数,表示波的极化程度。

类似于完全极化波,结合(2-85)式,部分极化波的 Stokes 矢量定义为

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{HH} + J_{VV} \\ J_{HH} - J_{VV} \\ J_{HV} + J_{VH}^* \\ j(J_{HV} - J_{VH}^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_H E_H^* \rangle + \langle E_V E_V^* \rangle \\ \langle E_H E_H^* \rangle - \langle E_V E_V^* \rangle \\ \langle E_H E_V^* \rangle + \langle E_V E_H^* \rangle \\ j(\langle E_H E_V^* \rangle - \langle E_V E_H^* \rangle) \end{bmatrix} \quad (2-89)$$

显然,当 $g_0^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2$ 时, (2-89) 式退化为 (2-57) 式。

若将 (2-88) 式代入 (2-89) 式, 部分极化波的 Stokes 矢量可简写为

$$\mathbf{g} = g_0 [1 \quad D_p \mathbf{g}_{13}]^T \quad (2-90)$$

式中, $\mathbf{g}_{13} = [g_1 \quad g_2 \quad g_3]^T / \sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}$ 。

显然 (2-90) 式是电磁波极化 Stokes 矢量的最一般表达式。当 $D_p = 1$ 时, (2-90) 式为完全极化波 Stokes 矢量; 当 $D_p = 0$ 时, 为完全未极化波 Stokes 矢量; 介于两者之间为部分极化波 Stokes 矢量。

类似于完全极化波的 Poincare 极化球面表征, 若以半径为 g_0 的实心球表示电磁波极化, 所有极化状态均与该实心球上点一一对应, 其中完全极化波在该球体表面, 完全未极化波在球心位置, 部分极化波对应球体内部不包括球心的所有点。

2.6.2 波的分解理论

容易证明, 几列独立的电磁波沿相同方向传播时, 合成波的相干矩阵为各列波相干矩阵之和。反之, 任何一列波都可看成是若干列独立的波之和。特别地, 任何一列部分极化波都可分解为相互独立的一列完全未极化波与一列完全极化波之和, 且这种分解唯一。另外, 任何一列部分极化波都可分解为相互独立的两列完全极化波之和, 当波相干矩阵 \mathbf{J} 有两个不同的特征值时, 这种分解唯一。

1. 部分极化波 = 完全未极化波 + 完全极化波

令分解得到的完全未极化波和完全极化波的相干矩阵分别为

$$\mathbf{J}_{\text{up}} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_{\text{cp}} = \begin{bmatrix} B & D \\ D^* & C \end{bmatrix} \quad (2-91)$$

其中 $A, B, C \geq 0$, 且

$$|\mathbf{J}_{\text{cp}}| = BC - |D|^2 = 0 \quad (2-92)$$

于是

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{up}} + \mathbf{J}_{\text{cp}} = \begin{bmatrix} A+B & D \\ D^* & A+C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{\text{HH}} & J_{\text{HV}} \\ J_{\text{HV}}^* & J_{\text{VV}} \end{bmatrix} \quad (2-93)$$

结合 (2-91)、(2-92) 两式, 可得

$$(J_{\text{HH}} - A)(J_{\text{VV}} - A) - |J_{\text{HV}}|^2 = 0 \quad (2-94)$$

可见 A 为相干矩阵 \mathbf{J} 的特征根。可求出两个根为

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} (J_{\text{HH}} + J_{\text{VV}} \pm \sqrt{(J_{\text{HH}} - J_{\text{VV}})^2 + 4|J_{\text{HV}}|^2}) \\ &= \frac{1}{2} (J_{\text{HH}} + J_{\text{VV}} \pm \sqrt{(J_{\text{HH}} + J_{\text{VV}})^2 - 4|\mathbf{J}|}) \end{aligned} \quad (2-95)$$

由于 $4|\mathbf{J}| \leq 4J_{\text{HH}}J_{\text{VV}} \leq (J_{\text{HH}} + J_{\text{VV}})^2$, 故两个根都为非负实数。当 (2-95) 式中“ \pm ”取“-”时, 由 (2-93) 式可得

$$B = \frac{1}{2} (J_{HH} - J_{VV} + \sqrt{(J_{HH} + J_{VV})^2 - 4|J|})$$

$$C = \frac{1}{2} (J_{VV} - J_{HH} + \sqrt{(J_{HH} + J_{VV})^2 - 4|J|})$$

$$D = J_{HV}$$

由于 $\sqrt{(J_{HH} + J_{VV})^2 - 4|J|} = \sqrt{(J_{HH} - J_{VV})^2 + 4|J_{HV}|^2} \geq |J_{HH} - J_{VV}|$, 故 B 和 C 也为非负实数。当(2-95)式中“ \pm ”取“ $+$ ”时, 得不到正的 B 和 C , 因此必须舍弃。可见分解是唯一的。

分别对应(2-95)式中的“ $+$ ”和“ $-$ ”, 以 λ_1, λ_2 表示 J 的两个特征根, 则 $\lambda_1 \geq \lambda_2$ 。容易发现, $A = \lambda_2, \text{tr}(J_p) = B + C = \lambda_1 - \lambda_2$, 因此上述分解可写成如下形式:

$$J = 2\lambda_2 \bar{J}_{sp} + (\lambda_1 - \lambda_2) \bar{J}_p \quad (2-96)$$

式中

$$\bar{J}_{sp} = \frac{1}{2} I, \quad \bar{J}_p = \frac{J_p}{\text{tr}(J_p)} = \frac{1}{B+C} \begin{bmatrix} B & D \\ D^* & C \end{bmatrix}$$

分别为单位强度完全未极化波和完全极化波的相干矩阵。 $2\lambda_1$ 和 $(\lambda_1 - \lambda_2)$ 分别为完全未极化波与完全极化波的强度。可见, $\lambda_2 = 0$ 时为完全极化波, $\lambda_1 = \lambda_2$ 时为完全未极化波。

根据 Stokes 参数与波相干矩阵各元素间的对应关系, 利用 Stokes 矢量可把上述分解表示为一种更简洁的形式:

$$g = g_0(1 - D_p) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + g_0 D_p \begin{bmatrix} 1 \\ g_{13} \end{bmatrix} = g_w + g_p \quad (2-97)$$

式中 g_w 和 g_p 分别为完全未极化波和完全极化波的 Stokes 矢量。

2. 部分极化波 = 完全极化波 + 完全极化波

假设特征值 λ_1 和 λ_2 对应的单位特征矢量分别为 v_1 和 v_2 , 则

$$J = \lambda_1 \bar{J}_1 + \lambda_2 \bar{J}_2 = \lambda_1 (v_1 \cdot v_1^H) + \lambda_2 (v_2 \cdot v_2^H) \quad (2-98)$$

式中 $\bar{J}_i = v_i \cdot v_i^H (i=1, 2)$ 。由于 $|\bar{J}_1| = |\bar{J}_2| = 0$, 故 \bar{J}_1, \bar{J}_2 为单位强度完全极化波的相干矩阵。

当 $\lambda_1 \neq \lambda_2$ 时, \bar{J}_1, \bar{J}_2 是唯一确定的。实际上, 满足特征方程 $Jv = \lambda v$ 的同一特征值对应的特征矢量必然是线性相关的, 也就是说, 对特征值 λ_i 的另一个单位特征矢量 v'_i , 必有 $v'_i = v_i \exp(j\zeta_i)$ (ζ_i 为实常数), 从而 $v'_i \cdot v'^H_i = v_i \cdot v^H_i = \bar{J}_i$ 。

但是, 当 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 时, \bar{J}_1, \bar{J}_2 不唯一。实际上, 由(2-96)式, 此时对应的是完全未极化波, 相干矩阵为特征值与单位矩阵的数积, 可分解为无穷多对不同的组合。不过在这无穷多对不同的组合中, 比较有用的是两种: 一种是分解为在水平、垂直方向振动的强度各为 λ 的独立线极化波之和, 即

$$J = \lambda \bar{J}_H + \lambda \bar{J}_V \quad (2-99)$$

式中, $\bar{J}_H = \text{diag}\{1, 0\}$, $\bar{J}_V = \text{diag}\{0, 1\}$ 分别为水平、垂直线极化波的单位强度相干矩阵。另一种是分解为强度各为 λ 的两列独立正交圆极化波之和:

$$J = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \lambda \bar{J}_{lc} + \lambda \bar{J}_{rc} \quad (2-100)$$

式中, $\bar{J}_{lc} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ j & 1 \end{bmatrix}$, $\bar{J}_{rc} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{bmatrix}$ 分别为左旋、右旋圆极化波的单位相干矩阵。

2.6.3 波的各向异性和熵

除了极化度和相干系数之外,度量电磁波相关性的参数还有波的各向异性和波的熵。下面将分别给出这两种参数的定义式。

根据矩阵分析理论,波的相干矩阵可表示

$$J = U_2 \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} U_2^{-1} = \lambda_1 (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1^H) + \lambda_2 (\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_2^H) \quad (2-111)$$

式中 $U_2 = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2]$ 为酉矩阵, \mathbf{v}_1 和 \mathbf{v}_2 为 J 单位特征矢量, λ_1 和 λ_2 为它们对应的特征值,且

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{1}{2} \{ g_0 + \sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2} \} \\ \lambda_2 = \frac{1}{2} \{ g_0 - \sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2} \} \end{cases} \quad (2-112)$$

波的各向异性和波的熵分别定义为

$$A_w = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad \text{和} \quad H_w = - \sum_{i=1}^2 p_i \log_2(p_i) \quad \text{with} \quad p_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (2-113)$$

该式表明,这两个参数的取值范围均为 $[0, 1]$,但随着它们取值的增大,两者物理内涵却各不相同: A_w 增大表示电磁波的极化程度越高,而 H_w 越大则表示电磁波的极化程度越低。不仅如此,当电磁波为完全极化时, $\lambda_2 = 0$, $H_w = 0$ 和 $A_w = 1$; 当为部分极化时, $\lambda_1 \neq \lambda_2 \geq 0$, $0 \leq H_w \leq 1$ 和 $0 \leq A_w \leq 1$; 当为未极化波时, $\lambda_1 = \lambda_2$, $H_w = 1$, $A_w = 0$ 。

由(2-113)式可知:(1)波的各向异性和波的熵均采用波的相干矩阵的特征值定义,因而这两个参数与极化基变换无关;(2)波的各向异性与极化度定义形式不同,但若将(2-112)式代入波的各向异性定义,易证明两者是完全等价。

2.7 电磁波的最佳接收问题

前文详细讨论了电磁波极化及其表征。本节将通过定义天线的极化来研究极化电磁波的最佳接收问题,并给出了天线与入射波的极化匹配系数概念之后,导出了完全极化波和部分极化的失、匹配接收条件。

2.7.1 天线有效长度定义

对于自由空间中的偶极子天线来说,在以天线口面中心为原点的球坐标系(如图 2.13 所示)下,其远区辐射场可表示为

$$\mathbf{E}(r, \theta, \varphi) = \frac{jZ_0 I}{2\lambda r} \exp(jkr) \sin\theta \mathbf{u}_\theta \quad (2-114)$$

式中, Z_0 为自由空间本征阻抗, k 为波数, λ 为波长, I 为偶极子馈入电流, \mathbf{u}_θ 为俯仰方向单位矢量。由(2-114)式可知,一个偶极子天线辐射场的极化方式与测量辐射场处的角坐标 (θ, φ) 有着密切的关系。

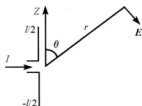


图 2.13 偶极子天线的辐射场^[1]

若仍然选取图 2.13 所示的球坐标系,那么(2-114)式可以推广到一般的天线辐射场,即

$$\mathbf{E}(r, \theta, \varphi) = \frac{jZ_0 I}{2\lambda r} \exp(jkr) \mathbf{h}(\theta, \varphi) \quad (2-115)$$

式中, $\mathbf{h}(\theta, \varphi)$ 称为天线的有效长度(或者天线有效高度),它与测量点空间角坐标 (θ, φ) 有关,表征天线的极化状态。由(2-115)式可知,天线辐射场与天线有效长度仅相差一个复标量常数,当天线馈入电流和测量点与天线相对位置确定之后,天线的极化状态可以用天线在该点的辐射场来定义。令该点辐射场的 Jones 矢量为 \mathbf{E} , 天线极化 Jones 矢量定义为

$$\mathbf{h} = [h_\theta \ h_\varphi]^\top = \frac{1}{\|\mathbf{E}\|} [E_\theta \ E_\varphi]^\top \quad (2-116)$$

显然,天线极化 Jones 矢量与辐射场 Jones 矢量之间仅相差一个标量因子,在无需考虑天线增益或接收功率大小的场合,可以认为两者是一致的。

由于天线的极化实质上是根据该天线在给定方向上的辐射场定义的,因此前文讨论的所有电磁波极化描述均适用于天线的极化描述。特别指出,上述的天线极化是在单色波条件下定义的,即天线馈入电流是一个正弦波,这种定义方式也适用于大多数的窄带电磁系统。

2.7.2 天线失匹配接收条件

设一个天线位于如图 2.14 所示的球面坐标系的原点,一个单色平面电磁波沿着 (θ, φ) 方向照射到天线。令天线在该方向上的 Jones 矢量为 \mathbf{h} , 入射电磁波的 Jones 矢量为 \mathbf{E}_i , 则根据电磁网络理论可知, 电磁波在接收天线上感应的开路电压定义为

$$V = \mathbf{h}^T \mathbf{E}_i \quad (2-117)$$

通常情况下, \mathbf{h} 和 \mathbf{E}_i 均为复矢量, 因此 V 是一个复数电压。需特别注意, (2-117) 式中 \mathbf{h} 和 \mathbf{E}_i 都是在以接收天线口面中心为原点的坐标系中定义的。

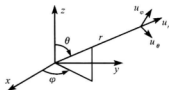


图 2.14 接收天线坐标系^[1]

对于完全极化波来说, 结合 (2-117) 式天线端口输出功率定义为

$$P = |V|^2 = |\mathbf{h}^T \mathbf{E}_i|^2 \quad (2-118)$$

利用 Swartz 不等式有

$$P = |\mathbf{h}^T \mathbf{E}_i|^2 \leq \|\mathbf{h}\|^2 \|\mathbf{E}_i\|^2 \quad (2-119)$$

也就是说, 天线接收功率最大值为 $P_{\max} = \|\mathbf{h}\|^2 \|\mathbf{E}_i\|^2$ 。当输出功率最大时, 我们称天线处于最佳匹配状态。如果改变天线极化状态, 而保持相同的阻抗匹配条件, 那么天线实际接收到的功率与最佳极化匹配下天线接收功率之比为

$$m_p = |\mathbf{h}^T \mathbf{E}_i|^2 / (\|\mathbf{h}\|^2 \|\mathbf{E}_i\|^2) \quad (2-120)$$

式中, m_p 称为极化匹配系数, 它描述了天线极化 \mathbf{h} 与入射波极化 \mathbf{E}_i 的匹配程度, 其取值范围为 [0, 1]。其中当 $m_p = 1$ 时称为极化匹配接收, 当 $m_p = 0$ 时为极化失配接收, 且根据 (2-120) 式, 极化失、匹配接收条件分别为

$$\mathbf{h}_p = \mathbf{E}_i^* / \|\mathbf{E}_i\|, \quad \mathbf{h}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{E}_i / \|\mathbf{E}_i\| \quad (2-121)$$

也就是说, 入射波的归一化共轭极化给出了极化匹配接收条件, 而归一化交叉极化给出了极化失配接收条件。

对于部分极化波来说, 结合 (2-117) 式, 天线端口输出功率可定义为

$$P = \langle |V|^2 \rangle = \langle |\mathbf{h}^T \mathbf{E}_i|^2 \rangle \quad (2-122)$$

结合 Kronecker 积性质:

$$(\mathbf{AB}) \otimes (\mathbf{DF}) = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{D})(\mathbf{B} \otimes \mathbf{F}) \text{ 和 } (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T \otimes \mathbf{B}^T \quad (2-123)$$

以及相干矢量与 Stokes 矢量之间关系, 天线接收功率还可表示为

$$P = \mathbf{g}_i^T \mathbf{U}_{\text{st}} \mathbf{g}_i / 2 = \mathbf{g}_i^T \mathbf{g}_i / 2 \quad (2-124)$$

式中, \mathbf{g}_i 和 \mathbf{g}_r 分别为天线和入射波的 Stokes 矢量。

需要指出:(1) \mathbf{g}_i 和 \mathbf{g}_r 都是在同一坐标系中定义,也就是都在以接收天线口面中心为原点的坐标系中定义的;(2) \mathbf{U}_{st} 改变了 \mathbf{g}_i 的极化旋向,从而使得 \mathbf{g}_r 与 \mathbf{g}_i 具有相同的极化基,但是极化旋向定义正好相反,这将在后文阐明。

由 2.6.2 节研究可知,任意一个部分极化波可分解为一个完全极化波和一个完全未极化之和,因而根据(2-97)式, \mathbf{g}_r 可表示为

$$\mathbf{g}_r = g_{\text{so}}(1 - D_{\mu}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + g_{\text{so}} D_{\mu} \begin{bmatrix} 1 \\ g_{\text{is}} \end{bmatrix} \quad (2-125)$$

又由 2.7.1 节可知,对于窄带雷达系统,其天线极化为完全极化,故其 Stokes 矢量表征为

$$\mathbf{g}_i = [1 \quad g_{\text{is}}]^T \quad (2-126)$$

将(2-125)式和(2-126)式均代入(2-124)式,整理得

$$P = \underbrace{\frac{1}{2} g_{\text{so}} D_{\mu} \begin{bmatrix} 1 \\ g_{\text{is}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 \\ g_{\text{is}} \end{bmatrix}}_{\text{完全极化分量部分}} + \underbrace{\frac{1}{2} g_{\text{so}} (1 - D_{\mu})}_{\text{未极化分量部分}} \quad (2-127)$$

式中, g_{is} 和 g_{is} 均满足 $\mathbf{g}_{\text{is}}^T \mathbf{g}_{\text{is}} = 1$ 。

由(2-127)式可知:(1)接收天线极化仅影响入射波中的完全极化分量接收,而对未极化分量接收无影响;(2)对于任意部分极化散射回波而言,当接收天线极化与入射波中完全极化分量失配时,天线接收功率达到最小值;(3)当接收天线极化与入射波中完全极化分量匹配时,天线接收功率达到最大值。表 2.1 给出了天线失配接收时部分极化入射波中完全极化分量、完全未极化分量和天线接收功率的计算公式。

表 2.1 部分极化散射回波的天线接收功率

接收方式	天线接收条件	完全极化分量	未极化分量	天线接收总功率
匹配接收	$[1 \quad g_{\text{is}}]$	$g_{\text{so}} D_{\mu}$	$g_{\text{so}} (1 - D_{\mu}) / 2$	$g_{\text{so}} (1 + D_{\mu}) / 2$
失配接收	$[1 \quad -g_{\text{is}}]$	0	$g_{\text{so}} (1 - D_{\mu}) / 2$	$g_{\text{so}} (1 - D_{\mu}) / 2$

第3章 雷达目标变极化表征

雷达发射电磁波在空间自由传播时,当遇到目标就会发生散射现象。在目标散射的过程中,入射波的一部分能量被雷达目标所吸收,而另一部分则通过二次辐射方式产生目标散射回波。由于目标的信息加载或调制作用,其散射波在幅度、相位、极化等特性方面与入射波存在较大差异,这些差异是研究雷达目标的基础。

在雷达目标电磁散射特性研究中,雷达散射截面(RCS)是最早出现且使用最为广泛的特征量。它是描述目标对入射波散射效率的量,表征了目标散射波与入射波之间的幅度变换特性。尽管 RCS 与入射波极化有关,但它缺乏对相位和极化特性的表征。为此,本章将引入新的特征量来描述目标的极化散射特性。

本章结构安排:3.1 节引入了确定性目标的极化散射矩阵表征,并讨论了散射坐标选取和极化散射矩阵矢量化;3.2 节依次给出了分布式目标的 Mueller 矩阵、Kennaugh 矩阵、协方差矩阵和相干矩阵等表征;在此基础上,3.3、3.4 节依次讨论了这些极化表征之间的数学关系及各种极化表征的极化基过渡矩阵;3.5 节介绍了极化表征的 Euler 参数和 Huynen 参数;3.6 节介绍了一些典型目标散射矩阵及其散射特性。

3.1 确定性目标极化表征

一般来说,雷达目标大致可分为确定性和分布式两种。对于确定性目标来说,在单色波照射下,其散射波是完全极化的,这类目标也称为相干散射目标,其散射特性可用一个极化散射矩阵表征;对于分布式目标来说,无论采用何种入射波,其散射波通常都是部分极化的,故它又称为非相干散射目标。由于分布式目标可看成是由许多相互独立的、空间随机分布的散射体构成,其散射特性一般采用 Mueller 矩阵、Kennaugh 矩阵、协方差矩阵和相干矩阵等表征。本节仅讨论确定性目标极化表征,分布式目标极化表征将在下一节介绍。

3.1.1 雷达散射截面

雷达方程是电磁波与雷达目标相互作用规律的一般表征。若假设雷达目标和天线均位于自由空间(如真空)中,它确定了发射电磁波功率 P_t 与天线接收功率 P_r ,或目标入射

波和散射波之间的功率关系,即

$$P_r = \frac{P_i G_i(\theta, \phi)}{4\pi r_i^2} \sigma \frac{A_a(\theta, \phi)}{4\pi r_r^2} \quad (3-1)$$

式中, $G_i(\theta, \phi)$ 为发射天线增益, $A_a(\theta, \phi)$ 为接收天线有效孔径, r_i 为发射天线与目标之间的距离, r_r 为目标与接收天线之间的距离, θ 和 ϕ 分别为方位角和俯仰角, σ 为 RCS。

雷达散射截面是描述目标对入射波散射效率的特征量。其定义方式有两种^[228]:其一利用电磁散射理论;其二根据雷达方程。尽管由这两种方式导出的数学表达式各不相同,但它们在数学上是等价的,即均等于单位立体角内目标朝接收方向的散射功率与入射平面波功率密度之比的 4π 倍。根据雷达方程,雷达散射截面可表示为

$$\sigma = 4\pi r_r^2 \cdot \left(\frac{P_r}{A_a(\theta, \phi)} \right) \left/ \left(\frac{P_i G_i(\theta, \phi)}{4\pi r_i^2} \right) \right. = 4\pi r_r^2 \cdot \left| \frac{P_d}{P_i} \right| \quad (3-2)$$

式中, $|P_d|$ 为散射波在接收天线处的功率密度, $|P_i|$ 为入射波在目标处的功率密度。

当 r_i 和 r_r 均足够大时,目标入射波和散射波均可近似为平面电磁波。根据电磁理论可知,电磁波功率密度可表示为其电场矢量的函数^[228],即

$$P_d = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \frac{|\mathbf{E}|^2}{2\eta_0} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{h}^*, \quad |P_d| = \frac{|\mathbf{E}|^2}{2\eta_0} \quad (3-3)$$

式中, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 分别为电场强度和磁场强度, “*” 为复共轭, $\mathbf{e} = \mathbf{E}/|\mathbf{E}|$, $\mathbf{h} = \mathbf{H}/|\mathbf{H}|$, $\eta_0 = 377\Omega$ 为自由空间波阻抗。结合(3-3)式, RCS 可进一步表示为

$$\sigma = \lim_{r_i \rightarrow \infty} 4\pi r_r^2 \cdot |\mathbf{E}_s|^2 / |\mathbf{E}_i|^2 \quad (3-4)$$

式中, \mathbf{E}_s 、 \mathbf{E}_i 分别为散射波和入射波电场强度。

可见,在远场条件下, RCS 仅与入射波和散射波电场强度有关,而与 r_r 无关(因散射场与 r_r 成反比,而与入射场成正比),或 RCS 仅表征了目标散射波与入射波之间的幅度变换特性,但无法体现出入射波极化对 RCS 的影响^[228]。

3.1.2 极化散射矩阵

极化散射矩阵又称为 Sinclair 矩阵,它最早是由 George Sinclair 于 1948 年引入。与雷达散射截面不同,极化散射矩阵完整地表征了雷达目标的电磁散射现象。

第 2 章研究表明,任意单色波的电场矢量均可采用 Jones 矢量表征,而任意 Jones 矢量又可分解为两个相互正交的 Jones 矢量的线性组合,这两个正交 Jones 矢量称为该单色波的极化基。在极化基选定之后,目标入射波和散射波可分别表示为

$$\mathbf{E}^s = E_s^h \mathbf{h}_s + E_s^v \mathbf{v}_s, \quad \mathbf{E}^i = E_i^h \mathbf{h}_i + E_i^v \mathbf{v}_i \quad (3-5)$$

式中, \mathbf{E}^s 为散射波 Jones 矢量, \mathbf{E}^i 为入射波 Jones 矢量, \mathbf{h} 和 \mathbf{v} 为选定的正交极化基。

通常情况下,雷达目标在远场区的电磁散射为一个线性过程。在散射坐标系和极化基选定之后,雷达目标入射波和散射波的各极化分量之间存在线性变换关系,且这种线性变换关系可用一个 2×2 复矩阵表征,即

$$\begin{bmatrix} E_H^v \\ E_V^v \end{bmatrix} = \frac{e^{jkr}}{r} \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_H^i \\ E_V^i \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad \mathbf{E}^v = \frac{e^{jkr}}{r} \mathbf{S} \cdot \mathbf{E}^i \quad (3-6)$$

该式即为雷达目标的极化散射方程。式中 r 为雷达目标与接收天线之间的距离, k 为电磁波的波数, \mathbf{S} 为极化散射矩阵, S_{ij} 为 j 极化方式发射和 i 极化方式接收的复散射系数, 且当 $i=j$ 时, 为同极化项; 当 $i \neq j$ 时, 为正交极化项。

若目标入射波极化记为 p , 散射波极化记为 q , 结合(3-4)和(3-6)式, 极化散射矩阵各元素与目标 RCS 之间存在如下关系:

$$\sigma_{qp} = 4\pi |S_{qp}|^2 \quad (3-7)$$

显然, 与 RCS 一样, 极化散射矩阵不但取决于目标自身的形状、尺寸、结构、材料等物理属性, 而且还和与雷达收发系统之间的相对姿态取向、空间几何位置关系, 以及雷达工作频率等观测条件有关。不仅如此, 考虑到 Jones 矢量各元素取值与极化基有关, 它还依赖于散射坐标的选取。不过, 在给定的观测条件和散射坐标框架下, 极化散射矩阵具有唯一复数形式, 且可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \begin{bmatrix} |S_{HH}| e^{j\phi_{HH}} & |S_{HV}| e^{j\phi_{HV}} \\ |S_{VH}| e^{j\phi_{VH}} & |S_{VV}| e^{j\phi_{VV}} \end{bmatrix} \\ &= e^{j\phi_{HH}} \begin{bmatrix} |S_{HH}| & |S_{VH}| e^{j(\phi_{VH} - \phi_{HH})} \\ |S_{HV}| e^{j(\phi_{HV} - \phi_{HH})} & |S_{VV}| e^{j(\phi_{VV} - \phi_{HH})} \end{bmatrix} = e^{j\phi_{HH}} \tilde{\mathbf{S}} \end{aligned} \quad (3-8)$$

式中, ϕ_{HH} 为矩阵绝对相位, $\tilde{\mathbf{S}}$ 为相对极化散射矩阵。考虑到绝对相位依赖于雷达与目标之间距离, 它不是一个独立参数, 因而极化散射矩阵仅包含七个独立参数: 四个幅度参数 ($|S_{HH}|$ 、 $|S_{HV}|$ 、 $|S_{VH}|$ 及 $|S_{VV}|$) 和三个相位差参数 ($\phi_{HV} - \phi_{HH}$ 、 $\phi_{VH} - \phi_{HH}$ 及 $\phi_{VV} - \phi_{HH}$)。

在单静态互易条件下, 发射天线和接收天线在同一位置, 雷达目标入射波和散射波的 Jones 矢量均采用相同的极化基。极化散射矩阵为对称矩阵 (即 $\mathbf{S}^T = \mathbf{S}$), 它可表示为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} |S_{HH}| e^{j\phi_{HH}} & |S_{HV}| e^{j\phi_{HV}} \\ |S_{HV}| e^{j\phi_{HV}} & |S_{VV}| e^{j\phi_{VV}} \end{bmatrix} = e^{j\phi_{HH}} \begin{bmatrix} |S_{HH}| & |S_{HV}| e^{j(\phi_{HV} - \phi_{HH})} \\ |S_{HV}| e^{j(\phi_{HV} - \phi_{HH})} & |S_{VV}| e^{j(\phi_{VV} - \phi_{HH})} \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

此时, 极化散射矩阵仅有五个独立参数: 三个幅度参数 (即 $|S_{HH}|$ 、 $|S_{HV}|$ 、 $|S_{VV}|$) 和两个相位参数 (即 $\phi_{HV} - \phi_{HH}$ 、 $\phi_{VV} - \phi_{HH}$)。

利用极化散射矩阵, 目标散射 Span 总功率定义为

$$\text{Span} = \text{tr}(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^H) = \text{tr}(\mathbf{G}) = |S_{HH}|^2 + |S_{HV}|^2 + |S_{VH}|^2 + |S_{VV}|^2 \quad (3-10)$$

式中, $\text{tr}(\mathbf{A})$ 为矩阵 \mathbf{A} 的迹运算, \mathbf{G} 为 Graves 功率矩阵, 其定义式为

$$\mathbf{G} = \mathbf{S}^H \mathbf{S} = \begin{bmatrix} |S_{HH}|^2 + |S_{HV}|^2 & S_{HH}^* S_{HV} + S_{VH}^* S_{VV} \\ S_{HV}^* S_{HH} + S_{VV}^* S_{VH} & |S_{VH}|^2 + |S_{VV}|^2 \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

显然, 该矩阵为 Hermitian 矩阵 (即 $\mathbf{G}^H = \mathbf{G}$)。在单静态互易条件下, (3-10) 式分别退化为

$$\text{Span} = |S_{HH}|^2 + 2|S_{HV}|^2 + |S_{VV}|^2 \quad (3-12)$$

3.1.3 散射坐标框架

从前面的讨论可知,极化散射矩阵是目标极化变换特性等的表征,它首先取决于目标自身物理属性,诸如形状、尺寸、结构等;其次,也与雷达观测条件有关,主要包括雷达工作频率、目标与雷达相对姿态和空间几何位置关系等。除此之外,它的具体形式还依赖于散射坐标系和极化基的选取,尽管这并不改变极化散射矩阵包含的目标信息量。

3.1.3.1 极化基选取

理论上讲,电磁波 Jones 矢量的极化基可任意选取,即在电磁波传播截面上任意一对相互正交的极化波均可作为极化基。这意味着,若目标入射波和散射波选取不同的极化基,其相应的极化散射矩阵具体形式是不同的。为了减少数学表征的复杂性及保证极化散射矩阵形式的唯一性,人们通常需对极化基的选取做一些简化处理。

通常情况下,首先在目标位置建立一个笛卡儿全局坐标系 (x, y, z) ,如图 3.1 所示。在该坐标系中,收发天线的坐标位置分别为 (x_r, y_r, z_r) 和 (x_t, y_t, z_t) ;然后在接收(或发射)天线位置沿着与散射波(或入射波)平行的方向 \hat{a}'_r (或 \hat{a}'_t)建立右手局局部坐标系 $(\hat{a}'_r, \hat{a}'_\theta, \hat{a}'_\varphi)$ (或 $(\hat{a}'_t, \hat{a}'_\theta, \hat{a}'_\varphi)$)。其中坐标系中各坐标单位矢量表示为

$$\begin{cases} \hat{a}_r = \sin\theta \cos\varphi \hat{x} + \sin\theta \sin\varphi \hat{y} + \cos\theta \hat{z} \\ \hat{a}_\theta = \cos\theta \cos\varphi \hat{x} + \cos\theta \sin\varphi \hat{y} - \sin\theta \hat{z} \\ \hat{a}_\varphi = -\sin\varphi \hat{x} + \cos\varphi \hat{y} \end{cases} \quad (3-13)$$

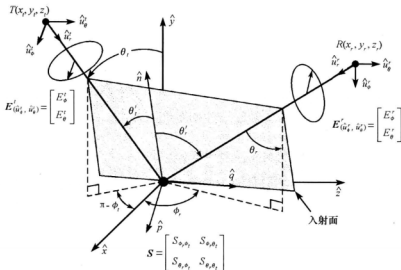


图 3.1 散射坐标系和极化基

若在两个局部坐标系中分别选取 $(\hat{a}_\theta', \hat{a}_\varphi')$ 和 $(\hat{a}_\theta'', \hat{a}_\varphi'')$ 为入射波和散射波的极化基, 则入射波和散射波的 Jones 矢量可分别表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_i = E_{\theta}^s \hat{a}_\theta' + E_{\varphi}^s \hat{a}_\varphi' = [E_{\theta}^s & E_{\varphi}^s]^T \\ \mathbf{E}_r = E_{\theta}^r \hat{a}_\theta'' + E_{\varphi}^r \hat{a}_\varphi'' = [E_{\theta}^r & E_{\varphi}^r]^T \end{cases} \quad (3-14)$$

若忽略(3-6)式中常数项, 则目标极化散射方程可表示为

$$\begin{bmatrix} E_{\theta}^r \\ E_{\varphi}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\theta\theta} & S_{\theta\varphi} \\ S_{\varphi\theta} & S_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\theta}^s \\ E_{\varphi}^s \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

显然, 只要目标与收发天线之间空间位置确定, 那么在全局坐标系中 \hat{a}_θ' 和 \hat{a}_φ' 的关系就能唯一确定。然而, $(\hat{a}_\theta', \hat{a}_\varphi')$ 和 $(\hat{a}_\theta'', \hat{a}_\varphi'')$ 之间仍不存在固有的几何关系, 这使得由(3-15)式定义的极化散射矩阵形式仍不唯一。为此, 人们通常对极化基的选取做如下约定: 若入射平面定义为单位矢量 \hat{a}_θ' 与法线 \hat{n} 所张成的平面, 则令 \hat{a}_θ'' 和 \hat{a}_θ' 共处该入射平面内, 而 \hat{a}_φ'' 和 \hat{a}_φ' 均与入射平面垂直, 如图 3.2 所示。

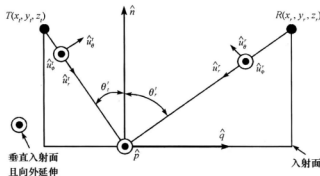


图 3.2 入射波和散射波的极化基之间的关系约定

不过需指出, 从严格意义上讲, 在上述约定下, \hat{a}_θ' 和 \hat{a}_θ'' 一般并不平行, 因而极化散射矩阵主对角线元素并不是同极化通道的, 但通常将这些元素仍称为同极化项, 而 \hat{a}_θ' 与 \hat{a}_φ' (或 \hat{a}_φ'' 和 \hat{a}_θ'') 却相互垂直, 因而非主对角线元素为正交极化项。

3.1.3.2 前向、后向对准约定

极化基选取之后, 根据局部坐标系中 \hat{a} 轴方向与波的方向关系, 有两种散射坐标系选取的可能: 其一为前向散射对准约定(FSA)散射坐标系, 即 \hat{a} 轴方向与电磁波传播方向一致; 其二为后向散射对准约定(BSA)散射坐标系, 即 \hat{a} 轴方向与雷达天线指向一致。

对于前向散射对准约定, 发射天线位置局部坐标系中 \hat{a}_θ' 轴方向与入射电磁波方向相同, 接收天线位置右手局部坐标系中 \hat{a}_θ'' 轴方向与散射回波方向相同。在前文极化基选取约定下, 图 3.3 和 3.4 分别给出了双静态情形和单静态情形的 FSA 散射坐标系。从图中可以看出, 在单静态情形, 收发天线位置的局部坐标系之间关系为: $\hat{a}_\theta'' = \hat{a}_\theta'$, $\hat{a}_\varphi'' = -\hat{a}_\varphi'$ 及 $\hat{a}_\varphi'' = -\hat{a}_\varphi'$ 。

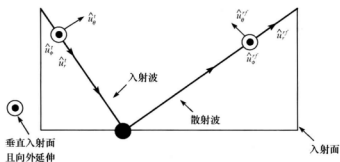


图 3.3 双静态情形前向散射对准约定

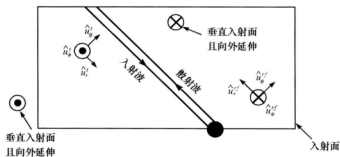


图 3.4 单静态情形前向散射对准约定

对于后向散射对准约定,发射天线位置右手局部坐标系中 \hat{a}_t' 轴方向与发射天线指向相同,接收天线位置右手局部坐标系中 \hat{a}_r' 轴方向与接收天线指向方向相同。在前文极化基选取约定下,图 3.5 和 3.6 分别给出了双静态情形和单静态情形的 BSA 散射坐标系。从图中可以看出,在单静态情形,收发天线位置的右手局部坐标系完全重合。此时,若令 $\mathbf{u}_t' = \mathbf{u}_o' = \mathbf{h}$ 及 $\mathbf{u}_s' = \mathbf{u}_r' = \mathbf{v}$,则在 (\mathbf{h}, \mathbf{v}) 极化基下,极化散射矩阵可表示为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

式中, S_{hh} 和 S_{vv} 为收发天线极化相同(简称为同极化通道)时的复散射系数, S_{hv} 和 S_{vh} 为收发天线极化正交(简称为正交极化通道)时的复散射系数。不过需指出,尽管单静态情形入射波和散射波均采用相同的极化基,但它们极化基的定义方式是不同的:入射波的极化基是在局部右手螺旋坐标系中定义,而散射回波的极化基是在左手螺旋坐标系中定义的。

前面分析表明, FSA 和 BSA 散射坐标系之间的差异在接收天线处局部坐标系。在单静态后向散射情形,两种接收天线处局部坐标系中 \hat{a}_r 与 \hat{a}_ϕ 相差一个负号。采用极化散射矩阵表示,这种差异可表示为

$$\mathbf{S}_{BSA} = \mathbf{A}_{2,1} \mathbf{S}_{FSA} \quad (3-17)$$

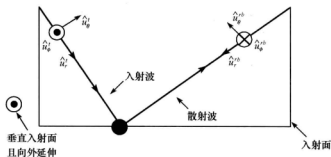


图 3.5 双静态情形后向散射对准约定

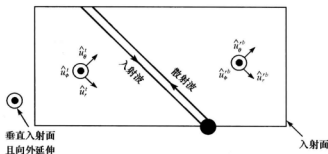


图 3.6 单静态情形后向散射对准约定

式中, S_{FSA} 、 S_{BSA} 分别为 FSA 和 BSA 散射坐标系下的极化散射矩阵, $A_{2,1} = \text{diag}\{-1, 1\}$ 。

3.1.4 极化散射矩阵矢量化

为了便于提取目标信息,通常将极化散射矩阵矢量化,即

$$\mathbf{k} = V(S) = \frac{1}{2} \text{tr}(S \cdot \Psi) = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4]^T \quad (3-18)$$

式中, Ψ 为满足 Hermitian 内积正交的一组复数基矩阵的集合。

极化散射矩阵也可表示为矢量 \mathbf{k} 各元素的函数,即

$$S = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_3 - jk_4 \\ k_3 + jk_4 & k_1 - k_2 \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

可见,两种数学表征是完全等价或可逆的,这说明它们包含了相同的目标信息量,故 \mathbf{k} 通常俗称为目标矢量。截至目前,满足 Hermitian 内积正交,且应用广泛的基矩阵主要有 Pauli 基矩阵和直序排列基矩阵,它们分别为

$$\begin{aligned} \Psi_{4P} &= \{\sigma_{P0}, \sigma_{P1}, \sigma_{P2}, \sigma_{P3}\} \\ &= \sqrt{2} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (3-20)$$

$$\Psi_{4L} = \{\sigma_{10}, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}\} = 2 \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (3-21)$$

式中,系数 $\sqrt{2}$ 和2是确保目标矢量范数或 Span 总功率恒定不变。

在 Ψ_P 和 Ψ_L 两组基矩阵下,极化散射矩阵可分别展开为

$$\mathbf{k}_{4P} = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_{11} + S_{22} \quad S_{11} - S_{22} \quad S_{12} + S_{21} \quad j(S_{12} - S_{21})]^T \quad (3-22)$$

$$\mathbf{k}_{4L} = [S_{11} \quad S_{12} \quad S_{21} \quad S_{22}]^T \quad (3-23)$$

这两列矢量分别称为 Pauli 基目标矢量和直序排列目标矢量。

在单静态后向散射情形,极化散射矩阵为对称的,此时两组基矩阵退化为

$$\Psi_{3P} = \{\sigma_{P0}, \sigma_{P1}, \sigma_{P2}\} = \sqrt{2} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (3-24)$$

$$\Psi_{3L} = \{\sigma_{L0}, \sigma_{L1}, \sigma_{L2}\} = 2 \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (3-25)$$

相应地,Pauli 基目标矢量和直序排列目标矢量也分别退化为

$$\mathbf{k}_{3P} = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_{HH} + S_{VV} \quad S_{HH} - S_{VV} \quad 2S_{HV}]^T \quad (3-26)$$

$$\mathbf{k}_{3L} = [S_{HH} \quad \sqrt{2}S_{HV} \quad S_{VV}]^T \quad (3-27)$$

结合(3-22)式、(3-23)式、(3-26)式和(3-27)式,Pauli 基目标矢量和直序排列目标矢量之间的变换关系可以分别表示为:

双静态情形:

$$\mathbf{k}_{4P} = \mathbf{Q}_4 \mathbf{k}_{4L}, \quad \mathbf{k}_{4L} = \mathbf{Q}_4^H \mathbf{k}_{4P} \quad (3-28)$$

单静态情形:

$$\mathbf{k}_{3P} = \mathbf{Q}_3 \mathbf{k}_{3L}, \quad \mathbf{k}_{3L} = \mathbf{Q}_3^T \mathbf{k}_{3P} \quad (3-29)$$

其中变换矩阵 \mathbf{Q}_4 和 \mathbf{Q}_3 的定义分别为

$$\mathbf{Q}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & j & -j & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (3-30)$$

且这两个变换矩阵还具有如下特性:

$$\mathbf{Q}_4^{-1} = \mathbf{Q}_4^H, \quad \mathbf{Q}_3^{-1} = \mathbf{Q}_3^T$$

3.2 分布式目标极化表征

通常情形,分布式目标可看成是由许多相互独立的、空间随机分布的散射体构成的,其极化散射特性已无法采用极化散射矩阵表征。考虑到这类目标散射波的起伏性可看成一个平稳随机过程,故可采用统计平均的方法加以刻画。为此,本节将引入分布式目标的

Mueller 矩阵、Kennaugh 矩阵、协方差矩阵和相干矩阵等等二阶统计量描述。

3.2.1 Mueller 矩阵

上一节介绍了雷达目标的极化散射矩阵表征,该表征给出了入射波与散射波 Jones 矢量之间的线性关系。由第2章研究可知, Jones 矢量只能用于描述完全极化波,而对于广泛存在的不完全极化波和完全未极化波则需要用 Stokes 矢量来描述。同样,我们也需要用一个矩阵来建立入射波和散射波 Stokes 矢量之间的线性关系,这个矩阵就是 Mueller 矩阵。

在 2.7.1 节中我们已经介绍了极化波的相干矩阵。采用(3-18)式对波的相干矩阵进行直序排列展开,得到极化波的相干矢量:

$$\tilde{C} = \langle E \otimes E^* \rangle \quad (3-31)$$

该矢量为—列四维复列矢量,式中符号“ \otimes ”表示 Kronecker 直积。

若令入射波 Jones 矢量为 E_i , 利用目标极化散射方程和 Kronecker 直积性质(即 $(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD$),并忽略常数项,则散射波的相干矢量可表示为

$$\tilde{C}_i = \langle E_i \otimes E_i^* \rangle = \langle (SE_i) \otimes (SE_i)^* \rangle = \langle (S \otimes S^*)(E_i \otimes E_i^*) \rangle \quad (3-32)$$

注意到极化散射矩阵与入射波 E_i 是不相关的,上式变为

$$\tilde{C}_i = \langle S \otimes S^* \rangle (E_i \otimes E_i^*) = W \tilde{C}_i \quad (3-33)$$

式中, W 为中间矩阵,利用 Kronecker 直积定义,可将其展开为

$$W = \langle S \otimes S^* \rangle = \begin{bmatrix} \langle |S_{HH}|^2 \rangle & \langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle & \langle S_{HV} S_{HH}^* \rangle & \langle |S_{HV}|^2 \rangle \\ \langle S_{HH} S_{VH}^* \rangle & \langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle & \langle S_{HV} S_{VH}^* \rangle & \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle \\ \langle S_{VH} S_{HH}^* \rangle & \langle S_{VH} S_{HV}^* \rangle & \langle S_{VH} S_{VV}^* \rangle & \langle S_{VH} S_{VH}^* \rangle \\ \langle |S_{VH}|^2 \rangle & \langle S_{VH} S_{VV}^* \rangle & \langle S_{VV} S_{VH}^* \rangle & \langle |S_{VV}|^2 \rangle \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

显然,一般情形下,中间矩阵为四维非对称复数矩阵。利用相干矢量与 Stokes 矢量之间的等价关系式(2-60),并结合(3-34)式,目标入射波与散射波 Stokes 矢量之间的线性变换关系为

$$g_s = R \tilde{C}_i = RWR^{-1} g_i = M g_i \quad (3-35)$$

式中, M 即为目标的 Mueller 矩阵,其定义为

$$M = RWR^{-1} \quad (3-36)$$

显然 Mueller 矩阵为中间矩阵 W 的相似变换,说明两者存在着等价关系。尽管中间矩阵 W 为非对称复数矩阵,但 Mueller 矩阵却为非对称实矩阵,其证明过程如下:

根据中间矩阵 W 定义式(3-34),它具有如下性质:

$$PWP^* = W^* \quad (3-37)$$

也就是说,置换 W 第二、三行和第二、三列等效于对 W 进行共轭运算。利用该性质有

$$M^* = R^* W^* (R^{-1})^* = R^* PWP^* (R^{-1})^* = R^* PR^{-1} MRP^* (R^{-1})^* \quad (3-38)$$

将 P 和 R 之间的关系 $R^* PR^{-1} = I$ 代入(3-38)式,有 $M^* = M$,故 M 为实矩阵。

接下来,利用反证法阐明 M 仍为非对称矩阵。若假设 M 为对称矩阵,利用(3-36)式有

$$M = M^T \Rightarrow RWR^{-1} = R^{-T}W^TR^T \Rightarrow W^T = R^TRWR^{-1}R^{-T} = PWP^{-1} = PWP^* \quad (3-39)$$

由此, $W^T = W^*$, 这显然与(3-34)式相矛盾。故该假设不成立, M 为非对称矩阵。

与极化散射矩阵一样, Mueller 矩阵不仅依赖于目标自身物理属性,而且还与雷达观测条件、散射坐标框架选取有关。但是,需特别说明,上述 Mueller 矩阵定义式适用于 FSA 和 BSA 两种情形,差别仅在于 S 、 W 和 M 下标不同。

为了推导 FSA 和 BSA 下 Mueller 矩阵之间的相互关系,首先定义以下对角矩阵:

$$\begin{cases} \Lambda_{4,23} = \text{diag}\{1, -1, -1, 1\} \\ \Lambda_{4,34} = \text{diag}\{1, 1, -1, -1\} \end{cases} \quad (3-40)$$

利用 BSA 和 FSA 下极化散射矩阵之间关系,BSA 和 FSA 下中间矩阵之间的关系为

$$W_{\text{BSA}} = S_{\text{BSA}} \otimes S_{\text{BSA}}^* = (\Lambda_{2,1} S_{\text{FSA}}) \otimes (\Lambda_{2,1} S_{\text{FSA}}^*) = \Lambda_{4,23} W_{\text{FSA}} \quad (3-41)$$

也就是说,两种约定下中间矩阵的第二、三行元素相差一个负号。

利用 Mueller 矩阵与中间矩阵之间的关系(3-36)式,FSA 和 BSA 下 Mueller 矩阵之间的相互关系表示为

$$M_{\text{BSA}} = RW_{\text{BSA}}R^{-1} = R\Lambda_{4,23}W_{\text{FSA}}R^{-1} = R\Lambda_{4,23}R^{-1}M_{\text{FSA}} = \Lambda_{4,34}M_{\text{FSA}} \quad (3-42)$$

也就是说,两种约定下 Mueller 矩阵的第三、四行元素相差一个负号。

3.2.2 Kennenough 矩阵

上一节详细讨论了 Mueller 矩阵,并针对它给出了目标入射波和散射波 Stokes 矢量之间的线性变换关系。本节将着重考虑雷达接收功率与收发天线极化的依赖关系,并由此导出目标 Kennenough 矩阵表征。

由 2.8 节讨论可知,当某一平面单色波 E_i 照射到一个有效长度为 h_i 的天线时,结合目标极化散射方程,天线输出端口感应电压为

$$V = h_i^T E_i = \frac{1}{\sqrt{4\pi r}} e^{-jk_r} h_i^T S E_i \quad (3-43)$$

需特别说明,上式中 h_i 和 E_i 需在同一种散射坐标系和极化基中定义,且该散射坐标系通常是以接收天线处为坐标原点,沿着天线指向的右手螺旋坐标系,如图 3.6 所示。这显然符合后向散射对准约定。

若入射波 E_i 表示为发射天线有效长度 h_t 的函数,即

$$E_i = \frac{jZ_0 I}{2\lambda r_i} e^{-jk_r} h_t \quad (3-44)$$

将其代入(3-43)式,并忽略阻抗失配问题,天线接收功率与开路电压成正比,即

$$P = |V|^2 = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_i^2 r^2} |h_i^T S h_t|^2 \quad (3-45)$$

该式反映了天线接收功率对收发天线极化的依赖关系,可称为雷达极化方程。

由于分布式目标可看成是由许多相互独立的、在空间上随机分布的非相干散射中心构成,那么其天线接收功率等于这些散射中心天线接收功率的非相干叠加,即

$$P = |V|^2 = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2} \langle |h^T E_s|^2 \rangle = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2} \langle |h^T S h_i|^2 \rangle \quad (3-46)$$

利用 Kronecker 直积性质:

$$(1) A \otimes B = AB;$$

$$(2) (A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD;$$

$$(3) A^T \otimes B^T = (A \otimes B)^T.$$

上式可变为

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2} (h^T S h_i) \otimes (h_i^H S^* h_i^*) = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2} \tilde{C}_h^T W \tilde{C}_i \quad (3-47)$$

式中, \tilde{C}_i 和 \tilde{C}_h 分别为发射天线和接收天线的相干矢量。

利用波的相干矢量与 Stokes 矢量之间关系,上式进一步变为

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2} g_i^T R^* W R^{-1} g_i = \frac{Z_0^2 I^2}{256\pi R_a \lambda^2 r_1^2} g_i^T K g_i \quad (3-48)$$

该式就是天线接收功率与收发天线极化 Stokes 矢量之间的依赖关系式,式中 K 为 Kennaugh 矩阵,其定义为

$$K = 2R^* W R^{-1} \quad (3-49)$$

显然, Kennaugh 矩阵为中间矩阵的相合变换,说明两者是等价关系。在互易条件下, Kennaugh 矩阵为实对称矩阵。因为

$$\begin{aligned} K^* &= 2R W^* (R^{-1})^* = 2R P W P^* (R^{-1})^* \\ &= R P (R^*)^{-1} K R P^* (R^{-1})^* \end{aligned} \quad (3-50)$$

将 P 和 R 之间的关系 $R P (R^*)^{-1} = R P^* (R^{-1})^* = I$ 代入式(3-50),有 $K^* = K$,说明 K 为实数矩阵。接下来证明 K 为对称矩阵。对 K 转置运算,得

$$K^T = 2(R^{-1})^T W^T R^H = 2(R^{-1})^T \langle S^T \otimes S^H \rangle R^H \quad (3-51)$$

在互易条件下,极化散射矩阵为对称矩阵,即 $S = S^T$ 。同时利用 R 的性质,上式变为

$$K^T = 2R^* \langle S \otimes S^* \rangle R^{-1} = 2R^* W R^{-1} \quad (3-52)$$

显然 $K^T = K$,说明 K 也为对称矩阵。

综上所述, Kennaugh 矩阵为实对称矩阵得证。

3.2.3 协方差矩阵

前文介绍的两种分布式目标极化表征均为实数矩阵,尽管有利于数学运算处理,但不利于目标物理散射特性分析,因为无论是 Mueller 矩阵,还是 Kennaugh 矩阵,其矩阵元素均难与某种测量数据或电磁散射结果相对应。为此,本节将引入分布式目标新的极化表征。

在双静态情形下,极化散射矩阵为非对称矩阵。若令收发天线 Jones 矢量分别为

$$\mathbf{h}_r = [h_{r1} \ h_{r2}]^T, \quad \mathbf{h}_t = [h_{t1} \ h_{t2}]^T \quad (3-53)$$

将它们代入(3-43)式,并忽略常数,天线输出端口感应电压可展开为

$$V = \mathbf{h}_r^T \mathbf{S} \mathbf{h}_t = S_{11} h_{r1} h_{t1} + S_{12} h_{r1} h_{t2} + S_{21} h_{r2} h_{t1} + S_{22} h_{r2} h_{t2} = \mathbf{H}_4^T \mathbf{k}_{4L} \quad (3-54)$$

式中, \mathbf{k}_{4L} 为直序排列目标矢量, \mathbf{H}_4 为天线极化状态的函数,其定义为

$$\mathbf{H}_4 = \mathbf{h}_r \otimes \mathbf{h}_t = [h_{r1} h_{t1} \ h_{r1} h_{t2} \ h_{r2} h_{t1} \ h_{r2} h_{t2}]^T \quad (3-55)$$

显然 \mathbf{H}_4 不是天线极化的相干矢量,因为它等于收发天线有效长度的 Kronecker 直积。

若将(3-55)式代入(3-46)式,并忽略中间推导过程,天线接收功率与收发天线极化之间的依赖关系的第二种表达式为

$$\begin{aligned} P &= \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \langle (\mathbf{h}_r^T \mathbf{S} \mathbf{h}_t) (\mathbf{h}_t^H \mathbf{S}^H \mathbf{h}_r^*) \rangle = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \langle (\mathbf{H}_4^T \mathbf{k}_{4L}) (\mathbf{H}_4^T \mathbf{k}_{4L})^H \rangle \\ &= \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{H}_4^T \langle \mathbf{k}_{4L} \mathbf{k}_{4L}^H \rangle \mathbf{H}_4^* = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{H}_4^T \mathbf{C}_4 \mathbf{H}_4^* \end{aligned} \quad (3-56)$$

式中, \mathbf{C}_4 为双静态情形目标协方差矩阵,其定义为

$$\mathbf{C}_4 = \langle \mathbf{k}_{4L} \mathbf{k}_{4L}^H \rangle = \begin{bmatrix} \langle |S_{IH}|^2 \rangle & \langle S_{IH} S_{IV}^* \rangle & \langle S_{IH} S_{VH}^* \rangle & \langle S_{IH} S_{VV}^* \rangle \\ \langle S_{IV} S_{IH}^* \rangle & \langle |S_{IV}|^2 \rangle & \langle S_{IV} S_{VH}^* \rangle & \langle S_{IV} S_{VV}^* \rangle \\ \langle S_{VH} S_{IH}^* \rangle & \langle S_{VH} S_{IV}^* \rangle & \langle |S_{VH}|^2 \rangle & \langle S_{VH} S_{VV}^* \rangle \\ \langle S_{VV} S_{IH}^* \rangle & \langle S_{VV} S_{IV}^* \rangle & \langle S_{VV} S_{VH}^* \rangle & \langle |S_{VV}|^2 \rangle \end{bmatrix} \quad (3-57)$$

显然,协方差矩阵 \mathbf{C}_4 实质等于分布式目标所有子散射体的直序排列目标矢量与其共轭转置之积的集合平均。尽管它与中间矩阵 \mathbf{W} 各元素均为极化散射矩阵元素二阶统计量,且所包含的元素及个数相同,但在矩阵中相同元素的对应位置却并不完全相同。

在单静态互易情形,极化散射矩阵为对称的。类似地,天线输出端口感应电压可展开为

$$V = \mathbf{h}_r^T \mathbf{S} \mathbf{h}_t = S_{IH} h_{r1} h_{t1} + S_{IV} (h_{r1} h_{t2} + h_{r2} h_{t1}) + S_{VV} h_{r2} h_{t2} = \mathbf{H}_3^T \mathbf{k}_{3L} \quad (3-58)$$

式中, \mathbf{k}_{3L} 为直序展开目标矢量, \mathbf{H}_3 为收发天线极化的函数,其定义为

$$\mathbf{H}_3 = [h_{r1} h_{t1} \ (h_{r1} h_{t2} + h_{r2} h_{t1})/\sqrt{2} \ h_{r2} h_{t2}]^T \quad (3-59)$$

显然, \mathbf{H}_3 不是天线极化的相干矢量,它与 \mathbf{H}_4 之间也没有直接数学联系。

同样,将(3-59)式代入(3-46)式,并忽略中间推导过程,互易条件下天线接收功率为

$$\begin{aligned} P &= \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \langle (\mathbf{h}_r^T \mathbf{S} \mathbf{h}_t) (\mathbf{h}_t^H \mathbf{S}^H \mathbf{h}_r^*) \rangle = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \langle (\mathbf{H}_3^T \mathbf{k}_{3L}) (\mathbf{H}_3^T \mathbf{k}_{3L})^H \rangle \\ &= \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{H}_3^T \langle \mathbf{k}_{3L} \mathbf{k}_{3L}^H \rangle \mathbf{H}_3^* = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{H}_3^T \mathbf{C}_3 \mathbf{H}_3^* \end{aligned} \quad (3-60)$$

式中, \mathbf{C}_3 为单静态协方差矩阵,定义为

$$\mathbf{C}_3 = \langle \mathbf{k}_{3L} \mathbf{k}_{3L}^H \rangle = \begin{bmatrix} \langle |S_{IH}|^2 \rangle & \sqrt{2} \langle S_{IH} S_{IV}^* \rangle & \langle S_{IH} S_{VV}^* \rangle \\ \sqrt{2} \langle S_{IV} S_{IH}^* \rangle & 2 \langle |S_{IV}|^2 \rangle & \sqrt{2} \langle S_{IV} S_{VV}^* \rangle \\ \langle S_{VV} S_{IH}^* \rangle & \sqrt{2} \langle S_{VV} S_{IV}^* \rangle & \langle |S_{VV}|^2 \rangle \end{bmatrix} \quad (3-61)$$

(3-61)式就是单静态情形协方差矩阵表征的天线接收功率。根据(3-61)式可以看出, C_3 也为极化散射矩阵元素的二阶统计量,但它与 C_4 不存在直接数学联系。

3.2.4 相干矩阵

类似于协方差矩阵定义方式,也可采用 Pauli 基目标矢量定义相干矩阵。由于 Pauli 基目标矢量各元素与实际的电磁散射结果相近,采用相干矩阵能更好地解释目标散射机理。

利用直序排列目标矢量和 Pauli 基目标矢量之间的关系,天线接收电压还可表示为

$$V = \mathbf{h}_i^T \mathbf{S} \mathbf{h}_i = \mathbf{H}_4^T \mathbf{k}_{4L} = \mathbf{H}_4^T \mathbf{Q}_4^H \mathbf{k}_{4P} = \mathbf{L}_4^T \mathbf{k}_{4P} \quad (3-62)$$

式中, \mathbf{k}_{4P} 为 Pauli 基目标矢量, \mathbf{L}_4 为天线极化状态的函数,其定义形式为

$$\mathbf{L}_4 = \mathbf{Q}_4^* \mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} h_{r1} h_{rl} + h_{r2} h_{rl} & h_{r1} h_{rl} - h_{r2} h_{rl} & h_{r1} h_{r2} + h_{r2} h_{rl} & -j(h_{r1} h_{r2} - h_{r2} h_{rl}) \end{bmatrix}^T \quad (3-63)$$

将(3-62)式代入(3-46)式,并忽略中间推导过程,天线接收功率的第三种表达式为

$$\begin{aligned} P &= \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_0 \lambda^3 r_1^2} \langle (\mathbf{L}_4^T \mathbf{k}_{4P}) (\mathbf{L}_4^T \mathbf{k}_{4P})^H \rangle = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_0 \lambda^3 r_1^2} \mathbf{L}_4^T \langle \mathbf{k}_{4P} \mathbf{k}_{4P}^H \rangle \mathbf{L}_4^* \\ &= \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_0 \lambda^3 r_1^2} \mathbf{L}_4^T \mathbf{T}_4 \mathbf{L}_4^* \end{aligned} \quad (3-64)$$

式中, \mathbf{T}_4 为四维相干矩阵,其定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_4 &= \langle \mathbf{k}_{4P} \mathbf{k}_{4P}^H \rangle \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \langle |S_{IH} + S_{VV}|^2 \rangle & \langle (S_{IH} + S_{VV})(S_{IH} - S_{VV})^* \rangle \\ \langle (S_{IH} - S_{VV})(S_{IH} + S_{VV})^* \rangle & \langle |S_{IH} - S_{VV}|^2 \rangle \\ \langle (S_{HV} + S_{VH})(S_{IH} + S_{VV})^* \rangle & \langle (S_{HV} + S_{VH})(S_{IH} - S_{VV})^* \rangle \\ -j\langle (S_{HV} - S_{VH})(S_{IH} + S_{VV})^* \rangle & -j\langle (S_{HV} - S_{VH})(S_{IH} - S_{VV})^* \rangle \\ \langle (S_{IH} + S_{VV})(S_{HV} + S_{VH})^* \rangle & -j\langle (S_{IH} + S_{VV})(S_{HV} - S_{VH})^* \rangle \\ \langle (S_{IH} - S_{VV})(S_{HV} + S_{VH})^* \rangle & -j\langle (S_{IH} - S_{VV})(S_{HV} - S_{VH})^* \rangle \\ \langle |S_{HV} + S_{VH}|^2 \rangle & -j\langle (S_{HV} + S_{VH})(S_{HV} - S_{VH})^* \rangle \\ j\langle (S_{HV} - S_{VH})(S_{HV} + S_{VH})^* \rangle & \langle |S_{HV} - S_{VH}|^2 \rangle \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-65)$$

显然,相干矩阵 \mathbf{T}_4 实质等于分布式目标所有子散射体的 Pauli 基目标矢量与其共轭转置之积的集合平均。考虑到它与协方差矩阵之间线性关系,它与中间矩阵包含的信息量完全相同。

在单静态互易情形下,极化散射矩阵是对称的。同样,利用直序排列目标矢量和 Pauli 基目标矢量之间关系,即 $\mathbf{k}_{3L} = \mathbf{Q}_3^T \mathbf{k}_{3P}$,接收电压可表示为

$$V = \mathbf{h}_i^T \mathbf{S} \mathbf{h}_i = \mathbf{H}_3^T \mathbf{k}_{3L} = \mathbf{H}_3^T \mathbf{Q}_3^T \mathbf{k}_{3P} = \mathbf{L}_3^T \mathbf{k}_{3P} \quad (3-66)$$

式中, \mathbf{k}_{3P} 为互易情形 Pauli 基目标矢量, \mathbf{L}_3 为天线极化状态函数,其定义形式为

$$\mathbf{L}_3 = \mathbf{Q}_3 \mathbf{H}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} h_{r1} h_{t1} + h_{r2} h_{t2} & h_{r1} h_{t1} - h_{r2} h_{t2} & h_{r1} h_{t2} + h_{r2} h_{t1} \end{bmatrix}^T \quad (3-67)$$

同样,将(3-66)式代入(3-46)式,并忽略中间推导过程,互易条件下天线接收功率为

$$\begin{aligned} P &= \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \langle (\mathbf{h}_t^T \mathbf{S} \mathbf{h}_t) (\mathbf{h}_t^H \mathbf{S}^H \mathbf{h}_t^*) \rangle = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \langle (\mathbf{H}_3^T \mathbf{X}_3) (\mathbf{H}_3^T \mathbf{X}_3)^H \rangle \\ &= \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{L}_3^T \langle \mathbf{k}_{3p} \mathbf{k}_{3p}^H \rangle \mathbf{L}_3^* = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{L}_3^T \mathbf{T}_3 \mathbf{L}_3^* \end{aligned} \quad (3-68)$$

式中, \mathbf{T}_3 为三维相干矩阵, 定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_3 &= \langle \mathbf{k}_{3p} \mathbf{k}_{3p}^H \rangle \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \langle |\mathbf{S}_{IH} + \mathbf{S}_{VH}|^2 \rangle & \langle (\mathbf{S}_{IH} + \mathbf{S}_{VH})(\mathbf{S}_{IH} - \mathbf{S}_{VH})^* \rangle & 2\langle (\mathbf{S}_{IH} + \mathbf{S}_{VH})\mathbf{S}_{HV}^* \rangle \\ \langle (\mathbf{S}_{IH} - \mathbf{S}_{VH})(\mathbf{S}_{IH} + \mathbf{S}_{VH})^* \rangle & \langle |\mathbf{S}_{IH} - \mathbf{S}_{VH}|^2 \rangle & 2\langle (\mathbf{S}_{IH} - \mathbf{S}_{VH})\mathbf{S}_{HV}^* \rangle \\ 2\langle \mathbf{S}_{HV}(\mathbf{S}_{IH} + \mathbf{S}_{VH})^* \rangle & 2\langle \mathbf{S}_{HV}(\mathbf{S}_{IH} - \mathbf{S}_{VH})^* \rangle & 4\langle |\mathbf{S}_{HV}|^2 \rangle \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-69)$$

(3-69)式就是单静态情形相干矩阵表征的天线接收功率。需指出:

(1)由于 \mathbf{T}_a 和 \mathbf{T}_3 维数不同,因而两者不存在直接数学联系。但是,根据它们的定义形式,两者矩阵元素之间存在线性关系。

(2)由于 Pauli 基目标矢量各元素具有一定的物理含义,这使得相干矩阵在分析目标散射特性方面更具优势。

3.3 不同极化表征之间的数学关系

上一节从雷达极化中两个基本方程出发,分别导出了目标的四种极化表征,即极化散射矩阵、Mueller 矩阵、Kennaugh 矩阵、协方差矩阵和相干矩阵。尽管这些极化表征的数学定义式各不相同,但在数学上是等价的,本节将给出它们相互之间的数学变换关系。

3.3.1 Mueller 矩阵与极化散射矩阵

对于 Mueller 矩阵来说,若令

$$\mathbf{M} = [\mathbf{m}_{ij}]_{4 \times 4} \quad (3-70)$$

利用 Mueller 矩阵的定义式(3-36),则 Mueller 矩阵元素的表达式为

$$\begin{cases}
m_{00} = \frac{1}{2} (\langle |S_{HH}|^2 \rangle + \langle |S_{HV}|^2 \rangle + \langle |S_{VH}|^2 \rangle + \langle |S_{VV}|^2 \rangle) \\
m_{01} = \frac{1}{2} (\langle |S_{HH}|^2 \rangle - \langle |S_{HV}|^2 \rangle + \langle |S_{VH}|^2 \rangle - \langle |S_{VV}|^2 \rangle) \\
m_{02} = \text{Re}\{\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle + \langle S_{VH} S_{VV}^* \rangle\} \\
m_{03} = \text{Im}\{\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle + \langle S_{VH} S_{VV}^* \rangle\} \\
m_{10} = \frac{1}{2} (\langle |S_{HH}|^2 \rangle + \langle |S_{HV}|^2 \rangle - \langle |S_{VH}|^2 \rangle - \langle |S_{VV}|^2 \rangle) \\
m_{11} = \frac{1}{2} (\langle |S_{HH}|^2 \rangle - \langle |S_{HV}|^2 \rangle - \langle |S_{VH}|^2 \rangle + \langle |S_{VV}|^2 \rangle) \\
m_{12} = \text{Re}\{\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle - \langle S_{VH} S_{VV}^* \rangle\} \\
m_{13} = \text{Im}\{\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle - \langle S_{VH} S_{VV}^* \rangle\} \\
m_{20} = \text{Re}\{\langle S_{HH} S_{VH}^* \rangle + \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle\} \\
m_{21} = \text{Re}\{\langle S_{HH} S_{VH}^* \rangle - \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle\} \\
m_{22} = \text{Re}\{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle + \langle S_{HV} S_{VH}^* \rangle\} \\
m_{23} = \text{Im}\{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle + \langle S_{VH} S_{HV}^* \rangle\} \\
m_{30} = -\text{Im}\{\langle S_{HH} S_{VH}^* \rangle + \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle\} \\
m_{31} = -\text{Im}\{\langle S_{HH} S_{VH}^* \rangle - \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle\} \\
m_{32} = -\text{Im}\{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle - \langle S_{VH} S_{HV}^* \rangle\} \\
m_{33} = \text{Re}\{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle - \langle S_{HV} S_{VH}^* \rangle\}
\end{cases} \quad (3-71)$$

该式表明, Mueller 矩阵每个元素均为实数, 并且都是极化散射矩阵元素的非线性函数。

考虑到分布式目标是由许多相互独立的、非相干散射中心在空间上的随机分布构成, 其散射回波则是由这些散射中心的散射回波相干叠加而成。若令目标子散射体个数为 N , 那么该目标散射波可表示成

$$\mathbf{g}_s = \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_s = \sum_{i=1}^N (\mathbf{M}_i \mathbf{g}_i) = \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{M}_i \right) \mathbf{g}_i = \mathbf{M} \mathbf{g}_i \quad (3-72)$$

式中, \mathbf{g}_i 和 \mathbf{g}_s 分别为入射波和第 i 个子散射体的散射波, \mathbf{M}_i 为第 i 个子散射体的 Mueller 矩阵, \mathbf{M} 为目标 Mueller 矩阵, 其定义为

$$\mathbf{M} = \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{M}_i \right) \quad (3-73)$$

该式表明, 目标 Mueller 矩阵等于各子散射体 Mueller 矩阵的线性合成。由此, 若将(3-71)式中集合平均运算符号“ $\langle \cdot \rangle$ ”删除, 就能得到每个子散射体 Mueller 矩阵元素的表达式。

考虑到每个子散射体对应一个极化散射矩阵, 且极化散射矩阵有七个独立参数(不考虑绝对相位), 子散射体 Mueller 矩阵十六个元素之间必有九个关系式存在, 它们分别为

$$\begin{cases}
 (m_{00} - m_{11})^2 - (m_{01} - m_{10})^2 = (m_{22} - m_{33})^2 + (m_{23} - m_{32})^2 \\
 m_{02} m_{12} + m_{03} m_{13} = m_{00} m_{10} - m_{01} m_{11} \\
 m_{20} m_{21} + m_{30} m_{31} = m_{00} m_{01} - m_{10} m_{11} \\
 m_{02} m_{03} - m_{12} m_{13} = m_{22} m_{23} + m_{32} m_{33} \\
 m_{20} m_{30} - m_{31} m_{31} = m_{22} m_{32} + m_{23} m_{33} \\
 m_{02}^2 + m_{12}^2 + m_{03}^2 + m_{13}^2 = m_{00}^2 - m_{01}^2 + m_{10}^2 - m_{11}^2 \\
 m_{20}^2 + m_{21}^2 + m_{30}^2 + m_{31}^2 = m_{00}^2 + m_{01}^2 - m_{10}^2 - m_{11}^2 \\
 m_{02}^2 - m_{12}^2 - m_{03}^2 + m_{13}^2 = m_{22}^2 - m_{23}^2 + m_{32}^2 - m_{33}^2 \\
 m_{20}^2 - m_{21}^2 - m_{30}^2 + m_{31}^2 = m_{22}^2 + m_{23}^2 - m_{32}^2 - m_{33}^2
 \end{cases} \quad (3-74)$$

可以看出,这九个关系是非线性的,而且是彼此独立的。这意味着(3-73)式的线性关系在(3-74)式中不再保持。因此,分布式目标 Mueller 矩阵通常有十六个独立变量,这显然不可能由仅有七个独立变量的极化散射矩阵完全表征。

在单静态互易情形,极化散射矩阵为对称矩阵,即 $S_{HV} = S_{VH}$ 。由(3-71)式, Mueller 矩阵元素与极化散射矩阵元素之间关系可简化为

$$\begin{cases}
 m_{00} = \frac{1}{2} (\langle |S_{HH}|^2 \rangle + 2\langle |S_{HV}|^2 \rangle + \langle |S_{VV}|^2 \rangle) \\
 m_{01} = \frac{1}{2} (\langle |S_{HH}|^2 \rangle - \langle |S_{VV}|^2 \rangle) \\
 m_{02} = \text{Re}\{\langle (S_{HH} + S_{VV}) S_{HV}^* \rangle\} \\
 m_{03} = \text{Im}\{\langle (S_{HH} - S_{VV}) S_{HV}^* \rangle\} \\
 m_{10} = m_{12} \\
 m_{11} = \frac{1}{2} (\langle |S_{HH}|^2 \rangle - 2\langle |S_{HV}|^2 \rangle + \langle |S_{VV}|^2 \rangle) \\
 m_{12} = \text{Re}\{\langle (S_{HH} - S_{VV}) S_{HV}^* \rangle\} \\
 m_{13} = \text{Im}\{\langle (S_{HH} + S_{VV}) S_{HV}^* \rangle\} \\
 m_{20} = m_{13} \\
 m_{32} = m_{23} \\
 m_{22} = \text{Re}\{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle\} + \langle |S_{HV}|^2 \rangle \\
 m_{23} = \text{Im}\{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle\} \\
 m_{30} = -m_{03} \\
 m_{31} = -m_{13} \\
 m_{32} = -m_{23} \\
 m_{33} = \text{Re}\{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle\} - \langle |S_{HV}|^2 \rangle
 \end{cases} \quad (3-75)$$

显然, Mueller 矩阵十六个元素之间存在六个直接的相等关系。除此之外,考虑到互易情形每个子散射体的极化散射矩阵仅有五个独立参数, Mueller 矩阵剩余的十个变量之间必存在着五个关系式。由(3-75)式可知,这五个关系式分别为

$$\begin{cases} m_{00} = m_{11} + m_{22} - m_{33} \\ m_{02} m_{12} + m_{03} m_{13} = m_{01} (m_{00} - m_{11}) \\ m_{02} m_{03} - m_{12} m_{13} = m_{23} (m_{22} - m_{33}) \\ m_{02}^2 + m_{03}^2 + m_{12}^2 + m_{13}^2 = m_{00}^2 - m_{11}^2 \\ m_{02}^2 - m_{03}^2 - m_{12}^2 + m_{13}^2 = m_{22}^2 - m_{33}^2 \end{cases} \quad (3-76)$$

上式中除第一个关系式为线性的之外,其余4个均为非线性的。

3.3.2 Kennaugh 矩阵与 Mueller 矩阵

前文讨论了 Mueller 矩阵与极化散射矩阵间的关系,采用类似的思路也可讨论 Kennaugh 矩阵与极化散射矩阵之间的关系。为了避免累赘,这里不予讨论,而直接讨论 Kennaugh 矩阵与 Mueller 矩阵之间关系。

结合(3-46)式、Kronecker 直积性质和 Stokes 矢量与波的相干矢量之间的关系,天线接收功率还可表示为

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} (\mathbf{h}_r \otimes \mathbf{h}_r^*)^T \langle \mathbf{E}_r \otimes \mathbf{E}_r^* \rangle = \frac{Z_0^2 I^2}{256\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{g}_r^T \mathbf{A}_{4,4} \mathbf{g}_r \quad (3-77)$$

式中 $\mathbf{A}_{4,4} = \text{diag}\{1, 1, 1, -1\}$ 。需特别说明,天线接收功率需在后向散射对准约定下讨论。也就是说,(3-77)式中 \mathbf{h}_r 与 \mathbf{E}_r (或 \mathbf{g}_r 与 \mathbf{g}_r) 具有相同的极化基。

在 BSA 下,假设入射波 $\mathbf{g}_i = \mathbf{g}_t$,且目标 Mueller 矩阵记为 \mathbf{M}_{BSA} ,则根据目标极化散射方程((3-35)式),目标散射波 Stokes 矢量可表示为

$$\mathbf{g}_{bs} = \mathbf{M}_{\text{BSA}} \mathbf{g}_t \quad (3-78)$$

考虑后向散射对准约定下 \mathbf{g}_{bs} 和 \mathbf{g}_r 极化基相同,故可直接将(3-78)式代入(3-77)式得

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{256\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{g}_r^T \mathbf{A}_{4,4} \mathbf{g}_t = \frac{Z_0^2 I^2}{256\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{g}_r^T \mathbf{A}_{4,4} \mathbf{M}_{\text{BSA}} \mathbf{g}_t = \frac{Z_0^2 I^2}{256\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{g}_r^T \mathbf{K} \mathbf{g}_t \quad (3-79)$$

显然,此时 Kennaugh 矩阵与 BSA 下 Mueller 矩阵之间的关系式为

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}_{4,4} \mathbf{M}_{\text{BSA}} \quad (3-80)$$

利用 FSA 和 BSA 下, Mueller 矩阵之间的关系式(3-42),且 FSA 下 Mueller 矩阵记为 \mathbf{M}_{FSA} ,那么 Kennaugh 矩阵与 FSA 下 Mueller 矩阵之间关系为

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}_{4,3} \mathbf{M}_{\text{FSA}} \quad (3-81)$$

式中 $\mathbf{A}_{4,3} = \text{diag}\{1, 1, -1, 1\}$ 。

由以上推导可知, Mueller 矩阵与 Kennaugh 矩阵之间仅相差一个常数系数矩阵,且两者均为实数矩阵。尽管如此,但它们仍存在以下四个不同:

(1)物理意义不同: Mueller 矩阵将目标入射波与散射波的 Stokes 矢量联系起来,而 Kennaugh 矩阵则反映了雷达接收功率与收发天线极化之间的依赖关系。

(2)定义形式不同:尽管它们均为中间矩阵 W 的函数,但 Mueller 矩阵为 W 的相似变换,而 Kennaugh 矩阵为 W 的相合变换。

(3)散射坐标不同:Mueller 矩阵的导出与散射对准约定无关,或前向、后向散射对准约定均可以,而 Kennaugh 矩阵是在后向散射对准约定下导出的。

(4)对称与否不同:无论在什么情形下,Mueller 矩阵均为非对称实数矩阵,而 Kennaugh 矩阵在单静态互易情形为对称矩阵。

3.3.3 协方差矩阵与相干矩阵

根据前文研究可知,协方差矩阵、相干矩阵是目标的两种复数矩阵极化表征,它们均根据目标矢量定义的,与极化散射矩阵各元素关系可由(3-57)式、(3-61)式、(3-65)式和(3-69)式表示。为此,这里也不再重复,直接讨论协方差矩阵与相干矩阵之间关系。

这两个矩阵分别采用直序排列目标矢量和 Pauli 基目标矢量定义,推导它们之间的数学关系可依据两列目标矢量之间关系式。即结合(3-57)式、(3-65)式和(3-28)式,双静态情形相干矩阵与协方差矩阵之间的关系可表示为

$$T_4 = Q_4 C_4 Q_4^H \quad \text{或} \quad C_4 = Q_4^H T_4 Q_4 \quad (3-82)$$

类似地,结合(3-61)式、(3-69)式和(3-29)式,单静态情形相干矩阵与协方差矩阵之间的关系可表示为

$$T_3 = Q_3 C_3 Q_3^T \quad \text{或} \quad C_3 = Q_3^T T_3 Q_3 \quad (3-83)$$

结合(3-82)式、(3-83)式及 3.2 节研究可得出如下结论:

(1)这两个复数矩阵互为对方的相似变换,且变换矩阵为一常数矩阵 Q_4 (或 Q_3),说明 2 个矩阵的元素之间为线性关系。

(2)尽管三维目标矢量可看成是四维目标矢量退化而来,且它们具有相同的元素,但两者却无法建立矢量之间的数学联系,这使得 T_4 与 T_3 、 C_4 与 C_3 、 T_3 与 C_4 、 T_4 与 C_3 均无法直接建立联系。

(3)从 T_4 和 T_3 形式可知, T_3 是 T_4 左上角的子矩阵块,即

$$T_4 = \begin{bmatrix} T_3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-84)$$

这样 C_3 可通过 T_3 分别与 T_4 、 C_4 间接建立联系。结合(3-82)式和(3-83)式有

$$T_4 = \begin{bmatrix} Q_3 C_3 Q_3^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{和} \quad C_4 = Q_4^H \begin{bmatrix} Q_3 C_3 Q_3^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Q_4 \quad (3-85)$$

(4)二种矩阵应用领域不同:协方差矩阵元素直接为极化散射矩阵元素的二阶统计量,因而它更适合于 POLSAR 图像的相干斑抑制、杂波统计建模和目标检测等方面,而 Pauli 基目标矢量各元素与实际的电磁波散射结果相近,可以用来更好地解释目标散射机理,因而相干矩阵更适合于目标极化分解、分类及识别等方面。

3.3.4 复数矩阵表征与实数矩阵表征

3.2节研究表明,分布式目标的极化表征分为两类:其一为实数矩阵表征,包括 Mueller 矩阵和 Kennaugh 矩阵,且两者相差一个常数矩阵;其二为复数矩阵表征,包括相干矩阵和协方差矩阵,且它们互为对方的相似变换。本节将讨论这两类表征之间的数学变换关系。

对于 Kennaugh 矩阵和协方差矩阵来说,结合(3-18)式和(3-21)式,直序排列目标矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{4L} &= \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\Psi}_{4L}) \\ &= \frac{1}{2} [\text{tr}(\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{L1}^T) \quad \text{tr}(\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{L2}^T) \quad \text{tr}(\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{L3}^T) \quad \text{tr}(\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{L4}^T)]^T \end{aligned} \quad (3-86)$$

式中 $\boldsymbol{\sigma}_L$ 为直序排列基矩阵。将(3-86)式代入(3-57)式,则协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_4 &= \langle \mathbf{k}_{4L} \mathbf{k}_{4L}^H \rangle = [\text{tr}(\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{L1}^T) \text{tr}(\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{Lj}^T)]_{4 \times 4}^H \\ &= [\langle \text{tr}\{(\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*) (\boldsymbol{\sigma}_{L1}^T \otimes \boldsymbol{\sigma}_{Lj}^T)\} \rangle]_{4 \times 4} \\ &= [\langle \text{tr}\{\mathbf{W}(\boldsymbol{\sigma}_{L1}^T \otimes \boldsymbol{\sigma}_{Lj}^T)\} \rangle]_{4 \times 4} \end{aligned} \quad (3-87)$$

显然,它是中间矩阵 \mathbf{W} 的函数。再利用 Kennaugh 矩阵与中间矩阵之间的数学关系,协方差矩阵也可表示为 Kennaugh 矩阵的函数,即

$$\mathbf{C}_4 = [\langle \text{tr}\{\mathbf{Q}_4^T \mathbf{K} \mathbf{Q}_4 (\boldsymbol{\sigma}_{L1}^T \otimes \boldsymbol{\sigma}_{Lj}^T)\} \rangle]_{4 \times 4} \quad (3-88)$$

结合 \mathbf{W} 和 \mathbf{C}_4 的定义式可知, $\mathbf{W} = [\langle \text{tr}\{\mathbf{C}_4 (\boldsymbol{\sigma}_{L1}^T \otimes \boldsymbol{\sigma}_{Lj}^T)\} \rangle]_{4 \times 4}$, 由此 Kennaugh 矩阵可表示为

$$\mathbf{K} = 2\mathbf{R}^* [\langle \text{tr}\{\mathbf{C}_4 (\boldsymbol{\sigma}_{L1}^T \otimes \boldsymbol{\sigma}_{Lj}^T)\} \rangle]_{4 \times 4} \mathbf{R}^{-1} \quad (3-89)$$

对于 Kennaugh 矩阵和相干矩阵来说,采用类似的方法,同样可得 Kennaugh 矩阵与相干矩阵之间的矩阵变换关系,即

$$\mathbf{T}_4 = [\langle \text{tr}\{\mathbf{Q}_4^T \mathbf{K} \mathbf{Q}_4 (\boldsymbol{\sigma}_{P1} \otimes \boldsymbol{\sigma}_{Pj})\} \rangle]_{4 \times 4} \quad (3-90)$$

$$\mathbf{K} = [\langle \text{tr}\{\mathbf{Q}_4^H \mathbf{T}_4 \mathbf{Q}_4^2 (\boldsymbol{\sigma}_{P1}^* \otimes \boldsymbol{\sigma}_{Pj}^*)\} \rangle]_{4 \times 4} \quad (3-91)$$

将 3.3.2 节中 Kennaugh 矩阵与 Mueller 矩阵的关系分别作用于(3-88)~(3-91)式,可得到 Mueller 矩阵分别与 \mathbf{T}_4 、 \mathbf{C}_4 的变换关系式。同样,将 3.3.3 节中 \mathbf{T}_3 、 \mathbf{C}_3 分别与 \mathbf{T}_4 、 \mathbf{C}_4 的变换关系式作用于(3-88)~(3-91)式,也可得到 \mathbf{T}_3 、 \mathbf{C}_3 分别与 Kennaugh 矩阵的关系。

除了上述矩阵之间的数学变换关系之外,还可以建立矩阵元素之间的关系式。以 Mueller 矩阵元素与相干矩阵元素为例,它们之间的转换关系式为

$$m_{ii} = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{T}_4 \boldsymbol{\eta}_{4i+i}) \quad (3-92)$$

式中, $k, l = 1, 2, 3, 4$, $\eta_{4k+l} = (-1)^{-\delta_{k,l}} Q_4 \sigma_{4k} \otimes \sigma_{4l} Q_4^H$ 及 $\delta_{kl} = \begin{cases} 0, & k \neq l \\ 1, & k = l \end{cases}$ 。

3.3.5 不同极化表征比较及其转换关系

总的来说,目标共有 5 种极化表征,分别为极化散射矩阵、Mueller 矩阵、Kennaugh 矩阵、协方差矩阵和相干矩阵。表 3.1 比较这些极化表征的物理内涵、数学特性和适用范围。从该表可以看出:在数学特性方面,这些极化表征可分为一阶统计量描述和二阶统计量描述,其中一阶统计量描述只有极化散射矩阵,二阶统计量描述还可分为实数矩阵表征和复数矩阵表征,前者包含 Mueller 矩阵和 Kennaugh 矩阵,后者包含协方差矩阵和相干矩阵;在物理内涵方面,极化散射矩阵和 Mueller 矩阵均由目标极化散射方程导出,表示了入射波和散射波极化之间的变换关系,Kennaugh 矩阵、相干矩阵和协方差矩阵则由雷达目标极化方程或天线接收功率导出,表征了天线接收功率与收发天线极化之间的依赖关系;在适用范围方面,5 种极化表征均适用于确定性目标,此时极化散射矩阵与其余 4 种存在一一对应的非线性等价关系(如图 3.7(a)),而其余 4 种之间存在一一对应线性关系(如图 3.7(b))。对于分布式目标来说,除极化散射矩阵之外,其余 4 种极化表征均适用,且此时这 4 种之间仍存在一一对应线性关系(如图 3.7(b))。

表 3.1 不同目标极化表征之间物理内涵、数学特性和适用范围比较

极化表征	物理内涵	数学特性	适用范围
极化散射矩阵 S	依据目标极化散射方程导出,表征入射波与散射波 Jones 矢量之间关系	一阶统计量描述、复数矩阵、互易条件为对称矩阵	确定性目标
Mueller 矩阵 M	依据目标极化散射方程导出,表征入射波与散射波 Stokes 矢量之间关系	二阶统计量描述、实数矩阵、恒为非对称矩阵	确定性目标 分布式目标
Kennaugh 矩阵 K	依据雷达目标极化方程导出,表征天线接收功率与收发天线 Stokes 矢量之间依赖关系	二阶统计量描述、实数矩阵、互易条件为对称矩阵	确定性目标 分布式目标
协方差矩阵 C	依据雷达目标极化方程导出,表征了天线接收功率与收发天线极化之间依赖关系	二阶统计量描述、复数矩阵、恒为 Hermitian 矩阵	确定性目标 分布式目标
相干矩阵 T	依据雷达目标极化方程导出,表征了天线接收功率与收发天线极化之间依赖关系	二阶统计量描述、复数矩阵、恒为 Hermitian 矩阵	确定性目标 分布式目标

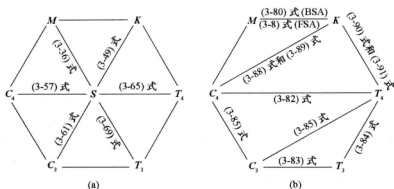


图 3.7 不同极化表征之间的转换关系图

3.4 不同极化表征的极化基过渡公式

类似于电磁波极化表征,目标极化表征也存在极化基变换处理,且不同极化基之间的相互转换可用一个过渡公式表示。尽管极化基变换处理并不改变目标极化表征所携带的目标信息量,但通过变极化基处理却能简化某些散射问题的讨论。为此,本节将分别讨论目标不同极化表征的极化基过渡公式,且主要讨论 BSA 约定下的单静态后向散射情况。

3.4.1 极化散射矩阵极化基过渡公式

对于极化散射矩阵来说,推导其极化基过渡公式有两条途径:其一是通过天线接收功率函数;其二是通过目标极化散射方程。且由这两条途径导出的极化基过渡公式是相同的。

由 2.5.1 节研究可知,若由极化基 (m, n) 变换到新极化基 (u, v) 的过渡矩阵为 U_2 , 那么天线极化在两种极化基下的 Jones 矢量的变换关系为

$$\begin{cases} \mathbf{h}_t(m, n) = U_2 \cdot \mathbf{h}_t(u, v) \\ \mathbf{h}_r(m, n) = U_2 \cdot \mathbf{h}_r(u, v) \end{cases} \quad (3-93)$$

式中,下标“t”和“r”分别表示发射天线和接收天线, U_2 为 2.5.1 节中定义的西矩阵。

又由 (3-46) 式可知,若极化基 (m, n) 和极化基 (u, v) 下的天线接收功率分别为

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \langle |\mathbf{h}_t^\top(m, n) S(m, n) \mathbf{h}_t(m, n)| \rangle \quad (3-94)$$

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \langle |\mathbf{h}_t^\top(u, v) S(u, v) \mathbf{h}_t(u, v)| \rangle \quad (3-95)$$

将 (3-93) 式代入 (3-94) 式,整理得

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_0 \lambda^2 r_1^3} \langle | \mathbf{h}_r^T(u, v) \mathbf{U}_2^T \cdot \mathbf{S}(m, n) \mathbf{U}_2 \mathbf{h}_i(u, v) | \rangle \quad (3-96)$$

比较(3-95)式与(3-96)式,可知

$$\mathbf{S}(u, v) = \mathbf{U}_2^T \cdot \mathbf{S}(m, n) \mathbf{U}_2 \quad (3-97)$$

该式就是极化散射矩阵极化基变换过渡公式。可见, $\mathbf{S}(u, v)$ 为 $\mathbf{S}(m, n)$ 的相合变换。

同样, (3-97)式也可由目标极化散射方程导出。不过,在根据目标极化散射方程进行推导时,需注意入射波和散射波极化基的旋向定义。通常情况下,极化基变换处理要求入射波和散射波极化基的旋向定义。对于天线接收功率,单静态情形它存在收发天线 Jones 矢量具有相同的极化基及旋向定义的隐含条件,因而根据天线接收功率推导时无需考虑波的极化基问题;对于目标极化散射方程则不然,因为单静态情形目标散射波和入射波的传播方向正好相反(即 $\mathbf{k}_i = -\mathbf{k}_r$),这使得两列波极化基的旋向定义正好相反。

众所周知,对于同列电磁波来说,若它沿着相反的方向传播,且假设沿着 \mathbf{k} 方向传播的 Jones 矢量为 \mathbf{E} ,那么沿着 $-\mathbf{k}$ 方向传播的 Jones 矢量则可表示为^[4]

$$\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k} \Rightarrow \mathbf{E}_{(-\mathbf{k})} = \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^* \quad (3-98)$$

若由极化基 (m, n) 变换到新极化基 (u, v) ,且这两个极化基的旋向是根据入射波传播方向定义的,那么考虑到单静态情形目标散射波和入射波传播方向正好相反,目标散射波的变极化基公式变为

$$\mathbf{E}_i(m, n) = \mathbf{U}_2^* \mathbf{E}_i(u, v) \quad (3-99)$$

又结合入射波变极化基公式($\mathbf{E}_r(m, n) = \mathbf{U}_2 \mathbf{E}_r(u, v)$),那么在 (m, n) 极化基下的目标散射方程变为

$$\mathbf{E}_i(m, n) = \mathbf{S}(m, n) \mathbf{E}_r(m, n) \Rightarrow \mathbf{U}_2^* \mathbf{E}_i(u, v) = \mathbf{S}(m, n) \mathbf{U}_2 \mathbf{E}_r(u, v) \quad (3-100)$$

显然, $\mathbf{S}(u, v)$ 仍是 $\mathbf{S}(m, n)$ 的相合变换,这与(3-97)式是一致的。

3.4.2 实数矩阵表征极化基过渡公式

前文研究可知,实数矩阵表征包括 Kennnough 矩阵和 Mueller 矩阵,推导它们的极化基过渡公式有三条途径:其一是通过天线接收功率函数;其二是通过目标极化散射方程;其三是通过实数矩阵表征与极化散射矩阵之间关系和极化散射矩阵极化基过渡矩阵。且这几种途径导出的极化基过渡公式是相同的。本小节仍考虑前两种途径,并且考虑到 Kennnough 矩阵和 Mueller 矩阵之间的线性关系,将首先导出 Kennnough 矩阵极化基过渡矩阵,然后再利用该过渡矩阵导出 Mueller 矩阵极化基过渡矩阵。

由 2.4.2 节研究可知,若由极化基 (m, n) 变换到新极化基 (u, v) 的过渡矩阵为 \mathbf{O}_4 ,那么天线极化在两种极化基下的 Stokes 矢量的变换关系为

$$\begin{cases} \mathbf{g}_i(m, n) = \mathbf{U}_4 \cdot \mathbf{g}_i(u, v) \\ \mathbf{g}_r(m, n) = \mathbf{U}_4 \cdot \mathbf{g}_r(u, v) \end{cases} \quad (3-101)$$

式中,下标“ i ”和“ r ”分别表示发射天线和接收天线, \mathbf{U}_4 为 2.4.2 节中定义的西矩阵。

又由(3-46)式可知,若极化基 (m, n) 和极化基 (u, v) 下的天线接收功率分别为

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{256\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{g}_t^T(m, n) \mathbf{K}(m, n) \mathbf{g}_t(m, n) \quad (3-102)$$

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{256\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{g}_t^T(u, v) \mathbf{K}(u, v) \mathbf{g}_t(u, v) \quad (3-103)$$

将(3-101)式代入(3-102)式,整理得

$$W = \frac{Z_0^2 I^2}{256\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} \mathbf{g}_t^T(u, v) \mathbf{U}_4^T \mathbf{K}(m, n) \mathbf{U}_4 \mathbf{g}_t(u, v) \quad (3-104)$$

比较(3-104)式与(3-103)式,可知

$$\mathbf{K}(u, v) = \mathbf{U}_4^T \mathbf{K}(m, n) \mathbf{U}_4 \quad (3-105)$$

该式就是 Kennaugh 矩阵极化基变换过渡公式。可见, $\mathbf{K}(u, v)$ 为 $\mathbf{K}(m, n)$ 的相合变换。

当然,采用目标极化散射方程也可得到相同的结论。对于同列沿着相反方向传播的电磁波来说,它们的 Stokes 矢量之间的关系为

$$\mathbf{g}_{-i} = \mathbf{A}_{4,4} \mathbf{g}_i \quad (3-106)$$

在单静态情形,利用 Kennaugh 矩阵与 Mueller 矩阵之间的关系式,入射波和散射波之间的关系也可采用 Kennaugh 矩阵表征,即

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{M}_{\text{ISA}} \mathbf{g}_t \Rightarrow \mathbf{g}_{-i} = \mathbf{A}_{4,4} \mathbf{M}_{\text{ISA}} \mathbf{g}_t = \mathbf{K} \mathbf{g}_t \quad (3-107)$$

不过需注意,该式中 \mathbf{g}_{-i} 和 \mathbf{g}_t 对应电磁波的传播方向相同。那么极化基 (m, n) 和新极化基 (u, v) 下 Stokes 矢量表征的目标极化散射方程分别为

$$\mathbf{g}_{-i}(m, n) = \mathbf{K}(m, n) \mathbf{g}_t(m, n) \quad (3-108)$$

$$\mathbf{g}_{-i}(u, v) = \mathbf{K}(u, v) \mathbf{g}_t(u, v) \quad (3-109)$$

将(3-101)式代入(3-108)式,并整理得

$$\mathbf{g}_{-i}(m, n) = \mathbf{K}(m, n) \mathbf{g}_t(m, n) \Rightarrow \mathbf{g}_{-i}(u, v) = \mathbf{U}_4^{-1} \mathbf{K}(m, n) \mathbf{U}_4 \mathbf{g}_t(u, v) \quad (3-110)$$

比较(3-109)式和(3-110)式可知, $\mathbf{K}(u, v)$ 仍为 $\mathbf{K}(m, n)$ 的相合变换,这与(3-105)式是统一的。

结合(3-80)式、(3-81)式和(3-105)式,很容易得到 Mueller 矩阵的极化基变换公式,即

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{\text{ISA}}(u, v) = \mathbf{A}_{4,4} \mathbf{U}_4^T \mathbf{A}_{4,4} \mathbf{M}_{\text{ISA}}(m, n) \mathbf{U}_4 \\ \mathbf{M}_{\text{ISA}}(u, v) = \mathbf{A}_{4,3} \mathbf{U}_4^T \mathbf{A}_{4,3} \mathbf{M}_{\text{ISA}}(m, n) \mathbf{U}_4 \end{cases} \quad (3-111)$$

显然, $\mathbf{M}_{\text{ISA}}(u, v)$ 不是 $\mathbf{M}_{\text{ISA}}(m, n)$ 的相合变换, $\mathbf{M}_{\text{ISA}}(u, v)$ 也不是 $\mathbf{M}_{\text{ISA}}(m, n)$ 的相合变换。

综上所述, Kennaugh 矩阵极化基过渡公式实质是对旧极化基下 Kennaugh 矩阵进行相合变换,而 Mueller 矩阵则不然。

3.4.3 相干矩阵极化基过渡公式

不同于前面三种目标极化表征,三维相干矩阵只能通过天线接收功率来导出其极化基过渡公式。其原因有二:(1)三维相干矩阵与极化散射矩阵,或实数矩阵表征之间不存在比较简洁的数学关系;(2)相干矩阵无法直接表示散射波与入射波之间的联系。为此,本节将只讨论这一种途径的推导方法。

若令收发天线 Jones 矢量分别为 $\mathbf{h}_r = [h_{r1} \ h_{r2}]^T$ 和 $\mathbf{h}_t = [h_{t1} \ h_{t2}]^T$,并结合(3-67)式和(3-93)式, $L_3(m, n)$ 各元素与 $L_3(u, v)$ 之间的关系可表示为

$$\begin{aligned} & h_{r1}(m, n)h_{t1}(m, n) + h_{r2}(m, n)h_{t2}(m, n) \\ &= \mathbf{h}_r^T(m, n)\mathbf{h}_t(m, n) \\ &= \mathbf{h}_r^T(u, v)\mathbf{U}_2^T\mathbf{U}_2\mathbf{h}_t(u, v) \end{aligned} \quad (3-112)$$

$$\begin{aligned} & h_{r1}(m, n)h_{t2}(m, n) + h_{r2}(m, n)h_{t1}(m, n) \\ &= \mathbf{h}_r^T(m, n)\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{h}_t(m, n) \\ &= \mathbf{h}_r^T(u, v)\mathbf{U}_2^T\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{U}_2\mathbf{h}_t(u, v) \end{aligned} \quad (3-113)$$

$$\begin{aligned} & h_{r1}(m, n)h_{t2}(m, n) + h_{r2}(m, n)h_{t1}(m, n) \\ &= \mathbf{h}_r^T(m, n)\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{h}_t(m, n) \\ &= \mathbf{h}_r^T(u, v)\mathbf{U}_2^T\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{U}_2\mathbf{h}_t(u, v) \end{aligned} \quad (3-114)$$

假设 $\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_2(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix}$, 则(3-112)~(3-114)式中

$$\begin{cases} \mathbf{U}_2^T\mathbf{U}_2 = \mathbf{I} \\ \mathbf{U}_2^T\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} \cos 2\psi & -\sin 2\psi \\ -\sin 2\psi & -\cos 2\psi \end{bmatrix} \\ \mathbf{U}_2^T\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} \sin 2\psi & \cos 2\psi \\ \cos 2\psi & -\sin 2\psi \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3-115)$$

若令 L_3 从极化基 (m, n) 到新极化基 (u, v) 的过渡矩阵记为 $\mathbf{U}_3(\psi)$, 则将(3-112)~(3-115)式代入 $L_3(m, n) = \mathbf{U}_3(\psi)L_3(u, v)$, 可导出

$$\mathbf{U}_3(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\psi & -\sin 2\psi \\ 0 & \sin 2\psi & \cos 2\psi \end{bmatrix} \quad (3-116)$$

采用类似的方法,可分别导出

$$\mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} \cos\chi & j\sin\chi \\ j\sin\chi & \cos\chi \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{U}_3(\chi) = \begin{bmatrix} \cos 2\chi & 0 & j\sin 2\chi \\ 0 & 1 & 0 \\ j\sin 2\chi & 0 & \cos 2\chi \end{bmatrix} \quad (3-117)$$

$$U_2 = \begin{bmatrix} e^{j\xi_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\xi_1} \end{bmatrix} \Rightarrow U_3(\xi_1) = \begin{bmatrix} \cos 2\xi_1 & j\sin 2\xi_1 & 0 \\ j\sin 2\xi_1 & \cos 2\xi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-118)$$

进一步,若 $U_2 = U_2(\psi) \cdot U_2(\chi) \cdot U_2(\xi_1)$ 时,可导出

$$U_3(2\psi, 2\chi, 2\xi_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\psi & -\sin 2\psi \\ 0 & \sin 2\psi & \cos 2\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 2\chi & 0 & j\sin 2\chi \\ 0 & 1 & 0 \\ j\sin 2\chi & 0 & \cos 2\chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 2\xi_1 & j\sin 2\xi_1 & 0 \\ j\sin 2\xi_1 & \cos 2\xi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-119)$$

利用 $U_2(\rho_1, \xi)$ 与 $U_2(\psi, \chi, \xi_1)$ 之间关系,可得到极化比表征的 U_3 ,即

$$U_3(2\phi, 2\tau, 2\alpha) = U_3(\rho, \epsilon) \\ = \frac{1}{1 + |\rho|^2} \begin{bmatrix} \cos(2\xi) + \operatorname{Re}(\rho^2 e^{+2j\xi}) & j\sin(2\xi) - j\operatorname{Im}(\rho^2 e^{+2j\xi}) & 2j\operatorname{Im}(\rho^2 e^{+2j\xi}) \\ j\sin(2\xi) + j\operatorname{Im}(\rho^2 e^{+2j\xi}) & \cos(2\xi) - \operatorname{Re}(\rho^2 e^{+2j\xi}) & 2\operatorname{Re}(\rho^2 e^{+2j\xi}) \\ 2j\operatorname{Im}(\rho) & -2\operatorname{Re}(\rho) & 1 - |\rho|^2 \end{bmatrix} \quad (3-120)$$

结合(3-68)式,极化基 (m, n) 和新极化基 (u, v) 下天线接收功率分别为

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} L_3^T(m, n) T_3(m, n) L_3^*(m, n) \quad (3-121)$$

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} L_3^T(u, v) T_3(u, v) L_3^*(u, v) \quad (3-122)$$

将 $L_3(m, n) = U_3 L_3(u, v)$ 代入(3-121)式,并整理得

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} L_3^T(u, v) U_3^T T_3(m, n) U_3^* L_3^*(u, v) \quad (3-123)$$

比较(3-122)式与(3-123)式,得到

$$T_3(u, v) = U_3^T T_3(m, n) U_3^* \quad (3-124)$$

显然, $T_3(u, v)$ 为 $T_3(m, n)$ 的酉相似变换。

3.4.4 协方差矩阵极化基过渡公式

类似于相干矩阵,本节也将通过天线接收功率推导协方差矩阵极化基过渡公式。首先令收发天线 Jones 矢量分别为 $\mathbf{h}_r = [h_{r1} \ h_{r2}]^T$ 和 $\mathbf{h}_t = [h_{t1} \ h_{t2}]^T$,并结合(3-93)式有

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_r(m, n) \mathbf{h}_t^T(m, n) &= \begin{bmatrix} h_{r1}(m, n) h_{t1}(m, n) & h_{r1}(m, n) h_{t2}(m, n) \\ h_{r2}(m, n) h_{t1}(m, n) & h_{r2}(m, n) h_{t2}(m, n) \end{bmatrix} \\ &= U_2 \mathbf{h}_r(u, v) \mathbf{h}_t^T(u, v) U_2^T = U_2 \begin{bmatrix} h_{r1}(u, v) h_{t1}(u, v) & h_{r1}(u, v) h_{t2}(u, v) \\ h_{r2}(u, v) h_{t1}(u, v) & h_{r2}(u, v) h_{t2}(u, v) \end{bmatrix} U_2^T \end{aligned} \quad (3-125)$$

再令 $U_2 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{h}_r(u, v) \mathbf{h}_t^T(u, v) = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{bmatrix}$, 将它们代入(3-125)式,整理得

$$\begin{cases} h_{r1}(m, n)h_{d1}(m, n) = x_1^2 y_1 + x_1 x_2 (y_2 + y_3) + x_2^2 y_4 \\ h_{r1}(m, n)h_{d2}(m, n) + h_{r2}(m, n)h_{d1}(m, n) \\ \quad = 2x_1 x_3 y_1 + (x_2 x_3 + x_1 x_4)(y_2 + y_3) + 2x_2 x_4 y_4 \\ h_{r2}(m, n)h_{d2}(m, n) = x_3^2 y_1 + x_3 x_4 (y_2 + y_3) + x_4^2 y_4 \end{cases} \quad (3-126)$$

结合(3-59)式和(3-126)式, $H_3(m, n)$ 与 $H_3(u, v)$ 之间的关系可表示为

$$H_3(m, n) = \begin{bmatrix} x_1^2 & \sqrt{2}x_1 x_2 & x_2^2 \\ \sqrt{2}x_1 x_3 & x_2 x_3 + x_1 x_4 & \sqrt{2}x_2 x_4 \\ x_3^2 & \sqrt{2}x_3 x_4 & x_4^2 \end{bmatrix} H_3(u, v) = U_{3C} H_3(u, v) \quad (3-127)$$

若 U_2 采用 2.5.1 节中极化比定义, 则

$$U_{3C}(\rho, \epsilon) = \frac{1}{1 + |\rho|^2} \begin{bmatrix} e^{+2j\epsilon} & \sqrt{2}\rho e^{+2j\epsilon} & \rho^2 e^{+2j\epsilon} \\ -\sqrt{2}\rho^* & 1 - |\rho|^2 & \sqrt{2}\rho^* \\ \rho^{*2} e^{-2j\epsilon} & -\sqrt{2}\rho e^{-2j\epsilon} & e^{-2j\epsilon} \end{bmatrix} \quad (3-128)$$

结合(3-68)式, 极化基 (m, n) 和新极化基 (u, v) 下天线接收功率分别为

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} H_3^T(m, n) C_3(m, n) H_3^*(m, n) \quad (3-129)$$

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} H_3^T(u, v) C_3(u, v) H_3^*(u, v) \quad (3-130)$$

将 $H_3(m, n) = U_{3C}(\rho, \epsilon) H_3(u, v)$ 代入(3-129)式, 并整理得

$$P = \frac{Z_0^2 I^2}{128\pi R_a \lambda^2 r_1^2 r^2} H_3^T(u, v) U_{3C}^T(\rho, \epsilon) C_3(m, n) U_{3C}^*(\rho, \epsilon) H_3^*(u, v) \quad (3-131)$$

比较(3-130)式与(3-131)式, 得到

$$C_3(u, v) = U_{3C}^T(\rho, \epsilon) C_3(m, n) U_{3C}^*(\rho, \epsilon) \quad (3-132)$$

同样, $C_3(u, v)$ 为 $C_3(m, n)$ 的酉相似变换。当然, 结合相干矩阵与协方差矩阵之间的关系((3-83)式)和相干矩阵极化基过渡公式((3-124)式)也可导出(3-132)式。这里就不再赘述。

3.5 极化表征参数化及雷达目标方程

前文研究表明, 极化散射矩阵不仅取决于目标尺寸、结构、材质等自身物理属性, 还依赖于雷达发射电磁波频率、波形、极化方式等观测条件和目标杂波背景等观测环境, 因此直接建立极化散射矩阵与目标物理属性之间的关系是非常困难的。为此, Huynen 提出了雷达目标的唯象学理论。他认为, 可将目标看成现实世界中一个客观存在的“物体”, 不管雷达观测条件和外部环境如何, 目标自身物理属性始终保持不变, 因而总存在一些具有明确物理含义的物理量来表征目标物理属性。本节将着重讨论这些物理量对极化表征的参数化。

3.5.1 Huynen - Euler 参数

在注重对数据的物理解释这一思想指引下, Huynen 重新考察了绝对相位的定义方式, 提出了极化波“最自然的”的数学描述——“几何参数”描述, 接着把这个结论推广到了目标极化散射矩阵(SM), 得到了极化散射矩阵的“几何参数”描述。

极化波和目标 SM 的几何参数描述是在对绝对相位(由雷达天线与目标之间的距离产生的参考相位)进行定义的时候导出的, 而绝对相位是人们容易掉入的一个“陷阱”, 即使现在仍有人在定义的时候犯错。为了避免这一问题, Huynen 对绝对相位采用如下定义方式:

$$E = Ae^{j\zeta} \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\chi) \\ j\sin(\chi) \end{bmatrix} \quad (3-133)$$

式中, A 为尺寸因子(波的幅度), ψ 为极化方位角, χ 为极化椭圆率角, 如图 3.8 所示。这就是极化波的几何参数描述。参数 A 确定了波的功率 A^2 , 参数 ψ 确定了极化椭圆的取向, 参数 χ 的大小决定了极化椭圆的“胖瘦”, 而符号则决定了电场的旋向: χ 为负时是右旋极化, 为正时是左旋极化。绝对相位 ζ 与系统给定的参考相位有关, 目标视线方向上不超过一个雷达波长的轻微移动会改变绝对相位, 但不会影响极化波的几何结构。

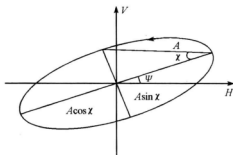


图 3.8 左旋极化椭圆

可以把上述极化波的结论推广到目标 SM 的情况, 假设目标 SM 为

$$S = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & c+jd \\ c-jd & a-b \end{bmatrix} \quad (3-134)$$

考虑目标互易的情况, 则 $S_{HV} = S_{VH}$, $d=0$ 。与极化波绝对相位的定义一样, 我们不能直接从目标 SM 的某一元素中得到绝对相位, 因为这会在该元素为 0 时失效。比如, 假设绝对相位从 $S_{HV} = |S_{HV}|e^{j\zeta}$ 中提取, 那么当 $|S_{HV}|=0$ 时这种方法将不起作用, 因此需要重新考虑绝对相位的定义方式。

沿着 Kennaugh 最佳极化(包括一对零极化和一对特征极化, 后者又称本征极化)的思路, Huynen 对 SM 的特征值问题进行了深入研究, 得到了 SM 的完整描述:

$$S = me^{j\theta} U^* \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \tan^2 \gamma \end{bmatrix} U^H \quad (3-135)$$

式中, $U(\psi_m, \chi_m, \nu)$ 是一个酉矩阵, 包含了在 Poincare 球面上三根正交轴线的旋转。

对称的复散射矩阵 S 包含了六个独立的参数, 由(3-135)式可以看出, S 可由另外六个独立参数描述, 即通常所谓的“Huynen-Euler 参数”: m 、 δ 、 ψ_m 、 χ_m 、 ν 和 γ ^[4]。这几个参数的物理意义如下:

(1) $m(m \geq 0)$: 最大极化态, 当雷达最佳极化发射时(对应于最大特征值), m 为可获得的目标最大响应, 是 S 最大特征值的模值, 可用于表征目标幅度, 是目标大小或雷达截面的度量。

(2) $\delta(-180^\circ \leq \delta \leq 180^\circ)$: 散射矩阵绝对相位。

(3) $\psi_m(-90^\circ \leq \psi_m \leq 90^\circ)$: 目标方位角确定了最佳极化时的目标方位, 是目标围绕雷达视线旋转的一个度量。

(4) $\chi_m(-45^\circ \leq \chi_m \leq 45^\circ)$: 目标螺旋角, 即目标最佳极化椭圆率角, 可用于度量目标的对称性。

(5) $\nu(-45^\circ \leq \nu \leq 45^\circ)$: 目标跳跃角(skip angle), 与目标回波信号的弹跳次数有关——如果回波由偶次散射机制引起, ν 将等于 45° , 然而应当注意的是, 有时甚至仅有部分反射信号由偶次散射引起时, ν 也等于 45° 。

(6) $\gamma(0^\circ \leq \gamma \leq 45^\circ)$: 目标特征角或极化率角, $\gamma = 45^\circ$ 时目标不改变发射信号的极化态, 而 $\gamma = 0^\circ$ 时目标将完全决定反射信号的极化态; γ 越接近于 45° , 表明目标越接近于各向同性, γ 越接近于 0° , 则表明越接近于各向异性, 故也认为 γ 是目标呈球状或线状程度的度量。

上述六个参数中, 需要特别注意的是目标方位角和目标螺旋角:

目标方位角 ψ_m 是目标绕雷达-目标视线旋转的一个度量, 当目标方位角发生变化时, 回波及散射矩阵也会随之改变, 但根据雷达目标唯象学的思想, 不管目标绕视线如何旋转, 其外形始终不变, 即始终是“同一个”目标, 目标方位角 ψ_m 与目标的形状和结构等因素无关。这样就要求从测量数据中提取出来的目标形状和结构信息具有与目标方位角的独立性, 也就是去除方位角 ψ_m 的影响。实际上, 雷达天线也有一个绕视线旋转的问题, 对应的则是波的极化方位角 ψ 。不难发现, 目标绕视线的旋转完全可以通过天线绕视线旋转相同的量来补偿, 即只有考虑天线与目标的相对方位角 $\psi - \psi_m$ 才有实际意义, Huynen 称这样一个旋转补偿的过程为目标方位角移除。方位角移除可极大提高目标参数结果的可理解性, 因为 ψ_m 可认为是目标的运动参数, 与目标的形状和结构无关。

雷达目标对称, 即雷达观测时目标具有一个过视线的镜像对称平面。因此, 任何一个物体如果横滚对称, 则在所有的视角和倾斜角上(并且在所有的频率上)都具有雷达目标的对称性。然而有一些物体仅在一定的视角上镜像对称, 一个立方体有许多个镜像对称的物理平面, 但只有当平面包含了雷达视线时, 这个物体才具有雷达目标对称性。举一个实例, 当沿法线方向观测时, 一个三角面将具有雷达目标对称性。Huynen 经过推导指出: 当 $\chi_m = 0$ 时, 雷达目标具有对称性, 否则不具有对称性, 可见目标螺旋角与目标对称性之

间的密切关系。

3.5.2 Huynen 参数和目标结构方程

3.5.2.1 单静态情形

对于一个确定性目标(或称为单静态目标),当用单色完全极化波照射时,其电磁散射特性在给定观测条件下,可完全由目标散射矩阵描述。但是,对于一个时变目标或由一组独立子散射体组成的目标(又称为起伏目标或分布式目标)来说,其电磁散射特性不再是固定不变的,而且即使入射波保持不变,回波也是不相干的。此时,为了能够描述目标散射的随机性,必须利用统计的方法,此时统计处理中用到的目标数据就得具有非相干可加性。目标散射矩阵由于绝对相位的存在,使其不具有非相干可加性,由于功率测量具有非相干可加性,因而可以考虑利用功率相关的数据,如 Kennnough 矩阵(又称 Stokes 矩阵)、相干矩阵和协方差矩阵。另外,即使是确定性目标,如果入射波是部分极化的,反射波也部分极化,此时用一个散射矩阵根本无法描述目标对入射波的变极化效应,而 Kennnough 矩阵作为入射波 Stokes 矢量到反射波 Stokes 矢量的线性算子,可以很好地描述目标的极化散射特性。

对于确定性目标而言,其 Kennnough 矩阵可定义为

$$K_{\psi} = 2R^* (S \otimes S^*) R^{-1} \quad (3-136)$$

可把 K_{ψ} 写成如下形式:

$$K_{\psi} = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 & C_{\psi} & H_{\psi} & F_{\psi} \\ C_{\psi}^* & A_0 + B_0 & E_{\psi} & G_{\psi} \\ H_{\psi}^* & E_{\psi}^* & A_0 - B_0 & D_{\psi} \\ F_{\psi}^* & G_{\psi}^* & D_{\psi}^* & -A_0 + B_0 \end{bmatrix} \quad (3-137)$$

式中参数与 Sinclair 矩阵元素之间关系表示为

$$\begin{cases} A_0 = \frac{1}{4} |S_{HH} + S_{VV}|^2 \\ B_0 = \frac{1}{4} |S_{HH} - S_{VV}|^2 + |S_{HV}|^2 \\ B_{\psi} = \frac{1}{4} |S_{HH} - S_{VV}|^2 - |S_{HV}|^2 \\ C_{\psi} = \frac{1}{2} |S_{HH} - S_{VV}|^2 \\ D_{\psi} = \text{Im}\{S_{HH} S_{VV}^*\} \\ E_{\psi} = \text{Re}\{S_{HV}^* (S_{HH} - S_{VV})\} \\ F_{\psi} = \text{Im}\{S_{HV}^* (S_{HH} - S_{VV})\} \\ G_{\psi} = \text{Im}\{S_{HV}^* (S_{HH} + S_{VV})\} \\ H_{\psi} = \text{Re}\{S_{HV}^* (S_{HH} + S_{VV})\} \end{cases} \quad (3-138)$$

这些参数均与绕雷达视线的旋转角或目标取向角有关,且该取向角可通过下式估计得到,即

$$\begin{cases} H_{\psi} = C \sin 2\psi \\ C_{\psi} = C \cos 2\psi \\ B_{\psi} = B \cos 4\psi - E \sin 4\psi \\ D_{\psi} = G \sin 2\psi + D \cos 2\psi \\ E_{\psi} = E \cos 4\psi + B \sin 4\psi \\ F_{\psi} = F \\ G_{\psi} = G \cos 2\psi - D \sin 2\psi \end{cases} \quad (3-139)$$

对该矩阵进行取向角补偿,或消除目标取向角影响,得到

$$\mathbf{K}_0 = \mathbf{U}_4(2\psi) \mathbf{K}_{\psi} \mathbf{U}_4^{-1}(2\psi) = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 & C & H & F \\ C & A_0 + B & E & G \\ H & E & A_0 - B & D \\ F & G & D & -A_0 + B_0 \end{bmatrix} \quad (3-140)$$

式中 $A_0, B_0, B, C, D, E, F, G, H$ 统称为“Huynen 参数”。这九个参数对一般目标的分析是很有用的,不用参考任何模型,每一个参数都包含目标的物理信息。实际上,利用“Huynen - Euler 参数”中的 m, γ, ψ_m, ν 及 χ_m ,可将九个“Huynen 参数”表示为:

$$\begin{cases} A_0 = Q_0 f \cos^2 2\chi_m \\ B_0 = Q_0 (1 + \cos^2 2\gamma - f \cos^2 2\chi_m) \\ B = Q_0 [1 + \cos^2 2\gamma - f(1 + \sin^2 2\chi_m)] \\ C = 2Q_0 \cos 2\gamma \cos 2\chi_m \\ F = 2Q_0 \cos 2\gamma \sin 2\chi_m \\ D = Q_0 \sin^2 2\gamma \sin 4\nu \cos 2\chi_m \\ E = -Q_0 \sin^2 2\gamma \sin 4\nu \sin 2\chi_m \\ G = Q_0 f \sin 4\chi_m \\ H = 0 \end{cases} \quad (3-141)$$

其中 $Q_0 = \frac{m^2}{8 \cos^4 \psi_m}$, $f = 1 - \sin^2 2\gamma \sin^2 2\nu$ 。根据 Kennanugh 矩阵和散射矩阵之间的关系可得

$$\begin{cases} 2A_0 = |a|^2 \\ C - jD = ab^* \\ B_0 + B = |b|^2 \\ E + jF = bc^* \\ B_0 - B = |c|^2 \\ H + jG = ac^* \end{cases} \quad (3-142)$$

显然,上述等式表明:

(1) 由于 a 与目标对称性直接相关, c 与目标的非对称性直接相关, 故 $2A_0 = |a|^2$ 为目标对称因子, $B_0 - B = |c|^2$ 为目标非对称因子, 而 $B_0 + B = |b|^2$ 对目标的对称部分和非对称部分都有贡献, 故为目标不规则因子。

(2) C 、 D 与均 a 、 b 有直接关系, 可认为是与目标对称性有关的参数, E 、 F 与 c 、 b 均有直接关系, 可认为是与目标非对称性有关的参数, H 、 G 与 a 、 c 均有直接关系, 可认为是目标对称部分与非对称部分之间的“耦合项”。

(3) 这些参数中 C 和 D 均为目标形状的度量。不过, C 为“全局形状”, 且当 $C=0$ 时对应球体, 当 C 比较大时对应线状目标, 而 D 与“局部形状”有关, 可识别高频散射体凸面局部曲率差。

(4) E 与目标表面转矩有关, 是目标非对称的一部分。而 F 对应目标螺旋率, 表示左旋与右旋圆极化回波之间的差异。

(5) H 和 G 称为耦合项。其中 H 为目标没有对准引起的耦合, 当 $H=0$ 时表示通过绕视线的旋转目标的倾斜角已被移除, 值不为 0 则意味着目标没有对准。目标取角补偿之后, G 表示对称部分和非对称部分之间的耦合。

根据以上分析, Huynen 参数的物理含义可归纳为:

- (1) A_0 : 来自散射体规则平滑凸面部分的散射总功率。
- (2) B_0 : 目标不规则粗糙非凸面的去极化部分的散射总功率。
- (3) $A_0 + B_0$: 近似为对称散射总功率。
- (4) $B_0 + B$: 对称或不规则去极化总功率。
- (5) $B_0 - B$: 非对称去极化总功率。
- (6) C, D : 对称目标的去极化部分:
 - C : 目标全局外形发生器;
 - D : 目标局部外形发生器。
- (7) E, F : 非对称去极化部分:
 - E : 目标局部螺旋发生器;
 - F : 目标全局螺旋发生器。
- (8) G, H : 对称与非对称部分的耦合:
 - G : 目标局部耦合发生器;
 - H : 目标全局耦合发生器。

根据 Kennaugh 矩阵与相干矩阵之间线性关系, 相干矩阵的 Huynen 参数化形式为

$$T_3 = \begin{bmatrix} 2A_0 & C - jD & H + jG \\ C + jD & B_0 + B & E + jF \\ H - jG & E - jF & B_0 - B \end{bmatrix} \quad (3-143)$$

对于确定性目标而言, 相干矩阵与极化散射矩阵之间的关系为 $T_3 = k_{3p} k_{3p}^H$ 。从数学上讲, 此时相干矩阵为秩为 1 的 Hermitian 矩阵, 其各阶主子式恒等于零, 即

$$\begin{cases}
 2A_0(B_0 + B) - C^2 - D^2 = 0 \\
 2A_0(B_0 - B) - G^2 - H^2 = 0 \\
 -2A_0E + CH - DG = 0 \\
 B_0^2 - B^2 - E^2 - F^2 = 0 \\
 C(B_0 - B) - EH - GF = 0 \\
 -D(B_0 - B) + FH - GE = 0 \\
 2A_0F - CG - DH = 0 \\
 -G(B_0 + B) + FC - ED = 0 \\
 H(B_0 + B) - CE - DF = 0
 \end{cases} \quad (3-144)$$

显然,根据上述九个等式,Huynen 参数之间存在如下关系:

$$\begin{cases}
 2A_0(B_0 + B) = C^2 + D^2 \\
 2A_0(B_0 - B) = G^2 + H^2 \\
 2A_0E = CH - DG \\
 2A_0F = CG + DH
 \end{cases} \quad (3-145)$$

这四个等式即为单静态情形确定性目标结构方程,它说明对于确定性目标而言,九个 Huynen 参数中仅有五个独立参数,这与极化散射矩阵独立参数是一致的。

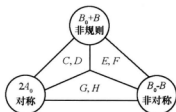


图 3.9 单静态情形确定性目标结构图(一)

图 3.9 给出了单静态情形确定性目标结构示意图。该结构图表明了 Huynen 参数之间的对称性。由于 A_0 生成 (C, D) 和 (G, H) , $B_0 + B$ 产生 (C, D) 和 (E, F) , $B_0 - B$ 产生 (E, F) 和 (G, H) , 因而 Kenneigh 矩阵的对角线元素称为非对角线 Huynen 参数的产生器。经过中心的垂直线将该结构图分为两部分,左边表示对称部分,右边表示非对称部分。最底端两个参数 G 和 H 表示耦合项,且在对 Kenneigh 矩阵进行取向角补偿之后,参数 G 表示对称部分和非对称部分之间的耦合。三个目标产生器分别为对称产生器 A_0 、非对称产生器 $B_0 - B$ 和非规则产生器 $B_0 + B$ 。图 3.10 给出了另一种形式的目标结构图。该图表明,一般确定性目标可看成对称部分 (A_0, C, D) 、非对称部分 (B_0, B, E, F) 及它们的耦合项 (G, H) 构成。

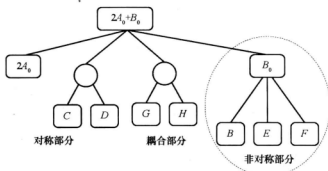


图 3.10 单静态情形确定性目标结构图(二)

3.5.2.2 双静态情形

在双静态情况下,即便在后向散射约定(BSA)下,Sinclair 矩阵也不再对称。此时, Sinclair 矩阵可分解为一个对称矩阵 S^s 和一个负对称矩阵 S^{ss} 之和,即

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12}^s \\ S_{21}^s & S_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & S_{12}^{ss} \\ -S_{21}^{ss} & 0 \end{bmatrix} = S^s + S^{ss} \quad (3-146)$$

其中, $S_{12}^s = (S_{12} + S_{21})/2$ 和 $S_{12}^{ss} = (S_{12} - S_{21})/2$ 。对称矩阵 S^s 与单站结构有关,负对称矩阵 S^{ss} 与双站结构有关。

将(3-146)式代入(3-136)式有

$$K = 2R^* (S \otimes S^*) R^{-1} = 2R^* [(S^s + S^{ss}) \otimes (S^s + S^{ss})^*] R^{-1} = K^s + K^c + K^{ss} \quad (3-147)$$

其中, K^s 为对称 Kennaugh 矩阵,等效于单静态 Kennaugh 矩阵; K^{ss} 为对角 Kennaugh 矩阵,与负对称矩阵有关; K^c 为对称部分与负对称部分的耦合 Kennaugh 矩阵,它们分别写为

$$\begin{cases} K^s = 2R^* (S^s \otimes S^{s*}) R^{-1} \\ K^{ss} = 2R^* (S^{ss} \otimes S^{ss*}) R^{-1} \\ K^c = 2R^* (S^s \otimes S^{ss*}) R^{-1} + 2R^* (S^{ss} \otimes S^{s*}) R^{-1} \end{cases} \quad (3-148)$$

结合单静态情形 Kennaugh 矩阵参数化,双静态情形 Kennaugh 矩阵可表示为

$$K = K^s + K^c + K^{ss}$$

$$= \begin{bmatrix} A_0 + B_0 & C & H & F \\ C & A_0 + B & E & G \\ H & E & A_0 - B & D \\ F & G & D & -A_0 + B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I & N & L \\ -I & 0 & K & M \\ -N & -K & 0 & J \\ -L & -M & -J & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A_0 + B_0 - A & C + I & H + N & F + L \\ C - I & A_0 + B + A & E + K & G + M \\ H - N & E - K & A_0 - B + A & D + J \\ F - L & G - M & D - J & -A_0 + B + A \end{bmatrix} \quad (3-149)$$

式中, $A_0, B_0, B, C, D, E, F, G$ 及 H 与单静态结构有关, I, N, L, K, M, J 及 A 与双静态结构有关, 这些参数统称为双静态 Huynen 参数。它们与 Sinclair 矩阵元素之间的关系为

$$\begin{cases} A_0 = \frac{1}{4} |S_{11} + S_{22}|^2 \\ A = |S_{12}^{ss}|^2 \\ B_0 = \frac{1}{4} |S_{11} - S_{22}|^2 + |S_{12}^s|^2 \\ B = \frac{1}{4} |S_{11} - S_{22}|^2 - |S_{12}^s|^2 \\ C = \frac{1}{2} |S_{11} - S_{22}|^2 \\ D = \text{Im}\{S_{11} S_{22}^*\} \\ E = \text{Re}\{S_{12}^{ss*} (S_{11} - S_{22})\} \\ F = \text{Re}\{S_{12}^{ss*} (S_{11} - S_{22})\} \\ G = \text{Im}\{S_{12}^{ss*} (S_{11} + S_{22})\} \\ H = \text{Re}\{S_{12}^{ss*} (S_{11} + S_{22})\} \\ I = \frac{1}{2} (|S_{21}|^2 - |S_{12}|^2) \\ J = \text{Im}\{S_{21} S_{12}^*\} \\ K = \text{Re}\{S_{12}^{ss*} (S_{11} + S_{22})\} \\ L = \text{Im}\{S_{12}^{ss*} (S_{11} + S_{22})\} \\ M = \text{Im}\{S_{12}^{ss*} (S_{11} - S_{22})\} \\ N = \text{Re}\{S_{12}^{ss*} (S_{11} - S_{22})\} \end{cases} \quad (3-150)$$

利用 Kennanugh 矩阵与相干矩阵之间线性关系, 相干矩阵可表示为

$$T_4 = \begin{bmatrix} 2A_0 & C - jD & H + jG & L - jK \\ C + jD & B_0 + B & E + jF & M - jN \\ H - jG & E - jF & B_0 - B & J + jI \\ L + jK & M + jN & J - jI & 2A \end{bmatrix} \quad (3-151)$$

对于双静态确定性目标而言, Sinclair 矩阵有七个独立参量。根据相干矩阵与 Sinclair 矩阵之间的——对应关系可知, 十六个双静态 Huynen 参数并不是完全独立的。考虑到矩阵 T_4 的秩为 1, 利用其各阶主子式等于零, 可得

$$\begin{aligned}
& 2A_0(B_0 + B) = C^2 + D^2 \\
& 2A_0E = CH - DG \\
& G(B_0 + B) = FC - ED \\
& 2A_0(B_0 - B) = G^2 + H^2 \\
& 2A_0F = CG + DH \\
& H(B_0 + B) = CE - DF \\
& 2A(B_0 + B) = M^2 + N^2 \\
& 2A_0I = -HK - GL \\
& I(B_0 + B) = -EN - FM \\
& 2A(B_0 - B) = I^2 + J^2 \\
& 2A_0J = HL - GK \\
& J(B_0 + B) = EM - FN \\
& B_0^2 - B^2 = E^2 + F^2 \\
& 2A_0M = GL + DK \\
& K(B_0 + B) = NC + DM \\
& 4AA_0 = K^2 + L^2 \\
& 2A_0N = CK - DL \\
& L(B_0 + B) = MC - DN \\
& IC - DJ = -FL - EK \\
& 2AC = ML + NK \\
& C(B_0 - B) = EH + GF \\
& IC + DJ = -GM - HN \\
& 2AD = MK - NL \\
& D(B_0 - B) = FH - GE \\
& CJ - DI = HM - GN \\
& 2AE = JM - IN \\
& K(B_0 - B) = -HI - JG \\
& CJ + DI = EL - FK \\
& 2AF = -JN - IM \\
& L(B_0 - B) = HJ - IG \\
& HN - GM = EK - FL \\
& 2AG = -LI - KJ \\
& M(B_0 - B) = EJ - IF \\
& HM + GN = EL + KF \\
& 2AH = LJ - IK \\
& N(B_0 - B) = -EI - JF
\end{aligned} \tag{3-152}$$

根据这三十六个等式,十六个双静态 Huynen 参数之间满足如下关系:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2A_0 E = CH - DG \\ 2A_0 (B_0 + B) = C^2 + D^2 \\ 2AE = JM - IN \\ 2A_0 F = CG + DH \\ 2A_0 (B_0 - B) = G^2 + H^2 \\ 2AF = -JN - IM \\ K(B_0 - B) = -HI - JG \\ L(B_0 - B) = HJ - IG \\ 2A(B_0 - B) = I^2 + J^2 \end{array} \right. \quad (3-153)$$

这九个等式即为双静态情形确定性目标结构方程。它说明对于确定性目标而言,十六个双静态 Huynen 参数中仅有七个独立参数,这与极化散射矩阵独立参数是一致的。

图 3.11 给出了双静态情形确定性目标结构示意图。该结构图可看成是由单静态目标三角形结构图拓展到双静态四面体结构图。类似地,它由 $A_0, B_0 + B, B_0 - B, A$ 目标产生器和 $(E, F), (G, H), (I, J), (K, L)$ 及 (M, N) 六对参数联系。

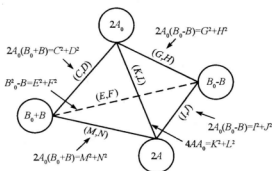


图 3.11 双静态情形确定性目标结构图

3.6 散射对称及简单目标极化特征图

3.6.1 散射对称性目标

在自然界中,散射对称性是一种比较普遍的目标特性。目标具有散射对称性不仅有利于简化其散射问题的研究,而且在具体分析其散射情况时能得出定量的结论。

图 3.12(a)给出了一个满足散射对称性的分布式目标示意图。图中 P 和 Q 为目标散

射面上任意两个点,且它们关于入射平面对称。从物理角度来看,只要 P 点存在反射现象,则 Q 点也必然存在反射,且它们的 Sinclair 矩阵可分别表示为

$$S_P = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \text{ 和 } S_Q = \begin{bmatrix} a & -b \\ -b & c \end{bmatrix} \quad (3-154)$$

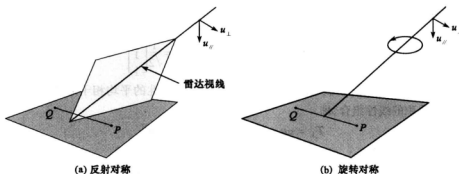


图 3.12 目标关于雷达视线反射对称^[4]

对上述 Sinclair 矩阵进行 Pauli 基矢量化,则它们对应的目标矢量分别为

$$k_P \propto \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \text{ 和 } k_Q \propto \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ -\gamma \end{bmatrix} \quad (3-155)$$

利用目标矢量与相干矩阵之间关系,反射对称性目标的平均相干矩阵 T_3 可分解为两个独立相干矩阵 T_P 和 T_Q 之和,即

$$\begin{aligned} T_3 &= T_P + T_Q \\ &= \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* & \alpha\gamma^* \\ \beta\alpha^* & |\beta|^2 & \beta\gamma^* \\ \gamma\alpha^* & \gamma\beta^* & |\gamma|^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* & -\alpha\gamma^* \\ \beta\alpha^* & |\beta|^2 & -\beta\gamma^* \\ -\gamma\alpha^* & -\gamma\beta^* & |\gamma|^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* & 0 \\ \beta\alpha^* & |\beta|^2 & 0 \\ 0 & 0 & |\gamma|^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-156)$$

式中 T_P 和 T_Q 分别为 P 和 Q 对应的相干矩阵。从(3-156)式可知,对于任意满足反射对称性的目标,其同极化通道散射系数与正交极化通道散射系数互不相关。

图 3.12(b)给出了一个满足旋转对称性的分布式目标示意图。若该目标平均相干矩阵为 T_3 ,那么目标绕雷达视线旋转 θ 后的相干矩阵可写为

$$T_3(\theta) = R_3(\theta) T_3 R_3^{-1}(\theta) \quad (3-157)$$

式中 $R_3(\theta)$ 为旋转矩阵,其定义为

$$R_3(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (3-158)$$

旋转不变性意味着平均相干矩阵为 T_3 在 (3-157) 式变换下保持不变。从数学角度来说, 这等价于平均相干矩阵为 T_3 包含了所有具有旋转不变性的目标矢量。为了满足该条件, 目标矢量必等于旋转矩阵 $R_3(\theta)$ 的特征矢量, 即

$$R_3(\theta)u = \lambda u \quad (3-159)$$

该旋转矩阵存在如下三个特征矢量:

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ j \end{bmatrix}, \quad u_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-160)$$

考虑到 u_1, u_2, u_3 绕雷达视线旋转不变性, 满足旋转不变性的平均相干矩阵必等于这些特征矢量外积的线性组合, 即

$$\begin{aligned} T_3 &= \alpha u_1 \cdot u_1^H + \beta u_2 \cdot u_2^H + \gamma u_3 \cdot u_3^H \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta + \gamma & -j(\beta - \gamma) \\ 0 & j(\beta - \gamma) & \beta + \gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-161)$$

若目标既具有反射对称, 又具有旋转对称, 则该目标满足方位向对称。图 3.13 给出了满足方位向对称的分布式目标示意图。结合 (3-156) 式和 (3-161) 式, 该类目标平均相干矩阵一般形式可表示为

$$\begin{aligned} T_3 &= T_{PR} + T_{QR} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta + \gamma & -j(\beta - \gamma) \\ 0 & j(\beta - \gamma) & \beta + \gamma \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta + \gamma & j(\beta - \gamma) \\ 0 & -j(\beta - \gamma) & \beta + \gamma \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta + \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \beta + \gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-162)$$

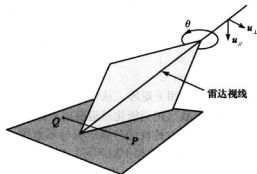


图 3.13 目标关于雷达视线反射对称^[4]

利用相干矩阵与协方差矩阵之间的线性关系, 上述三种散射对称结构对应的平均协

方差矩阵分别为:

反射对称情况:

$$T_3 = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ b^* & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} \Rightarrow C_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a+b+b^*+c & 0 & a-b+b^*-c \\ 0 & 2d & 0 \\ a+b-b^*-c & 0 & a-b-b^*+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & \beta \\ 0 & \delta & 0 \\ \beta^* & 0 & \gamma \end{bmatrix} \quad (3-163)$$

旋转对称情况:

$$T_3 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & c \\ 0 & c^* & d \end{bmatrix} \Rightarrow C_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a+b & \sqrt{2}c & a-b \\ \sqrt{2}c^* & 2d & -\sqrt{2}c^* \\ a-b & -\sqrt{2}c & a+b \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \delta \\ \beta^* & \gamma & -\beta^* \\ \delta & -\beta & \eta \end{bmatrix} \quad (3-164)$$

方位对称情况:

$$T_3 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \Rightarrow C_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a+b & 0 & a-b \\ 0 & 2b & 0 \\ a-b & 0 & a+b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & \beta \\ 0 & \delta & 0 \\ \beta & 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (3-165)$$

3.6.2 简单目标及其极化特征图

实际目标由于其复杂的几何结构和反射特性而呈现出复杂的散射响应,对其进行物理解释相当困难。为此,本节只考察二面角、偶极子、螺旋目标等简单目标(如图 3.14 所示)。

表 3.2 分别列举了这些目标在极化基 (h, v) 、 (l_{45}, l_{-45}) 和 (l, r) 下的极化散射矩阵。其中 H 表示水平极化, V 表示垂直极化, L_{45} 表示方位角为 45° 的线极化, L_{-45} 表示方位角为 -45° 的线极化, L 表示左旋圆极化, R 表示右旋圆极化。

目标散射响应是指天线接收功率随着收发天线极化的变化情况。若采用几何参数 (ψ, χ) 表征收发天线极化状态,结合(3-48)式和(2-34)式,并忽略系数项,天线接收功率简化为

$$P = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\chi_r) \cos(2\psi_r) \\ \cos(2\chi_r) \sin(2\psi_r) \\ \sin(2\chi_r) \end{bmatrix}^T K \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\chi_t) \cos(2\psi_t) \\ \cos(2\chi_t) \sin(2\psi_t) \\ \sin(2\chi_t) \end{bmatrix} \quad (3-166)$$

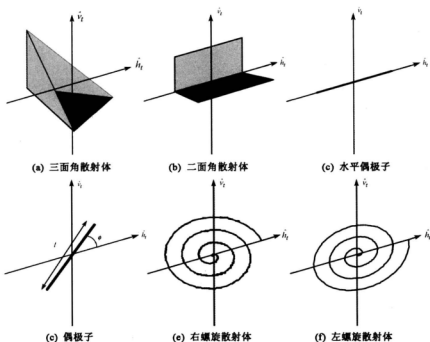
图 3.14 一些典型散射体的示意图^[4]

表 3.2 一些典型散射体在不同极化基下的 Sinclair 矩阵

极化基	(h, v)	(l_{45}, l_{-45})	(l, r)
三角	$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$S = \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}$
二面角	$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
ϕ 取向二面角	$S = \begin{bmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & -\cos 2\phi \end{bmatrix}$	$S = \begin{bmatrix} \sin 2\phi & \cos 2\phi \\ -\cos 2\phi & \sin 2\phi \end{bmatrix}$	$S = \begin{bmatrix} e^{j2\phi} & 0 \\ 0 & e^{-j2\phi} \end{bmatrix}$
偶极子	$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$
ϕ 取向偶极子	$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\cos^2 \phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & 2\sin^2 \phi \end{bmatrix}$	$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \sin 2\phi & -\cos 2\phi \\ -\cos 2\phi & 1 - \sin 2\phi \end{bmatrix}$	$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{j2\phi} & j \\ j & e^{-j2\phi} \end{bmatrix}$
右螺旋	$S = \frac{e^{-j2\phi}}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$	$S = \frac{e^{-j2\phi}}{2} \begin{bmatrix} j & 1 \\ 1 & j \end{bmatrix}$	$S = e^{-j2\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
左螺旋	$S = \frac{e^{-j2\phi}}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$	$S = \frac{e^{-j2\phi}}{2} \begin{bmatrix} j & 1 \\ -1 & j \end{bmatrix}$	$S = e^{-j2\phi} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

在利用(3-166)式计算天线接收功率时,收发天线极化状态可在其有效范围内任意取值。当收发天线极化状态相同(即 $\psi_r = \psi_t, \chi_r = \chi_t$)时,为同极化通道;当收发天线极化状态正交(即 $\psi_r = \pi - \psi_t, \chi_r = -\chi_t$)时,为正极化通道。在同极化和正极化通道下,天线接收功率计算变量由4个减少到2个,此时可用三维图的形式将天线接收功率与极化之间的关系表示出来,分别称为同极化通道特征极化图和正极化通道特征极化图。极化图在一定程度上反映了在特定极化组合下目标天线接收功率的变幻情况。通常,不同类型目标具有不同形式的极化特征图,因此它可用于分析不同目标的极化特性。图3.15给出了上述简单目标的同极化通道极化特征图,图3.16给出了它们响应的正极化通道极化特征图。

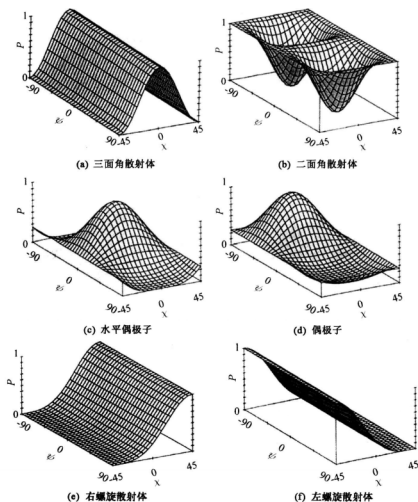


图3.15 典型散射体同极化通道天线接收功率密度图

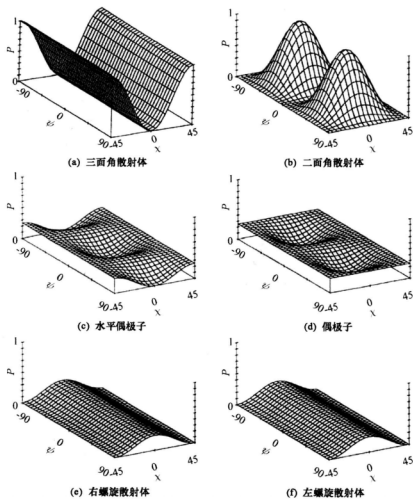


图 3.16 典型目标正交极化通道天线接收功率密度图

第4章 目标特征极化研究

4.1 目标极化研究现状概述

目标最优极化理论,又称为收发天线极化选取理论,其基本内涵是根据某种判决函数(如天线接收功率,或以天线接收功率为自变量的函数)来选取收发天线最佳极化状态,从而增大不同目标功率特征或其他散射特征的差别。从数学的角度来看,目标最优极化理论实质是一个非线性函数的极值求解问题。

目标最优极化理论研究始于20世纪50年代。1952年,Kennaugh首次针对单静态(即收发天线同置)、相干情形天线接收功率函数极值问题开展研究^[20]。此后近六十年的时间里,国内外众多知名学者相继投入该理论的研究。目前,根据判决函数,目标最优极化理论可分为特征极化理论和相对最优极化理论;根据研究对象,又可分为相干情形和非相干情形,其中前者针对确定性目标,而后者针对分布式目标;根据收发天线之间关系,还可分为收发天线有约束情形和无约束情形,其中有约束情形如同极化通道和正交极化通道。图1.1对目标最优极化的求解算法进行了总结。

1. 特征极化理论研究

在雷达探测过程中,被观测目标雷达散射截面(RCS)越大,该目标就越容易被检测。鉴于调整收发天线极化状态可改变目标RCS这一事实,为提高雷达探测性能或抑制背景杂波,在极化域内搜索目标最大或最小RCS对应的收发天线极化状态成为雷达界科研人员普遍关注的重要问题。习惯上,人们采用天线接收功率代替目标RCS作为研究对象,因为若忽略电磁波传播过程中变极化效应影响,天线接收功率可表示为收发天线极化状态的函数。此时,极化域内的最佳极化搜索就是天线接收功率极值问题,雷达极化中将对该问题的求解研究统称为目标特征极化理论。

1952年,Kennaugh首次提出了“目标特征极化”概念^[20],并针对单静态或互易相干情形同极化通道目标特征极化进行了研究,拉开了目标特征极化理论研究的序幕。1970年,Huynen首次采用Poincare极化球表征了Kennaugh目标特征极化,并导出了著名的Huynen极化叉,奠定了目标特征极化表征的基础^[21]。80年代后,随着实用化POLARS系统的不断涌现,世界范围内掀起了一股雷达极化研究的热潮。其中,在目标特征极化理论研究方面,伊利诺伊州立大学的Boerner研究小组^[43,45]和喷气推动实验室(JPL)的Van Zyl

等^[54]做出了杰出贡献,他们将特征极化概念推广到了非相干、双静态情形,从而极大地促进了目标特征极化理论的发展和完善。

根据研究对象,特征极化理论研究也可分为相干情形和非相干情形^[41-64]。对于相干情形,图 4.1 给出了目前该方面研究的一般框图。从图中可以看出,该方面研究主要包含特征极化求解和极化表征两部分。其中前者主要讨论特征极化求解问题,并给出特征极化解析表达式,为后者提供理论依据;后者则采用 Poincare 极化球等方式来表征特征极化,并分析它们之间的相互关系。目前,这方面研究已取得了丰硕成果,但仍存在以下不足:



图 4.1 相干情形目标特征极化理论研究框图

(1)特征极化求解方面:截至目前,相干情形目标特征极化的解析求解问题已基本得到解决。如图 1.1 所示,对于单静态、同极化通道情形,Kennaugh 给出了伪本征值求解法^[20];对于单静态、同极化通道情形,Boerner 等给出了广义极化比变换法^[43];对于双静态、通道情形,Germond 给出了临界值求解法^[53];对于收发天线不存在极化约束关系情形,Boerner 等又给出了“三步”解耦法^[42]。尽管这些算法解决了目标特征极化求解问题,但针对收发天线不同极化约束情形采用不同求解算法,不利于特征极化相互关系的分析。例如,广义极化比变换法是在本征极化基下求解,而其方法却在水平(H)、垂直(V)极化基下求解,不同极化基下来无法比较目标特征极化之间关系。因而有必要寻求一种数学推导更严格且适于收发天线不同极化约束情形统一的目标特征极化求解算法。

(2)特征极化之间几何关系:单静态情形目标极化散射矩阵为对称矩阵,因而此时可通过矩阵对角化来简化目标特征极化求解,同时获得的目标特征极化在 Poincare 极化球上存在固定的几何关系^[28]。对于双静态情形,目标极化散射矩阵为非对称,此时这些处理手段和结论是否同样成立。单、双静态的目标特征极化理论在特征极化求解和特征极化相互关系等方面存在哪些异同。不仅如此,现有研究只涉及一般目标,而从未研究特殊目标特征极化之间的相互关系。

(3)除此之外,现有研究仅涉及目标特征极化的解析求解,尚未讨论目标参数与其特征极化之间的关系。深入分析目标特征极化随目标参数变化情况将有助于简化目标特征极化求解过程,为预判目标特征极化位置等提供理论支撑;而且现有研究仅考虑了一般目标的特征极化求解,尚未专门讨论诸如金属球、二面角反射器、偶极子等典型目标的特征极化问题。

与相干情形相比,非相干情形目标特征极化研究更为复杂。对于确定性目标,其变极化效应一般采用一个 2×2 Sinclair 矩阵表征,且该矩阵由八个(双静态情形)或六个(单静态情形)实参数确定;而对于分布式目标,其变极化效应采用 Kennaugh 矩阵等高阶统计量表征,表征矩阵由十六个(双静态情形)或九个(单静态情形)实参数确定。表征矩阵的不同使得相干情形目标特征极化理论无法适用于分布式目标,参数个数的增加必然造成天线接收功率稳定点求解更为困难。正因为如此,非相干情形目标特征极化研究一直滞后

于相干情形。但是,由于自然界中大多数地物都是分布式的,对该类目标特征极化理论的研究更具有实用价值,因而该方面的研究一直都备受人们重视。

截至目前,非相干情形目标特征极化理论研究还基本停留在对其特征极化的求解上。以追求解析求解为目的,Titin-Schneider等提出了Lagrange乘因子法^[64],该算法成为当前求解分布式目标特征极化的主要算法。然而,由于该算法需求解一个以Lagrange乘因子为自变量的高次方程或方程组,因而它无法给出目标特征极化的解析表达式,更谈不上分析不同特征极化之间的几何关系。不仅如此,在以Lagrange乘因子为自变量的高次方程或方程组的求解过程中,由于无法预知Lagrange乘因子与天线接收功率极值之间的关系,因而必须求解出方程或方程组所有的解,而实际上天线接收功率最大值或最小值对应的解才是我们所需要的。此外,在借助数值方法搜索单个解时,该算法采用人工方式确定每个解的区间,也降低了其实用性。

2. 相对最优极化理论研究

与特征极化理论不同,相对最优极化理论以天线接收功率比为判决函数,在极化域内搜索功率比最大或最小的天线最佳极化状态。根据是否考虑发射天线极化状态选取,该研究可分为目标信杂比(SCR)和信干噪比(SINR)两种。

目标SCR问题实质是目标和杂波天线接收功率比的函数极值求解^[65-81]。对于确定性目标而言,其相对最优极化正好是目标的零功率特征极化。然而,若目标与背景杂波的极化散射特性比较接近,直接采用零功率特征极化将在抑制背景杂波的同时造成目标天线接收功率接近于零。Kostinski等将确定性目标SCR问题转化为Graves矩阵特征值求解,从而有效地克服了这一缺陷^[86];对于分布式目标而言,其相对最优极化理论研究较为复杂,该方面研究目前也主要停留在相对最优极化求解上。Yang等^[17,68]对该类目标相对最优极化理论进行了深入研究;对正交极化通道情形,他将目标SCR问题转化为特征值求解,但由于其前提假设目标表征矩阵为对称矩阵,故该方法无法应用于双静态情形;对同极化通道或收发天线不存在极化约束关系情形,他提出了一种基于序贯约束最小化技术且易于编程实现的数值求解法。

目标SINR是目标回波和干扰杂波天线接收功率之比的函数极值求解。1995年,Stapor首次定义了信干噪比SINR等式,并提出了几种优化策略^[82]。从此以后,国内众多学者相继针对该问题开展了研究。王雪松首先借助Lagrange乘因子法和非对称性,将SINR等式的最优问题转化为求二次方程的根问题,然后利用滤波器通带分析方法得到了最优SINR极化滤波器参数的解析解^[83-86]。徐振海用偏导法得到了SINR等式的解析解^[87]。杨运甫利用矢量分析方法讨论了SINR等式的最优极化求解过程,并详细地描绘了最优极化弧和极化球冠,得到了最优极大圆方程和极化球冠的边圆方程^[88]。

以完善理论和实用化为目的,本章对目标特征极化进行了深入的研究。章节安排为:4.2节详细讨论了相干情形特征极化求解及随目标参数变化情况,得出了一些重要结论^[220];4.3节针对现有非相干情形特征极化求解运算量偏大、不易工程实现等问题,提出了具体的改进方法和替代求解方法^[230-232]。

4.2 相干情形目标特征极化

对于确定性目标来说,其变极化效应可采用极化散射矩阵完全表征。由雷达极化理论可知^[1],在极化基 (h, v) 下,确定性目标天线接收功率可表示为

$$P = |\mathbf{h}_t^T(h, v) \mathbf{S}(h, v) \mathbf{E}_i(h, v)|^2 \quad (4-1)$$

式中, $\mathbf{E}_i(h, v)$ 为发射天线极化 Jones 矢量, $\mathbf{h}_t(h, v)$ 为天线有效高度,与接收天线极化 Jones 矢量相差一个常数, $\mathbf{S}(h, v)$ 为水平极化(H)和垂直极化(V)构成的极化基下的目标极化散射矩阵。显然,若 $\mathbf{h}_t^T(h, v) = \mathbf{E}_i(h, v)$, 称为同极化通道;若 $\mathbf{h}_t^T(h, v) \mathbf{E}_i(h, v) = 0$, 称为正交极化通道;若 $\mathbf{h}_t^T(h, v)$ 和 $\mathbf{E}_i(h, v)$ 之间不存在约束关系,称为全局情形。下面将分别讨论上述三种情形的天线接收功率极值及其对应的收发天线极化状态。

4.2.1 同极化通道情形

4.2.1.1 散射矩阵对角化及参数化

对于同极化通道来说,将 $\mathbf{h}_t(h, v) = \mathbf{E}_i(h, v)$ 代入(4-1)式,在极化基 (h, v) 下,确定性目标同极化通道天线接收功率为

$$P_{\omega\omega} = |\mathbf{E}_i^T(h, v) \mathbf{S}(h, v) \mathbf{E}_i(h, v)|^2 \quad (4-2)$$

考虑到 $P_{\omega\omega} = P_{\omega\omega}^T = |\mathbf{E}_i^T(h, v) \mathbf{S}^T(h, v) \mathbf{E}_i(h, v)|^2$, (4-2)式可改写为

$$P_{\omega\omega} = (P_{\omega\omega} + P_{\omega\omega}^T)/2 = |\mathbf{E}_i^T(h, v) \mathbf{S}_s(h, v) \mathbf{E}_i(h, v)|^2 \quad (4-3)$$

式中 $\mathbf{S}_s(h, v) = (\mathbf{S}(h, v) + \mathbf{S}^T(h, v))/2$ 为对称矩阵。

可见,无论 $\mathbf{S}(h, v)$ 是否对称, (4-2)式的极值问题均可转化为(4-3)式对称情形极值求解,为此下文将讨论(4-3)式极值。

为简化(4-3)式极值讨论,鉴于 $\mathbf{S}_s(h, v)$ 为对称矩阵,可将其对角化。根据(3-97)式,从极化基 (h, v) 变换到新极化基 (a, b) 的过渡公式为

$$\mathbf{S}_s(a, b) = \mathbf{U}_2^T \mathbf{S}_s(h, v) \mathbf{U}_2 \quad (4-4)$$

式中 \mathbf{U}_2 为极化基过渡矩阵,其定义形式为(2-69)式。

将(2-69)式代入(4-4)式,则 (a, b) 极化基下 $\mathbf{S}_s(a, b)$ 各元素可表示为

$$S_{aa} = (1 + \rho_1 \rho_1^*)^{-1} [S_{HH} + 2S_{HV} \rho_1 + S_{VV} \rho_1^2] e^{2\varphi} \quad (4-5)$$

$$S_{ab} = S_{ba} = (1 + \rho_1 \rho_1^*)^{-1} [\rho_1 S_{VV} + (1 - \rho_1 \rho_1^*) S_{HV} - \rho_1^* S_{HH}] \quad (4-6)$$

$$S_{bb} = (1 + \rho_1 \rho_1^*)^{-1} [(\rho_1^2)^* S_{HH} - 2S_{HV} \rho_1^* + S_{VV}] e^{-2\varphi} \quad (4-7)$$

式中 S_{HH} , S_{HV} , S_{VH} 和 S_{VV} 均为 $\mathbf{S}_s(h, v)$ 元素。

为使 $\mathbf{S}_s(a, b)$ 为对角矩阵,令(4-6)式等于零,则

$$\rho_{1\text{ml},2} = \frac{-F \pm (F^2 - 4EG)^{1/2}}{2E} \quad (4-8)$$

式中 $E = S_{\text{HV}} S_{\text{HH}}^* + S_{\text{VH}} S_{\text{HV}}^*$, $F = |S_{\text{HH}}|^2 - |S_{\text{VV}}|^2$, $G = -E^*$ 。与其他极化基相区别,通常称 $\rho_{1\text{ml},2}$ 确定的极化基 (a, b) 为本征极化基, $\rho_{1\text{ml},2}$ 称为本征极化,两者之间满足正交性,即 $\rho_{1\text{ml}} \rho_{1\text{ml}}^* = -1$ 。同时, $S_s(h, v)$ 对角化仅与 ρ_1 有关,而与 ξ 无关。

为便于下文分析特征极化随着目标参数变化情况,将 $S_s(a, b)$ 参数化为

$$S(a, b) = \begin{bmatrix} S_{aa} & 0 \\ 0 & S_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 e^{j\varphi_1} & 0 \\ 0 & \mu_2 e^{j\varphi_2} \end{bmatrix} = m e^{j\varphi} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k e^{j\varphi} \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

式中, $m = \mu_1 = |S_{aa}|$ 为矩阵幅度, $\delta = \varphi_1$ 为绝对相位, $k = \mu_2/\mu_1$ 为幅度比和, $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ 为相位差。

结合 3.5.1 节(3-135)式可知,这些参数与 Huynen-Euler 参数之间存在一一对应关系:若令 $\mu_1 \geq \mu_2$, m 为 Huynen-Euler 参数中的天线最大接收功率,是目标大小或雷达截面的度量; k 对应 Huynen-Euler 参数中的目标特征角,其取值范围为 $[0, 1]$, 且当 k 接近 1 时,表明目标越接近于各向同性,接近 0 时,表明越接近于各向异性; φ 对应目标跳跃角,其取值范围为 $[-\pi, \pi]$, 若 φ 为 π , 则回波由偶次散射机制引起; δ 为绝对相位,与雷达和目标之间距离有关。为便于下文分析,将上述四个参数统称为目标参数。

4.2.1.2 特征极化与目标参数

在本征极化基下,结合(2-64)式、(2-70)式、(4-3)式和(4-9)式,并令 $\xi = 0$, 则确定性目标同极化通道可表示为极化椭圆几何参数的函数,即

$$\begin{aligned} P_{\text{ss}} &= |E_t^T(a, b) S(a, b) E_r(a, b)|^2 \\ &= \frac{1}{4} m^2 [(1+k^2) + 2(1-k^2) \cos 2\tau \cos 2\phi + (1+k^2) \cos^2 2\tau \cos^2 2\phi \\ &\quad + 2k \cos \varphi \cos^2 2\tau \sin^2 2\phi - 2k \sin \varphi \sin 4\tau \sin 2\phi - 2k \cos \varphi \sin^2 2\tau] \end{aligned} \quad (4-10)$$

式中, $\phi \in [-\pi/2, \pi/2]$ 为极化椭圆方位角, $\tau \in [-\pi/4, \pi/4]$ 为椭圆率。

由(4-10)式可知,在收发天线极化状态恒定的情形下,同极化通道天线接收功率仅与 m, k 和 φ 有关。

分别关于 ϕ 和 τ 对(4-10)式求偏导,整理得

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{\text{ss}}}{\partial \tau} &= \frac{1}{4} m^2 [(1-k^2) \sin 2\tau \cos 2\phi + (1+k^2) \sin 2\tau \cos 2\tau \cos^2 2\phi + 2k \cos \varphi \\ &\quad \times \sin 2\tau \cos 2\tau \sin^2 2\phi + 2k \sin \varphi \cos 4\tau \sin 2\phi + 2k \cos \varphi \sin 2\tau \cos 2\tau] = 0 \quad (4-11) \\ \frac{\partial P_{\text{ss}}}{\partial \phi} &= \frac{1}{4} m^2 \cos 2\tau [(1-k^2) \sin 2\phi + (1+k^2) \cos 2\tau \sin 2\phi \cos 2\phi \\ &\quad - 2k \cos \varphi \cos 2\tau \sin 2\phi \cos 2\phi + 2k \sin \varphi \sin 2\tau \cos 2\phi] = 0 \end{aligned} \quad (4-12)$$

同样,由(4-11)式和(4-12)式可知,在收发天线极化状态恒定的情形下,同极化通道天线接收功率的偏导数仅与 k 和 φ 有关。结合目标参数物理含义可知,同极化通道天线接收功率极值仅与目标自身物理属性中的散射特性有关,而与目标雷达散射截面等物理属性无关。

根据 k 和 φ 取值, 天线接收功率极值讨论将分两种情况: 其一, 为 $k \in (0, 1)$ 且 $\varphi \neq 0, \pm\pi$ 的一般情形; 其二, 为 $\varphi = 0, \pm\pi$ 或 $k = 0, 1$ 的特殊情形。通常特殊情形对应一些典型目标, 如二面角散射体等, 因而这种情形对应目标称为典型目标。

对于一般情形而言, (4-11) 式和 (4-12) 式同时成立。此时, 同极化通道天线接收功率函数极值情况分为三种, 即 $\tau = \pm\pi/4$; $\tau = 0$; $\tau \neq 0, \pm\pi/4$ 且 $\varphi \neq 0, \pm\pi/2$ 。为便于直观演示, 图 4.2 给出了某个一般目标的同极化通道天线接收功率在几何平面上的等高线图, 简称为目标功率密度图。该目标参数分别为 $m = 2$, $k = 0.6$ 及 $\varphi = 45^\circ$ 。图中横坐标为极化椭圆倾角, 纵坐标为极化椭圆率, 单位均为度 ($^\circ$)。下面将分别给出这三种情形的极值计算式。

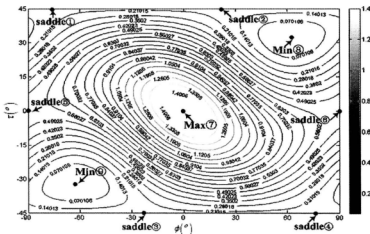


图 4.2 同极化通道天线接收功率图 (一)

情形 1: 若 $\tau = \pm\pi/4$, 则 (4-12) 式恒等于零。将其代入 (4-11) 式, 整理得

$$\tan 2\phi = \pm (1 - k^2) / (2k \sin \varphi) = \pm b \quad (4-13)$$

显然, 在 ϕ 取值范围上, $\tan 2\phi$ 并非单调函数, 故需根据 (4-13) 式分子、分母符号确定 2ϕ 所在象限, 进而确定 ϕ 具体取值。忽略中间分析过程, (4-13) 式可改写为

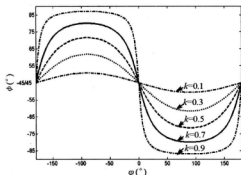
$$\begin{cases} \tau = \pi/4, \phi_1 = \arctan(b)/2 \text{ 或 } \phi_2 = \phi_1 \mp \pi/2 \\ \tau = -\pi/4, \phi_3 = -\phi_1 \text{ 或 } \phi_4 = -\phi_1 \pm \pi/2 \end{cases} \quad (4-14)$$

其中 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 及 ϕ_4 为稳定点的极化椭圆方位角, 在图 4.3 中分别对应图 4.2 中 Saddle 2、Saddle 1、Saddle 3 和 Saddle 4 的横坐标, 而 \mp, \pm 对应 ϕ 的正负号。(4-14) 式表明, 该情形同极化通道天线接收功率有四个极值点, 且这四个极值点的极化方位角之间存在固有关系, 只要已知其中一个极值点, 由 (4-14) 式便可获得其他三个极值点。

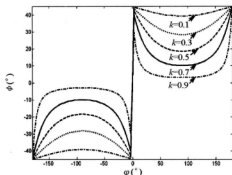
图 4.3 分别给出了这四个极值点分别在 $\tau = \pm\pi/4$ 线上随着 k 和 φ 的变化情况。图中横坐标为相位差 φ , 纵坐标为极化椭圆倾角 ϕ , 单位均为度 ($^\circ$)。由该图可知:

- (1) 随着 k 的逐渐增大, ϕ_1 和 ϕ_3 的绝对值逐渐减少, ϕ_2 和 ϕ_4 的绝对值逐渐增大;
- (2) 当 $k = 0$ 时, ϕ_1 和 ϕ_3 的绝对值等于 $\pi/2$, ϕ_2 和 ϕ_4 的绝对值等于 0;

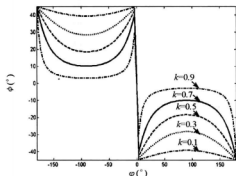
(3) 当 $k=1$ 时, 四个值的绝对值都接近 $\pi/4$ 。



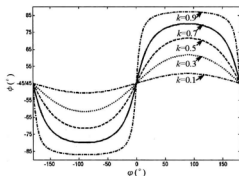
(a) 图4.2中Saddle②



(b) 图4.2中Saddle①



(c) 图4.2中Saddle③



(d) 图4.2中Saddle④

图 4.3 $\tau = \pm \pi/4$ 线上四个稳定点随参数 k, φ 变化情况

情形 2: 若 $\tau = 0$, 将其代入(4-11)式和(4-12)式, 并整理得

$$\begin{cases} \sin\varphi \sin 2\phi = 0 \\ [(1-k^2) + (1+k^2)\cos 2\phi - 2k\cos\varphi \cos 2\phi] \sin 2\phi = 0 \end{cases} \quad (4-15)$$

显然, $\phi = 0, \pm \pi/2$ 。在图 4.2 中这三个极值点分别对应 Max⑦、Saddle⑤和 Saddle⑥。由于该情形三个极值点的极化方位角和椭圆率均为常数, 表明在本征极化基下, 该三个极值点在功率密度图中的位置始终保持不变。

情形 3: 若 $\tau \neq 0, \pm \pi/4$ 且 $\phi \neq 0, \pm \pi/2$, 由(4-11)式和(4-12)式很难给出极值点极化方位角和椭圆率的计算式。然而, 大量的实验已表明, 此时始终存在两个极值点, 分别对应图 4.2 中的 Min⑧、Min⑨。表 4.1 第六行给出了这两个极值点极化方位角和椭圆率的计算公式, 详细的推导过程可参见文献[43], 这里主要分析这两个极值点随着目标参数变化情况。

首先, 考察 φ 符号对这两个极值点的影响。同样, 为了直观演示, 图 4.4 给出了另一个目标的同极化通道天线接收功率密度图。其中除 φ 符号相反之外, 其余目标参数与图 4.2 的完全相同。对比图 4.2 和 4.4, 若以 $\phi = 0$ 和 $\tau = 0$ 两条直线将功率密度图分为四个

象限,且一、二、三、四象限依次对应图中右上角、左上角、左下角和右下角,由此看出:若 $\varphi > 0$,这两个极值点分别在一、三象限;若 $\varphi < 0$,则它们分别在二、四象限。显然,该结论具有一般性,因为根据表 4.1 中这两个极值点的计算公式亦可证实。

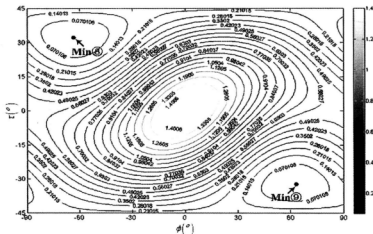


图 4.4 同极化通道天线接收功率图(二)

表 4.1 相干情形下同极化通道目标特征极化及对应的天线接收功率

参数(k, φ)	特征极化(τ, ϕ) \Rightarrow 天线接收功率 P	个数	(τ, ϕ) \Rightarrow 极化比 ρ
$k = 0$	$(0, 0) \Rightarrow m^2 (\text{Max.})$ $(0, \pm \pi/2) \Rightarrow 0 (\text{Min.})$ $(\pm \pi/4, \pm \pi/4) \Rightarrow m^2/4 (\text{Saddle})$	7	$(\pi/4, -\pi/4), (-\pi/4, \pi/4)$ $(0, 0) \Rightarrow 0; (0, \pm \pi/2) \Rightarrow \infty$ $(\pi/4, \pi/4) \Rightarrow (1+j)$ $(-\pi/4, -\pi/4) \Rightarrow -(1+j)$
$k = 1, \varphi = 0$	$(0, \text{任意角}) \Rightarrow m^2 (\text{Max.})$ $(\pm \pi/4, \text{任意角}) \Rightarrow 0 (\text{Min.})$	无数	$(0, \text{任意角}) \Rightarrow \tan \varphi$ $(\pm \pi/4, \text{任意角}) \Rightarrow$ $(\tan \phi \pm j) / (1 \mp j \tan \phi)$
$k = 1, \varphi \neq 0,$ 或 $\pm \pi$	$(\pm \pi/4, 0 \text{ and } \pm \pi/2) \Rightarrow$ $(1 - \cos \varphi) m^2/2 (\text{Saddle})$ $\begin{cases} \phi = -\pi/4, \tau = \begin{cases} a - \pi/4, \varphi > 0 \\ a + \pi/4, \varphi < 0 \end{cases} \\ \phi = \pi/4, \tau = \begin{cases} -a + \pi/4, \varphi > 0 \\ -a - \pi/4, \varphi < 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow 0 (\text{Null})$ where $a = \varphi/4$ $\tan 2\tau = -\frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} \sin 2\phi \Rightarrow m^2 (\text{Max.})$	无数	$(\pm \pi/4, \pm \pi/2) \Rightarrow \pm j$ $(\pm \pi/4, 0) \Rightarrow \pm 1$ $(-\pi/4, (\varphi - \pi)/4) \Rightarrow$ $-2/(1 + a - j(1 - a)), \varphi > 0$ $(-\pi/4, (\varphi + \pi)/4) \Rightarrow$ $2k/(1 - a + j(1 + a)), \varphi < 0$ $(\pi/4, (-\varphi + \pi)/4) \Rightarrow$ $2/(1 + a - j(1 - a)), \varphi > 0$ $(\pi/4, (-\varphi - \pi)/4) \Rightarrow$ $-2k/(1 - a + j(1 + a)), \varphi < 0$

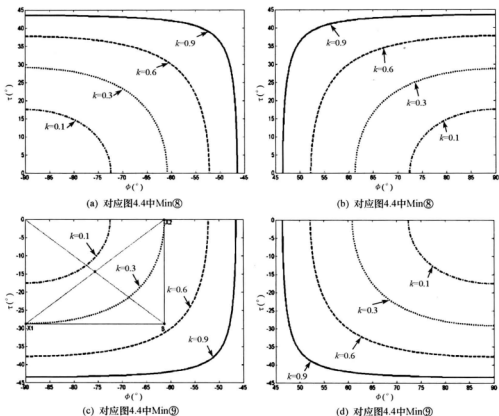
(续表)

参数(k, φ)	特征极化(τ, ϕ) \Rightarrow 天线接收功率 P	个数	(τ, ϕ) \Rightarrow 极化比 ρ
$k \in (0, 1), \varphi = 0$	$(0, 0) \Rightarrow m^2 (\text{Max.})$ $(0, \pm \pi/2) \Rightarrow k^2 m^2 (\text{Minor Max.})$ $(\pm \pi/4, \pm \pi/4) \Rightarrow (1-k)^2 m^2 / 4 (\text{Saddle})$ $(\pm \frac{1}{2} \arccos(\frac{1-k}{1+k}), \pm \pi/2) \Rightarrow 0 (\text{Null})$	11	$(\pi/4, -\pi/4), (-\pi/4, \pi/4)$ $(0, 0) \Rightarrow 0; (0, \pm \pi/2) \Rightarrow \infty$ $(\pi/4, \pi/4) \Rightarrow (1+j)$ $(-\pi/4, -\pi/4) \Rightarrow -(1+j)$ $(\pm \frac{1}{2} \arccos(\frac{1-k}{1+k}), \pm \pi/2) \Rightarrow \pm j/\sqrt{k}$
$k \in (0, 1), \varphi = \pm \pi$	$(0, 0) \Rightarrow m^2 (\text{Max.})$ $(0, \pm \pi/2) \Rightarrow k^2 m^2 (\text{Minor Max.})$ $(\pm \pi/4, \pm \pi/4) \Rightarrow (1+k)^2 m^2 / 4 (\text{Saddle})$ $(0, \pm \frac{1}{2} (\pi - \arccos(\frac{1-k}{1+k}))) \Rightarrow 0 (\text{Null})$	9	$(\pi/4, -\pi/4), (-\pi/4, \pi/4)$ $(0, 0) \Rightarrow 0; (0, \pm \pi/2) \Rightarrow \infty$ $(\pi/4, \pi/4) \Rightarrow (1+j)$ $(-\pi/4, -\pi/4) \Rightarrow -(1+j)$ $(0, \pm \frac{1}{2} (\pi - \arccos(\frac{1-k}{1+k}))) \Rightarrow \pm 1/\sqrt{k}$
一般目标	$(0, 0) \Rightarrow m^2 (\text{Max.});$ $(0, \pm \pi/2) \Rightarrow k^2 m^2 (\text{Minor Max})$ $\tau = \pi/4, \phi = \begin{cases} \arctan(b)/2 \\ \arctan(b)/2 - \pi/2 \end{cases}$ $\tau = -\pi/4, \phi = \begin{cases} -\arctan(b)/2 \\ -\arctan(b)/2 + \pi/2 \end{cases}$ $\Rightarrow m^2 (1 - 2k \cos \varphi + k^2) / 4 (\text{Saddle})$ $\tau_{n1,2} = \pm \arcsin(2k^{1/2} \cos(\varphi/2) / (k+1)) / 2$ $\phi_{n1,2} = \begin{cases} \pm \arctan\left\{\frac{2k^{1/2} \sin(\varphi/2)}{(k-1)}\right\} \pm \pi/2 & \varphi > 0 \\ \pm \arctan\left\{\frac{2k^{1/2} \sin(\varphi/2)}{(k-1)}\right\} \mp \pi/2 & \varphi < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow 0 (\text{Null})$	9	$(0, 0) \Rightarrow 0; (0, \pm \pi/2) \Rightarrow \infty$ $(\pm \pi/4, \pm \arctan(b))$ $\Rightarrow \frac{j + \tan(\arctan(b)/2)}{\pm 1 \mp j \tan(\arctan(b)/2)}$ $(\pi/4, \arctan(b) - \pi/2)$ $\Rightarrow \frac{-1 + j \tan(\arctan(b)/2)}{j + \tan(\arctan(b)/2)}$ $(-\pi/4, -\arctan(b) + \pi/2)$ $\Rightarrow \frac{1 - j \tan(\arctan(b)/2)}{j + \tan(\arctan(b)/2)}$ $(\tau_{n1,2}, \phi_{n1,2}) \Rightarrow \pm k^{-1/2} e^{j(\pi - \varphi)/2}$

其次,图 4.5 给出了这两个极值点随 k, φ 变化的情况。图中横坐标为极化椭圆倾角 ϕ , 纵坐标为极化椭圆率 τ , 单位为度($^\circ$)。其中子图按象限排列, 即(b)、(a)、(c)及(d)分别对应为第一、二、三、四象限。由该图可得零功率特征极化随 k, φ 的变化规律:

- (1) φ 的正负决定了零功率特征极化所在象限;
- (2) k 决定曲线半径大小, 极限情形即 $k=0$ 情形, 零功率特征极化在 $\tau=0$ 线上;
- (3) 曲线交点 X_1, X_2 确定的矩形 OX_1BX_2 为零功率特征极化随目标参数变化的最小区域;
- (4) 两个零功率特征极化关于(0,0)对称, 即 $\tau_{n1} = -\tau_{n2}, \phi_{n1} = -\phi_{n2}$, 因此只要知道其中一个点的坐标位置, 另一个点的坐标即可确定。

根据上述三种情形的讨论可知, 一般情形同极化通道天线接收功率共有 9 个极值点。这些极值点到底是极大值点, 还是极小值点, 或鞍点呢? 接下来, 将就该问题进行研究。

图 4.5 图 4.4 中两个极值点在功率密度图上随参数 k, φ 的变化规律

在数学中,常采用函数二阶偏导数来确定函数极值点极性。首先,关于 τ 和 ϕ 对同极化通道天线接收功率求二阶偏导数,即

$$\frac{\partial^2 P_{\text{av}}}{\partial \tau^2} = \frac{1}{4} m^2 [(1-k^2) \cos 2\tau \cos 2\phi + (1+k^2) \cos 4\tau \cos^2 2\phi + 2k \cos \varphi \cos 4\tau (1 + \sin^2 2\phi) - 4k \sin \varphi \sin 4\tau \sin 2\phi] = -A \quad (4-16)$$

$$\frac{\partial^2 P_{\text{av}}}{\partial \phi \partial \tau} = \frac{1}{4} m^2 [(1-k^2) \sin 2\tau \sin 2\phi + (1-2k \cos \varphi + k^2) \sin 4\tau \sin 4\phi / 2 - 2k \sin \varphi \cos 4\tau \cos 2\phi] = B \quad (4-17)$$

$$\frac{\partial^2 P_{\text{av}}}{\partial \phi^2} = \frac{1}{4} m^2 [(1-k^2) \cos 2\tau \cos 2\phi + (1+k^2) \cos^2 2\tau \cos 4\phi - 2k \cos \varphi \cos^2 2\tau \cos 4\phi - k \sin \varphi \sin 4\tau \sin 2\phi] = -C \quad (4-18)$$

由此,某点 (τ_0, ϕ_0) 为极大值、极小值或鞍点的条件分别为:若 $B_{(\tau_0, \phi_0)}^2 - A_{(\tau_0, \phi_0)} C_{(\tau_0, \phi_0)} < 0$ 且 $A_{(\tau_0, \phi_0)} < 0$, 则为极大值点;反之,若 $B_{(\tau_0, \phi_0)}^2 - A_{(\tau_0, \phi_0)} C_{(\tau_0, \phi_0)} < 0$ 且 $A_{(\tau_0, \phi_0)} > 0$, 则为极小值点;若 $B_{(\tau_0, \phi_0)}^2 - A_{(\tau_0, \phi_0)} C_{(\tau_0, \phi_0)} > 0$, 则为鞍点;若 $B_{(\tau_0, \phi_0)}^2 -$

$A(\tau_0, \phi_0) C(\tau_0, \phi_0) = 0$, 则不能确定极值点极性。

分别将前文得到的9个极值点代入(4-16)式~(4-18)式可知:

(1) 因为 $B_{(0,0)}^2 - A_{(0,0)} C_{(0,0)} = 4(k^2 - 1) < 0$ 且 $A_{(0,0)} = -2(1 + k \cos \varphi) < 0$, 故 $(0, 0)$ 为最大值点。其对应的同极化通道天线接收功率为 m^2 。由式(2-23)知, 该值也为全局情形的最大接收功率(Max.)。

(2) 因为 $B_{(0, \pm \pi/2)}^2 - A_{(0, \pm \pi/2)} C_{(0, \pm \pi/2)} = 4k^2(1 - k^2) > 0$, 故 $(0, \pm \pi/2)$ 不为极值点。其对应的同极化通道天线接收功率为 $k^2 m^2$ 。在雷达极化领域, 通常称之为次最大功率值(Minor Max.)。

(3) 将表4.1中 $\tau_{n1,2}, \phi_{n1,2}$ 代入天线接收功率函数, P_m 恒等于零。故 $\tau_{n1,2}, \phi_{n1,2}$ 被称为零极化(Null)。

(4) 在 $\tau = \pm \pi/4$ 上的四个稳定点, 其 C 恒等于零而 $B \neq 0$, 不为极值点。它们的同极化通道天线接收功率都为 $m^2(1 - 2k \cos \varphi + k^2)/4$ 。由于该功率值介于0和 m^2 之间, 因而它们被称为鞍点极化(Saddle)。

可见, 对于一般目标来说, 可得出如下结论: (1) 其同极化通道天线接收功率图上共有九个稳定点, 其中一个最大功率稳定点, 六个鞍点, 两个零功率稳定点; (2) 这些稳定点在功率图上具有如下关系: 两个零功率稳定点关于 $(0, 0)$ 对称; $\tau = \pm \pi/4$ 线上的四个稳定点之间存在固定关系; 最大功率稳定点始终位于 $(0, 0)$ 处; 其余两个稳定点分别位于 $(-90^\circ, 0)$ 和 $(0, 90^\circ)$ 处; (3) 这些稳定点随 k, φ 呈规律性变化, 如图4.3和图4.5所示。

对于典型目标如金属平板、二面角反射器、偶极子等来说, 其目标参数 k, φ 通常为一些特殊值, 如 $k=0, 1$ 或 $\varphi=0, \pm \pi$ 等。将其目标参数 k, φ 具体值代入(4-11)式和(4-12)式可简化同极化通道天线接收功率一阶偏导数, 然后类似前文思路可得到一些较为特殊的极值点。

表4.1已给出了典型目标同极化通道天线接收功率极值点计算式, 为避免赘述, 这里就不展开讨论。根据这些计算式, 可以看出:

(1) 当 $k=0$ 时, 所有的稳定点在功率图上位置恒定不变, 即最大功率稳定点在 $(0, 0)$ 处, 零功率稳定点在 $(0, \pm \pi/2)$, 鞍点在 $(\pm \pi/4, \pm \pi/4)$ 处。

(2) 当 $k=1$ 时, 最大功率稳定点构成一条连续的曲线。此时, 若 $\varphi=0$, 那么零功率稳定点在功率图上为 $\tau = \pm \pi/4$ 两条直线。

(3) 当 $\varphi=0$ 或 $\pm \pi$ 且 $k \in (0, 1)$ 时, 除了零功率稳定点外, 其余在功率图上位置保持不变, 即最大功率稳定点在 $(0, 0)$ 处, 鞍点在 $(\pm \pi/4, \pm \pi/4)$ 和 $(0, \pm \pi/2)$ 处。

4.2.2 正交极化通道情形

对于正交极化通道来说, 极化散射矩阵对称与否, 其正交极化通道天线接收功率数学模型是不同的, 且也无法通过一定变换将这两种数学模型统一起来, 因此, 本节将分别讨论这两种情形天线接收功率极值情况。

4.2.2.1 单静态或单站情形

对于单静态或单站情形,通常认为极化散射矩阵为对称的。类似于 4.2.1.1 节,先对极化散射矩阵进行对角化处理,然后采用(4-9)式参数化形式。同时,在本征极化基下,正交极化通道情形的收发天线之间关系可表示为

$$\mathbf{h}_r(a, b) = \mathbf{E}_{\perp i}(a, b) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{E}_i^*(a, b) \quad (4-19)$$

结合(4-1)式、(4-9)式和(4-19)式,正交极化通道天线接收功率同样可表示为极化椭圆几何参数的函数,即

$$\begin{aligned} P_s &= |\mathbf{E}_{\perp i}^T(a, b) \mathbf{S}(a, b) \mathbf{E}_i(a, b)|^2 \\ &= \frac{1}{4} m^2 [(1+k^2) - (1+k^2) \cos^2 2\tau \cos^2 2\phi - 2k \cos \varphi \cos^2 2\tau \sin^2 2\phi \\ &\quad + 2k \sin \varphi \sin 4\tau \sin 2\phi + 2k \cos \varphi \sin^2 2\tau] \end{aligned} \quad (4-20)$$

显然,在收发天线极化状态恒定的情形下,正交极化通道天线接收功率也仅与 m, k 和 φ 有关。

分别关于 ϕ 和 τ 对(4-20)式求偏导,整理得

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_s}{\partial \tau} &= [(1-2k \cos \varphi + k^2) \cos^2 2\phi + 4k \cos \varphi] \sin 4\tau + 4k \sin \varphi \cos 4\tau \sin 2\phi \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4-21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_s}{\partial \phi} &= \cos 2\tau \cos 2\phi [(1-2k \cos \varphi + k^2) \cos 2\tau \sin 2\phi + 2k \sin \varphi \sin 2\tau] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4-22)$$

同样,由(4-21)式和(4-22)式可知,在收发天线极化状态恒定的情形下,正交极化通道天线接收功率的偏导数仅与 k 和 φ 有关。结合目标参数物理含义可知,正交极化通道天线接收功率极值仅与目标自身物理属性中的散射特性有关,而与目标雷达散射截面等物理属性无关。

对于一般情形而言,(4-21)式和(4-22)式同时成立。此时,正交极化通道天线接收功率函数极值情况分为四种,即 $\tau = \pm \pi/4; \phi = \pm \pi/4; \tau = 0; \tau \neq 0, \pm \pi/4$ 或 $\phi \neq 0, \pm \pi/4, \pm \pi/2$ 。为便于直观演示,图 4.6 给出了某个一般目标正交极化通道天线接收功率的功率密度图。其目标参数分别为 $m=2, k=0.6$ 及 $\varphi=45^\circ$ 。图中横坐标为极化椭圆倾角,纵坐标为极化椭圆率,单位均为度($^\circ$)。下面将结合该图讨论上述四种情形极值点计算式。

(1)若 $\tau = \pm \pi/4$, (4-22)式等于零,由式(4-21)整理得 $\sin 2\phi = 0$, 则 $\phi = 0, \pm \pi/2$ 。即此时有六个极值点;

(2)若 $\phi = \pm \pi/4$, 式(4-22)等于零,由式(4-21)整理得 $\cos \varphi \sin 4\tau \pm \sin \varphi \cos 4\tau = 0$, 其中 \pm 与 ϕ 符号对应。进一步解相位模糊得:当 $\phi = \pi/4$ 时, $\tau = -\varphi/4$ 或 $\pi/4 - \varphi/4$; 当 $\phi = -\pi/4$ 时, $\tau = \varphi/4$ 或 $\varphi/4 - \pi/4$ 。此时有四个极值点;

(3)若 $\tau = 0$, 由式(4-21)和式(4-22)均有 $\sin 2\phi = 0$, 即 $\phi = 0, \pm \pi/2$ 为其解。此时有三个极值点;

(4)若 $\tau \neq 0, \pm \pi/4$ 或 $\phi \neq 0, \pm \pi/4, \pm \pi/2$, 利用三角函数易证明此种情形不可能成立。将这些极值点分别代入(4-20)式,则它们对应的天线接收功率为

$$\tau = \pm \pi/4, \phi = 0, \pm \pi/2 \Rightarrow m^2(1 + 2k \cos \varphi + k^2)/4 \quad (4-23)$$

$$\tau = 0, \phi = 0, \pm \pi/2 \Rightarrow 0 \quad (4-24)$$

$$\tau = \mp \varphi/4, \phi = \pm \pi/4 \Rightarrow m^2(1 - k)^2/4 \quad (4-25)$$

$$\tau = \pm \pi/4 \mp \varphi/4, \phi = \pm \pi/4 \Rightarrow m^2(1 + k)^2/4 \quad (4-26)$$

由此可见,对于一般性目标,可得出如下结论:(1)其在正交极化通道天线接收功率图上共有十三个稳定点,其中一对最大功率稳定点,八个鞍点,三个零功率稳定点。(2)这些稳定点在功率图上具有如下关系:三个零功率稳定点分别在(0,0)、(0, $\pi/2$)和(0, $-\pi/2$)处;两个最大功率稳定点分别在($\pi/4 - \varphi/4, \pi/4$)和($-\pi/4 + \varphi/4, -\pi/4$),且始终关于(0,0)对称;其余稳定点为鞍点,其中($-\varphi/4, \pi/4$)和($\varphi/4, -\pi/4$)同样关于(0,0)对称,且与一对最大功率稳定点之间相差 $\pi/4$ 。(3)一对最大功率稳定点和鞍点($-\varphi/4, \pi/4$)、($+\varphi/4, -\pi/4$)始终位于直线 $\varphi = \pi/4$ 和 $\phi = -\pi/4$ 上,且随 φ 在两条直线上移动,其余稳定点固定不变。

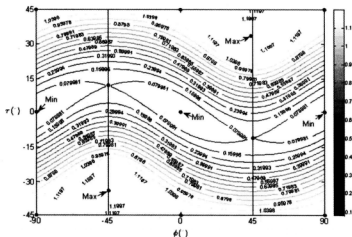


图 4.6 正交极化通道天线接收功率图

类似地,可讨论 k, φ 为一些特殊值时天线接收功率函数稳定点。为避免赘述,表 4.2 仅给出了 k, φ 为这些值时功率函数稳定点的计算公式。

由该表可知,这些功率稳定点具有如下特征:

(1)当 $k=1$ 且 $\varphi \neq \pm \pi$ 时,零功率稳定点在功率图上构成一条连续曲线。此时,若 $\varphi = 0$,那么最大功率稳定点在功率图上为 $\tau = \pm \pi/4$ 两条直线;

(2)其余特殊情形,功率稳定点在功率图上位置始终保持不变。

表 4.2 相干情形下正交极化通道目标特征极化及对应的天线接收功率

参数取值	特征极化→天线接收功率
$k=0$	$\tau=0, \phi=0, \pm\pi/2 \rightarrow 0, \begin{matrix} \tau=\pm\pi/4, \phi=\text{任意} \\ \tau=\text{任意}, \phi=\pm\pi/4 \end{matrix} \rightarrow \frac{1}{4} m^2$
$k=1, \varphi=0$	$\tau=0, \phi=\text{任意} \rightarrow 0, \tau=\pm\pi/4, \phi=\text{任意} \rightarrow m^2$
$k=1, \varphi=\pm\pi$	$\begin{matrix} \phi=0, \pm\pi/2 \\ \tau=\pm\pi/4 \end{matrix} \rightarrow 0, \tau=0, \phi=\pm\pi/4 \rightarrow m^2$
$k=1, \varphi \neq 0, \pm\pi$	$\tau=\pm\pi/4, \phi=0, \pm\pi/2 \rightarrow m^2(1+\cos\varphi)/2$ $\tau=\pm\pi/4 \mp \varphi/4, \phi=\pm\pi/4 \rightarrow m^2$ $\tan 2\tau = -\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi} \sin 2\phi \rightarrow 0$
$\varphi=0$	$\tau=0, \phi=0, \pm\pi/2 \rightarrow 0$ $\tau=0, \phi=\pm\pi/4 \rightarrow m^2(1-k)^2/4$ $\tau=\pm\pi/4 \rightarrow m^2(1+k)^2/4$
$\varphi=\pm\pi$	$\tau=0, \phi=0, \pm\pi/2 \rightarrow 0$ $\tau=0, \phi=\pm\pi/4 \rightarrow m^2(1+k)^2/4$ $\tau=\pm\pi/4 \rightarrow m^2(1-k)^2/4$
$k \neq 0, 1$ and $\varphi \neq 0, \pm\pi$	$\tau=\pm\pi/4, \phi=0, \pm\pi/2 \Rightarrow m^2(1+2k\cos\varphi+k^2)/4$ $\tau=0, \phi=0, \pm\pi/2 \Rightarrow 0$ $\tau=\mp\varphi/4, \phi=\pm\pi/4 \Rightarrow m^2(1-k)^2/4$ $\tau=\pm\pi/4 \mp \varphi/4, \phi=\pm\pi/4 \Rightarrow m^2(1+k)^2/4$

4.2.2.2 双静态或双站情形

对于双静态或双站情形,极化散射矩阵不再对称。在数学中,任意非对称复极化散射矩阵均可表示为一个对称部分和负对称部分之和^[59]

$$S(h, v) = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_3 \end{bmatrix} + \Delta(h, v) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = S_s(h, v) + \Delta(h, v)S_e \quad (4-27)$$

式中 $S_2 = (S_{HV} + S_{VH})/2$, $\Delta = (S_{HV} - S_{VH})/2$ 及 $S_s = (S^T + S)/2$ 。其中对称部分可理解为单站结构的目标变极化效应,负对称部分则为双站结构引入的额外信息,但对称部分不仅依赖于目标自身物理特性,还与雷达系统位置有关。

为简化后续极值讨论,同样进行酉相合变换,不过是对非对称极化散射矩阵中的对称部分 $S_s(h, v)$ 进行对角化。其对角化和参数化类似于 4.2.1.1 节。由此得到

$$S(a, b) = S_s(a, b) + \Delta(a, b)S_e = me^{j\xi} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & ke^{j\varphi} \end{bmatrix} + \Delta \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = me^{j\xi} \begin{bmatrix} 1 & b \\ -b & k \end{bmatrix} \quad (4-28)$$

式中 $b = \Delta e^{-j(\xi/2 + \xi - \theta)}/m$, 参数 m, k, ξ 和 φ 可借鉴前文的物理含义,并统称为目标参数, Δ 为双站结构引入的额外信息, (a, b) 亦称为双静态目标本征极化基。

在本征极化基下,结合(4-1)式、(4-19)式和(4-28)式,正交极化通道天线接收功率可写为

$$P_s = \frac{1}{4} m^2 [4|b|^2 + (1+k^2) - (1+k^2) \cos^2 2\tau \cos^2 2\phi - 2k \cos^2 2\tau \sin^2 2\phi + 2k \sin^2 2\tau + 4\operatorname{Re}(b)(1-k) \cos 2\tau \sin 2\phi - 4\operatorname{Im}(b)(1+k) \sin 2\tau] \quad (4-29)$$

分别关于 τ 和 ϕ 对(4-29)式求偏导数,并整理得

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_s}{\partial \tau} &= [(1+k^2) \cos^2 2\phi + 2k \sin^2 2\phi + 2k] \cos 2\tau \sin 2\tau \\ &\quad - 2\operatorname{Re}(b)(1-k) \sin 2\tau \sin 2\phi - 2\operatorname{Im}(b)(1+k) \cos 2\tau = 0 \end{aligned} \quad (4-30)$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial \phi} = \cos 2\tau \cos 2\phi [(1-k)^2 \cos 2\tau \sin 2\phi + 2(1-k) \operatorname{Re}(b)] = 0 \quad (4-31)$$

同样分情形讨论(4-30)式和(4-31)式方程组根,或(4-29)式极值点:

(1)当 $\tau = \pm \pi/4$ 时,(4-31)式等于零。将其代入(4-30)式可得 $\phi = 0$ 或 $\pm \pi/2$ 。可见此种情形共有六个极值点。且当 $\tau = \pi/4$ 时,天线接收功率为 $m^2[4|b|^2 + (1+k^2) + k - 4\operatorname{Im}(b)(1+k) \sin 2\tau]/4$; 当 $\tau = -\pi/4$ 时,天线接收功率为 $m^2[4|b|^2 + (1+k^2) + k + 4\operatorname{Im}(b)(1+k) \sin 2\tau]/4$;

(2)当 $\phi = \pm \pi/4$ 时,同样(4-31)式等于零。将其代入(4-30)式,可整理得

$$k \cos 2\tau \sin 2\tau \mp \operatorname{Re}(b)(1-k) \sin 2\tau - \operatorname{Im}(b)(1+k) \cos 2\tau = 0 \quad (4-32)$$

求解该式可得天线接收功率函数四个稳定点;

(3)当 $\tau \neq \pm \pi/4$ 且 $\phi \neq \pm \pi/4$ 时,由(2-31)式等于零,可得

$$\cos 2\tau \sin 2\phi = -2\operatorname{Re}(b)/(1-k) \quad (4-33)$$

若令 $x_1 = \cos 2\tau \cos 2\phi$, $x_2 = \cos 2\tau \sin 2\phi$ 和 $x_3 = \sin 2\tau$, 式(2-30)乘以 $\cos 2\tau$ 后可得

$$[(1+k^2)x_1^2 + 2kx_2^2 + 2k(1-x_3^2)]x_3 - 2\operatorname{Re}(b)(1-k)x_3 - 2\operatorname{Im}(b)(1+k)(1-x_3^2) = 0 \quad (4-34)$$

将(4-33)式和 $x_1^2 = 1 - x_2^2 - x_3^2$ 代入(4-34)式,并整理得

$$x_3 = \operatorname{Im}(b)/(1+k) \quad (4-35)$$

将 x_2 和 x_3 代入 $x_1^2 = 1 - x_2^2 - x_3^2$, 可得

$$x_1 = \pm \sqrt{1 - 4\operatorname{Re}(b)/(1-k)^2 - 4\operatorname{Im}(b)/(1+k)^2} \quad (4-36)$$

显然两个极值点始终关于 $\tau = 0$ 对称。不过需指出,这两个极值点存在的条件为

$$\operatorname{Re}^2(b)/(1-k)^2 + \operatorname{Im}^2(b)/(1+k)^2 \leq 0.25 \quad (4-37)$$

可见,双静态正交极化通道天线接收功率极值分两种情况:1)若(4-37)式成立,共有12个特征极化,且将 x_1 , x_2 和 x_3 代入(4-29)式可得,其天线接收功率恒等于零,说明这两个极值点为零功率点,且始终关于 $\phi = \pi/4$ (b 相位绝对值大于 $\pi/2$ 时)或 $\phi = -\pi/4$ (b 相位绝对值小于 $\pi/2$ 时)对称,最大功率稳定点在 $\phi = \pm \pi/4$ 上;2)不满足时仅有10个稳定点,最大和零功率稳定点均在 $\phi = \pm \pi/4$ 上。

图4.7和图4.8分别给出了上述两种情形的双静态情形正交极化通道天线接收功率密度图。图中采用 Min 和 Max 标识了最小、最大值。

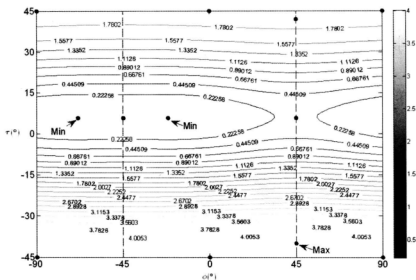


图 4.7 双静态情形正交极化通道天线接收功率图 ($k=0.7, b=0.2e^{j\pi/3}$)

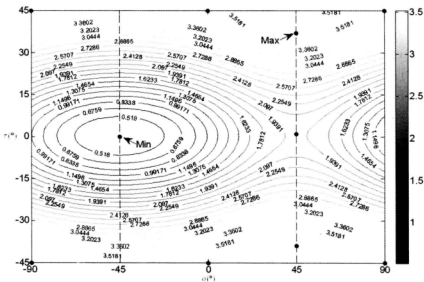


图 4.8 双静态情形正交极化通道天线接收功率图 ($k=0.6, b=0.5e^{j\pi/200}$)

4.2.3 收发天线无极化约束情形

对于收发天线无极化约束情形,收发天线极化均为独立变量,若将天线接收功率表示为几何参数函数,是一个四元高次函数,采用偏导数方法求极值将变得非常困难。现有研究中曾提出了“三步”解耦求解法,本节将提出另一种求解思路。

根据矩阵奇异分解可知,任意 2×2 的复极化散射矩阵 S 均可表示为

$$S = V^* \Sigma W^H \quad (4-38)$$

式中 V 列矢量为 SS^H 特征矢量, W 列矢量为 $S^H S$ 特征矢量,两者均为酉矩阵, $\Sigma = \text{diag}\{\mu_1, \mu_2\}$ 为实对角矩阵, $\mu_i \geq 0$ 为矩阵 S 奇异值,或矩阵 SS^H 、 $S^H S$ 特征值。

鉴于现有雷达天线多为完全极化的,即 $\|h_r(h, v)\| = \|E_r(h, v)\| = \|h_r(a, b)\| = \|E_r(a, b)\| = 1$, 式中 $\|\cdot\|$ 为 2-范数。将(4-38)式代入(4-1)式,结合 Cauchy 不等式,天线接收功率有

$$\begin{aligned} P &= |h_r^T(h, v) S(h, v) E_r(h, v)|^2 = |h_r^T(h, v) V^* \Sigma W^H E_r^2(h, v)|^2 \\ &= |h_r^T(a, b) \Sigma E_r^2(c, d)|^2 \leq \|h_r^T(a, b)\|^2 \|\Sigma\|^2 \|E_r(c, d)\|^2 \\ &= \|\Sigma\|^2 = \max(\mu_1^2, \mu_2^2) \end{aligned} \quad (4-39)$$

式中 (a, b) 、 (c, d) 均为新的极化基。由(4-39)式可得出如下结论:

(1) 无论收发天线是否存在极化约束关系,还是目标极化散射对称与否,确定性目标的接收功率始终介于 0 和矩阵 S 最大奇异值平方之间;

(2) 天线接收功率全局最大值是在发射天线 Jones 矢量为 SS^H 最大特征值对应特征矢量,而接收天线 Jones 矢量为 $S^H S$ 最大特征值对应特征矢量时取得;

(3) 在单波照射下,确定性目标散射回波为完全极化波,因而只要调整接收天线极化状态使其与目标散射回波正交,就能得到零天线接收功率;

(4) 在单静态情形下, S 为对称矩阵,那么必有 $SS^H = S^H S$ 。

故当天线接收功率取得全局最大值时,收发天线极化状态相同,即单静态情形确定性目标全局特征极化与同极化通道特征极化相同。

根据结论(2),天线接收功率取得全局最大值的条件是在发射天线 Jones 矢量等于 SS^H 最大特征值对应特征矢量,且接收天线 Jones 矢量等于 $S^H S$ 最大特征值对应特征矢量时。又因 $S^H S$ 和 SS^H 均为 Hermitian 矩阵,两者具有相同的奇异值。若令 $G = S^H S$ 或 $G = SS^H$, 则其奇异值可表示为

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \{ \text{tr}(G) \pm \sqrt{\text{tr}^2(G) - 4\text{Det}(G)} \} \quad (4-40)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵迹运算, $\text{Det}(\cdot)$ 为矩阵行列式运算,两者均具有酉矩阵相合不变性。这样,在新极化基 (a, b) 下,对应归一化特征矢量为

$$E_r(a, b) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} [1 \ x]^T \text{ 和 } h_r(a, b) = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} [1 \ y]^T \quad (4-41)$$

式中 $x = (1 + |b|^2 - \lambda) / (kb^* - b)$, $y = (1 + |b|^2 - \lambda) / (b^* - kb)$, $*$ 为复数共轭运算。

根据结论(1),天线接收功率全局最小值为零。而根据结论(3),当收发天线极化为自由变量时,无论发射天线采用什么样极化状态,只要接收天线失配接收(即接收天线极化与目标散射回波正交),天线接收功率均等于零。显然,这样的收发天线极化对有无穷多,此时讨论天线接收功率极小值点已无意义。

4.2.4 Poincare 极化球表征

4.2.4.1 同极化通道情形

4.2.1 节讨论了同极化通道天线接收功率稳定点及其在天线接收功率图上随 k, φ 变化的情况,这一节将进一步把这些稳定点表征到 Poincare 极化球上,借此分析它们在极化球上的几何关系及 k, φ 变化对它们影响。利用几何描述子 τ, ϕ 与 Stokes 矢量之间的关系,很容易将表 4.1 中的稳定点表征到 Poincare 极化球上。图 4.9 分别给出了 k, φ 为不同取值时同极化通道天线接收功率函数稳定点的极化球表征。为了叙述简便,这里同样分一般性目标和特殊性目标两种情形来分别说明,同时这些功率稳定点对应的极化球上的点统称为特征极化点。

1. 一般性目标

图 4.9(a)为一般性目标功率稳定点的极化球表征。由于极化球南北极点与极化椭圆倾角 ϕ 无关,因而在功率密度图 $\tau = \pm \pi/4$ 线上四个鞍点分别合并为南北极点 $S_1, S_2, \tau = 0, \phi = \pm \pi/2$ 处两个鞍点合并为极化球上 M_2 , 而最大功率点 $\tau = 0, \phi = 0$ 和两个零功率点分别对应极化球上 M_1, N_1 及 N_2 点,这样在 Poincare 极化球上目标只有六个特征极化点。由图 4.9(a)可知,六个特征极化点之间存在以下几何关系:

(1)点 M_1 和 M_2 构成的直径 $\overline{M_1 M_2}$ 垂直于由点 S_1 和 S_2 构成的直径 $\overline{S_1 S_2}$, 且该直径平分由点 N_1, N_2 构成的球心角 $\angle N_1 O N_2$;

(2)点 N_1, N_2 与直径 $\overline{M_1 M_2}$ 一起构成一个叉,即所谓的极化叉, $\overline{M_1 M_2}$ 为极化叉的轴, N_1, N_2 为极化叉的齿;

(3)过点 N_1, N_2 的大圆与直径 $\overline{S_1 S_2}$ 并不在同一平面内,其原因是目标参数 φ 引起点 N_1, N_2 所在的大圆绕轴 $\overline{M_1 M_2}$ 顺时针偏离直径 $\overline{S_1 S_2}$, 当 $\varphi = 0$ 时,直径 $\overline{S_1 S_2}$ 与 N_1, N_2 所在的大圆在同一个平面内(如图 4.9(b)), 而当 $\varphi = \pm \pi$ 时,直径 $\overline{S_1 S_2}$ 垂直于 N_1, N_2 所在的大圆平面(如图 4.9(c))。

2. 特殊性目标

图 4.9(b)~(f)分别给出了 $k=0, 1$ 或 $\varphi=0, \pm \pi$ 时同极化通道天线接收功率函数稳定点的极化球表征。其中图 4.9(b)和(c)可看成图 4.9(a)的特殊情况,即将 N_1, N_2 所在的大圆绕轴 $\overline{M_1 M_2}$ 旋转获得,因而这里着重介绍后面几种。

图 4.9(d)给出了 $k=0$ 时函数稳定点的极化球表征。此时在极化球上只有四个特征极化点,即 M, N 分别对应最大功率特征极化点和零功率特征极化点,且直径 \overline{MN} 与南北

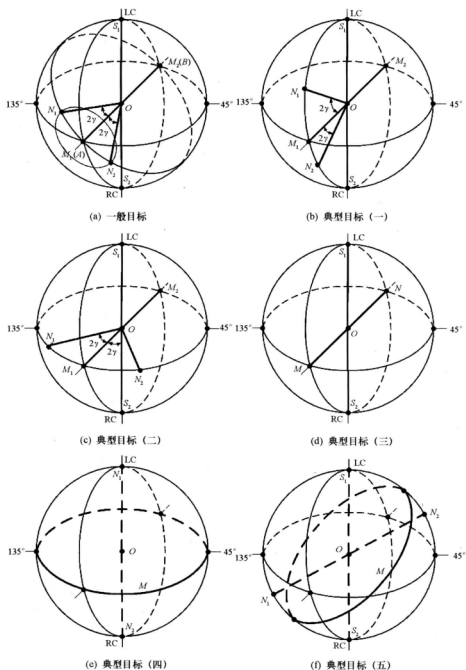


图 4.9 利用 Poincaré 极化球表征同极化通道情形的目标特征极化

极点 S_1, S_2 的连线垂直。

图 4.9(f) 给出了 $k=1$ 且 $\varphi \in (-\pi, 0) \cup (0, \pi)$ 时函数稳定点的极化球表征。图中 M 为最大功率特征极化点, N_1, N_2 为零功率特征极化点, S_1, S_2 为鞍点特征极化点。此时这些特征极化点具有以下特征: 最大功率特征极化点在极化球上构成一个大圆, N_1, N_2, S_1, S_2 四点位于同一个大圆上, 但直径 $\overline{N_1 N_2}$ 并不垂直直径 $\overline{S_1 S_2}$ 。同时由表 4.1 第四行可知, N_1, N_2 到最大功率大圆平面距离相等, 且目标参数 $|\varphi|$ 变大时引起大圆所在平面面向直径 $\overline{S_1 S_2}$ 逆时针旋转, 而 $\overline{N_1 N_2}$ 背离 $\overline{S_1 S_2}$ 顺时针旋转。特殊情形: 当 $\varphi=0$ 时, 直径 $\overline{S_1 S_2}$ 与直径 $\overline{N_1 N_2}$ 重合, 最大值大圆垂直于直径 $\overline{N_1 N_2}$ (如图 4.9(e)); 当 $\varphi=\pm\pi$ 时, 大圆与直径 $\overline{S_1 S_2}$ 在同平面上, 而 $\overline{N_1 N_2}$ 正好垂直该平面。

4.2.4.2 正交极化通道情形

同样, 利用几何描述子 τ, ϕ 与 Stokes 矢量之间的关系, 很容易将表 4.2 中的稳定点表征到 Poincare 极化球上。图 4.10 分别给出了 k, φ 为不同取值时正交极化通道天线接收功率函数稳定点的极化球表征。这里仍将分两种情形来说明。

1. 一般性目标

图 4.10(a) 为一般性目标功率稳定点的极化球表征。在 Poincare 极化球上, 六个鞍点合并为 S_1, S_2, S_3 及 S_4 四点, 三个零极化点合并为 N_1, N_2 两点, 加上两个极大值点 M_1, M_2 , 共有八个特征极化点。由图 4.10(a) 可知, 八个特征极化点之间存在以下几何关系:

- (1) 直径 $\overline{M_1 M_2}, \overline{S_1 S_3}$ 及 $\overline{S_4 S_2}$ 在同一个大圆平面上, 该平面与直径 $\overline{N_1 N_2}$ 垂直;
- (2) 直径 $\overline{M_1 M_2}$ 与直径 $\overline{S_4 S_2}$ 相互正交, 而点 S_1, S_2 为极化球南北极点。同时直径 $\overline{M_1 M_2}$ 与直径 $\overline{S_4 S_2}$ 构成的十字叉将随参数 φ 单调减小而逆时针旋转;
- (3) 极限情形: 若 $\varphi=\pm\pi$ 时, 直径 $\overline{S_3 S_4}$ 与直径 $\overline{S_1 S_2}$ 相互重合; 若 $\varphi=0$ 时直径 $\overline{M_1 M_2}$ 与直径 $\overline{S_1 S_2}$ 相互重合 (如图 4.10(d))。在这两种特殊情况, 极化球上目标特征极化点数均退化为 6 个。

2. 特殊性目标

图 4.10(b) ~ (f) 分别给出了 $k=0, 1$ 或 $\varphi=0, \pm\pi$ 时正交极化通道天线接收功率函数稳定点的极化球表征。其中图 4.10(d) 为图 4.10(a) 特殊情形, 因而这里介绍其他几种。

图 4.10(b) 给出了 $k=1$ 且 $\varphi \neq 0$ 或 $\pm\pi$ 时函数稳定点的极化球表征。图中 N 为零功率特征极化点, 在极化球上为一大圆, S_1, S_2 为鞍点特征极化, M_1, M_2 为最大功率特征极化点。同样, 参数 φ 的变化将引起直径 $\overline{M_1 M_2}$ 和大圆 N 的旋转。极限情形: $\varphi=0$ 时, 大圆 N 在赤道平面, 直径 $\overline{M_1 M_2}$ 与直径 $\overline{S_1 S_2}$ 重合 (如图 4.10(e)); $\varphi=\pm\pi$ 时, 大圆 N 经过极化球南北极, 直径 $\overline{M_1 M_2}$ 垂直于大圆 N 平面 (如图 4.10(f))。

图 4.10(c) 给出了 $k=0$ 时函数稳定点的极化球表征。图中 M 为最大功率特征极化点, 在极化球上为一个点, N_1 和 N_2 为零功率特征极化点, 垂直大圆 M 平面。此时, 无论 φ 如何变化, 极化球上的特征极化点保持不变。

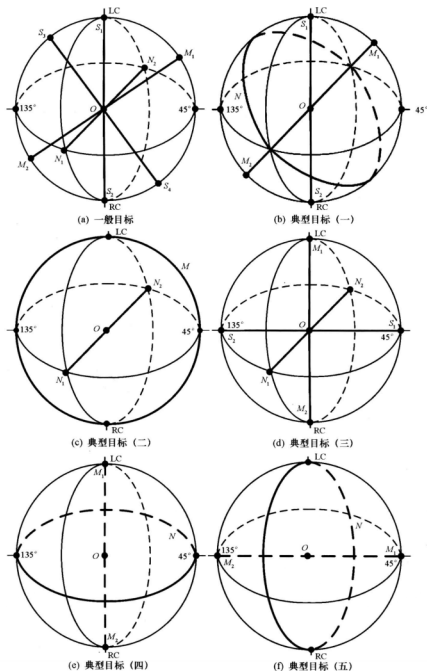


图 4.10 利用 Poincaré 极化球表征正交极化通道情形的目标特征极化

4.2.4.3 极化叉和极化树

在实际应用上,为改善雷达探测性能或抑制杂波背景,人们往往更多地关注最大和零天线接收功率对应的收发天线极化状态。同时,为便于分析同极化通道和正交极化通道天线接收功率稳定点的几何关系,将两种情形的最大和零功率率稳定点同时表征在极化球上。考虑到单、双静态情形,正交极化通道天线接收功率极值不同,这里将分别讨论这两种情况。

1. 单静态情形

图 4.11(a)给出了一般性目标的同极化通道、正交极化通道情形最大和零天线接收功率稳定点的极化球表征。图 4.11(b)为 $\varphi = 0$ 时特殊性目标。图中 CM_1 、 CM_2 为同极化通道最大功率特征极化点, CN_1 、 CN_2 为同极化通道零功率特征极化点, XM_1 、 XM_2 为正交极化通道最大功率特征极化点, XN_1 、 XN_2 为正交极化通道零功率特征极化点。

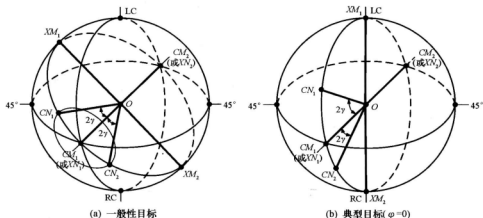


图 4.11 极化叉和极化树之间的关系

由图 4.11(a)可得出这些特征极化点的几何关系及特点:

(1) Poincaré 极化球上, CM_1 (或 CM_2) 与 XN_1 (或 XN_2) 重合为一点, 说明同极化通道最大功率特征极化与正交极化通道零功率特征极化相同。

(2) CN_1 、 CN_2 、 CM_1 和 CM_2 四点正好位于一个大圆平面上, 且 CM_1 与 CM_2 的连线正好平分 CN_1 与 CN_2 构成球心角。这四点与球心 O 一起构成了一个叉形结构(即极化叉), 其中 CM_1 与 CM_2 的连线为叉柄, CN_1 、 CN_2 分别与球心的连线为叉齿。

(3) XM_1 与 XM_2 的连线和上述叉在同一个大圆平面上, 且该连线始终垂直于 CM_1 与 CM_2 的连线。 XM_1 与 XM_2 的连线和上述叉一起构成一个树形结构。

可见, 在 Poincaré 极化球上, 单静态、相干情形目标共有六个特征极化点。结合这些特征极化的表达式可知, 在 Poincaré 极化球上, CM_1 、 CM_2 位置恒定不变; 其余四个点随参数 k 、 φ 呈规律变化, 即 k 决定了 CN_1 与 CN_2 构成球心角大小, φ 仅引起极化叉和

XM_2, XM_1 所在大圆平面绕轴线 CM_2, CM_1 旋转, 但保持这些特征极化点之间的几何关系。图 4.11(b) 给出了 $\varphi = 0$ 时目标特征极化 Poincare 极化球表征。此外, 当目标参数 k, φ 分别取其他一些特殊值时, 其目标特征极化 Poincare 极化球表征与图 4.11 略有差异。

2. 双静态情形

对于双静态、同极化通道, 由于其特征极化求解过程及计算公式与单静态、同极化通道的相同, 故其特征极化在 Poincare 极化球上几何关系类似于图 4.9, 即最大特征极化与球心连线始终平分两个最小特征极化构成的球心角。对于双静态、正交极化通道, 图 4.12 给出了其特征极化的 Poincare 极化球表征。图 4.12 中 M 表示正交极化通道天线最大接收功率特征极化, N 则为天线最小接收功率特征极化。由该图可知: (1) 在满足 (4-37) 式时, 最大特征极化 M 所在平面平分最小特征极化 N_1 和 N_2 构成的球心角, 也就是三个特征极化构成一个叉形结构; (2) 不满足 (4-37) 式时, 最大、最小特征极化在同一平面上。对于双静态、全局情形, 同样可将其特征极化表征到极化球上, 但难于确定它与其他情形特征极化之间几何关系, 因而这里未予给出。

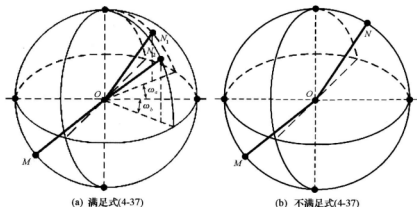


图 4.12 利用 Poincare 极化球表征的双静态情形正交极化通道目标特征极化

总之, 对于双静态情形, 正交极化通道零功率特征极化不等于同极化通道最大功率特征极化, 全局情形的收发天线最佳极化也各不相同, 此时不宜再采用单极化叉结构完全来表征目标在双静态、相干情形的特征极化, 而采用多极化叉结构。

4.2.5 典型目标散射特性分析

为了验证前文研究, 本节将通过一些典型实例来演示前文研究在目标特征极化求解和典型目标特征极化分析中的应用。

4.2.5.1 简化目标特征极化求解中的应用

为演示前文研究在简化目标特征极化求解过程中的应用, 这里采用 NASA SIR - C/X - SAR 于 1994 年对中国天山森林地区进行全极化成像图像作为实验数据。图像尺寸为

900×450,存储格式为极化散射矩阵。图 4.13 给出了该地区 HH 通道强度图。其中黑色线条为道路,黑色区域为砍伐区,黑白相间的区域为森林。



图 4.13 天山森林 SIR-C/X-SAR HH 强度图

在该图中选取森林和砍伐处两块区域作为研究对象,且它们的归一化平均极化散射矩阵分别为

$$S_1(h, v) = \begin{bmatrix} -0.4963 + 0.2181j & 0.2036 - 0.0148j \\ 0.2036 - 0.0148j & 0.4637 - 0.6385j \end{bmatrix} \quad (4-42(a))$$

$$S_2(h, v) = \begin{bmatrix} 0.1789 - 0.7456j & 0.0361 - 0.0661j \\ 0.0361 - 0.0661j & 0.6323 - 0.0325j \end{bmatrix} \quad (4-42(b))$$

首先根据(4-5)式~(4-9)式分别计算森林和砍伐处的极化散射矩阵本征极化基及目标参数,其结果见表 4.3 第二、三行。接下来,分别计算同极化通道和正交极化通道两种情形的天线接收功率函数稳定点。

表 4.3 森林、砍伐处的目标参数、特征极化及对应天线接收功率

目 标	森 林	砍伐处
本征极化	$-0.0062 + 2.4590j$	$0.3523 - 0.2432j$
目标参数	$m = 0.8541 \quad k = 0.6089$ $\xi = 2.1411 \quad \varphi = -2.4094$	$m = 0.7972 \quad k = 0.6038$ $\xi = -1.3488 \quad \varphi = 1.3189$
同极化通道	$(0, 0) \Rightarrow 0.7296(\text{Max.})$ $(0, \pm \pi/2) \Rightarrow 0.2704(\text{Saddle})$ $(\pi/4, -0.3290), (\pi/4, 1.2418), (-\pi/4, 0.3290),$ $(-\pi/4, -1.2418) \Rightarrow 0.4152(\text{Saddle})$ $(-0.1773, 0.9165), (0.1773, -0.9165) \Rightarrow 0(\text{Null})$	$(0, 0) \Rightarrow 0.6355(\text{Max.})$ $(0, \pm \pi/2) \Rightarrow 0.3645(\text{Saddle})$ $(\pi/4, 0.1414), (\pi/4, -1.4294), (-\pi/4, -0.1414),$ $(-\pi/4, 1.4294) \Rightarrow 0.1900(\text{Saddle})$ $(0.4495, 0.8973), (-0.4495, -0.8973) \Rightarrow 0(\text{Null})$
正交极化通道	$(-1.3877, -\pi/4), (1.3877, \pi/4) \Rightarrow 0.4721(\text{Max.})$ $(\pm \pi/4, 0), (\pm \pi/4, \pm \pi/2) \Rightarrow 0.0848(\text{Saddle})$ $(-0.6024, -\pi/4), (0.6024, \pi/4) \Rightarrow 0.0279(\text{Saddle})$ $(0, 0), (0, \pm \pi) \Rightarrow 0(\text{Null})$	$(-0.4557, -\pi/4), (0.4557, \pi/4) \Rightarrow 0.4087(\text{Max.})$ $(\pm \pi/4, 0), (\pm \pi/4, \pm \pi/2) \Rightarrow 0.2646(\text{Saddle})$ $(0.3297, -\pi/4), (-0.3297, \pi/4) \Rightarrow 0.0249(\text{Saddle})$ $(0, 0), (0, \pm \pi) \Rightarrow 0(\text{Null})$

对于同极化通道情形,根据4.2.1.2节结论(2)可直接得到森林最大功率稳定点在 $(0,0)$ 处,两个鞍点稳定点分别在 $(0,\pi/2)$ 和 $(0,-\pi/2)$ 处;先利用表4.1第七行第二列公式得到一个零功率稳定点在 $(-0.1773,0.9165)$ 处,然后由图4.5结论(4)可知另一个稳定点在 $(0.1773,-0.9165)$ 处;同样,可先利用表4.1第七行第二列公式得到剩余四个鞍点稳定点中的某个在 $(\pi/4,-0.3290)$ 处,然后由(4-14)式可得其他三个鞍点稳定点分别在 $(\pi/4,1.2418)$ 、 $(-\pi/4,0.3290)$ 和 $(-\pi/4,-1.2418)$ 位置。同样,利用上述方法可快速获得砍伐处的同极化通道天线接收功率稳定点,如表4.3第四行第三列。可见,利用4.2.1.2节研究可简化同极化通道情形的天线接收功率函数稳定点求解。不仅如此,根据4.2.1.2节研究还可预判稳定点的大致位置,从而为检验计算结果的正确性提供理论依据。例如,由于砍伐处 $\varphi > 0$,根据图4.5结论可立即判定它的零功率稳定点位于一、三象限,显然这与表4.3第四行第三列零功率稳定点计算结果是一致的。

对于正交极化通道情形,结合同极化通道情形天线接收功率稳定点,利用极化叉或极化树可直接得到森林三个零功率稳定点分别在 $(0,0)$ 、 $(0,\pi/2)$ 和 $(0,-\pi/2)$ 处;根据4.2.1.2节结论(2)可直接得到六个鞍点稳定点分别在 $(\pm\pi/4,\pm\pi/2)$ 、 $(\pm\pi/4,0)$ 处;先利用表4.2第八行第二列公式得到一个最大功率稳定点在 $(-1.3877,-\pi/4)$ 处,然后根据4.2.1.2节结论(2)可分别得到另一个最大功率在 $(1.3877,\pi/4)$ 处,剩余两个鞍点稳定点分别在 $(-0.6024,-\pi/4)$ 和 $(0.6024,\pi/4)$ 。类似地,可计算砍伐处正交极化通道天线接收功率稳定点,如表4.3第五行第三列。

4.2.5.2 典型目标散射特性分析中的应用

对于一些典型目标,如金属球体、角反射器、偶极子及螺旋目标等,由于其在极化散射理论分析、系统校正等方面具有重要作用而备受人们关注,而这些目标也往往表现出一些不同于一般目标的极化散射特性。表4.4给出了部分典型目标在 (h,v) 极化基下的极化散射矩阵、本征极化及目标参数。图4.14分别给出了这些规范目标的同极化通道和正交极化通道的天线接收功率图。

表4.4 典型目标极化散射矩阵、本征极化基和目标参数

目标散射体	(h,v)	本征极化基 (a,b)	目标参数
金属球或平面板	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	任何一对相互正交的线极化	$m=1, \xi=0, k=1, \varphi=0$ (h,v) 为极化基
二面角反射器	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	水平极化、垂直极化及极化球上南北极点确定的大圆上任意一条直径的端点	$m=1, \xi=0, k=1, \varphi=\pm\pi$ (h,v) 为极化基
水平偶极子	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	水平极化和垂直极化 (h,v)	$m=1, \xi=0$ $k=0, \varphi=\text{任意}$
垂直偶极子	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	水平极化和垂直极化 (h,v)	$m \rightarrow 0, \xi=0$ $k \rightarrow \infty, \varphi=\text{任意}$
45°偶极子	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	45°线极化, 135°线极化	$m \rightarrow 1, \xi=0$ $k \rightarrow \infty, \varphi=\text{任意}$
右旋螺旋	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix}$	极化球上南北极点	$m=1, \xi=0$ $k=0, \varphi=\text{任意}$
左旋螺旋	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$	极化球上南北极点	$m=1, \xi=\pm\pi$ $k=0, \varphi=\text{任意}$

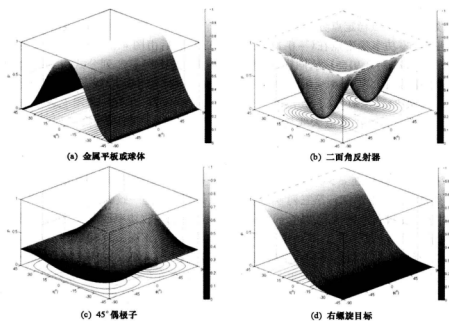


图 4.14 规范目标同极化通道天线接收功率图

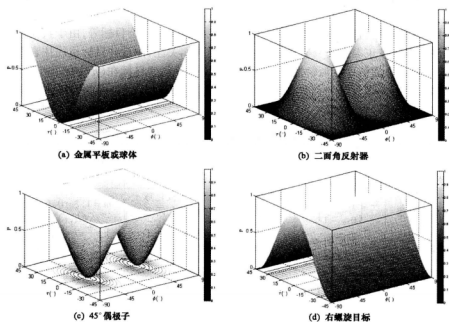


图 4.15 规范目标正交极化通道天线接收功率图

1. 金属平板或球体

如表 4.4 所示,任何一对相互正交的线极化都可作为该类目标的本征极化基,这里选择水平极化和垂直极化作为其本征极化基。目标在该本征极化基下的目标参数如表 4.4 第二行第四列,图 4.14(a)和图 4.15(a)分别为其同极化通道和正交极化通道天线接收功率图,其极化球表征分别对应图 4.9(e)和图 4.10(e)。从这些图中可以看出,在 $\tau = 0$ 线上无论 ϕ 为何值,其都对应同极化通道天线接收功率最大值和正交极化通道天线接收功率最小值。

2. 角反射器

墙体与地面、树干与地面等典型目标都是二角反射器目标。经过极化球南北极点和水平、垂直极化的大圆上任意一条直径两端都可作为该类目标的本征极化基,这里同样选择水平极化和垂直极化。图 4.14(b)和图 4.15(b)分别为其同极化通道和正交极化通道天线接收功率图。其同极化通道情形目标特征极化的极化球表征为图 4.9(f)中最大功率特征极化点构成的大圆旋转到极化球南北极点所在平面。

3. 偶极子

根据偶极子与水平线的夹角不同,其本征极化基是不同的,常用的如水平、垂直和 45° 斜角。这类目标一个特征就是,当入射电磁波采用与偶极子轴线平行的极化方式时,能获得最大同极化通道天线接收功率,而与之垂直时,同极化通道天线接收功率则为零。图 4.14(c)和图 4.15(c)分别为其同极化通道和正交极化通道天线接收功率图。其同极化通道情形目标特征极化的极化球表征为图 4.9(d)的极化球绕南北极点连线旋转获得。需要注意的是表 4.4 中“ \rightarrow ”表示数学中的无限趋近,且逼近速度相同。

4. 螺旋目标

该类目标的本征极化为极化球上南北极点。对右螺旋目标而言,当入射波为右旋圆极化时,其回波只有右旋圆极化,反之,若入射波为左旋圆极化时,其同极化通道天线接收功率为零,因而,这种目标可以看成右旋圆极子。对于左螺旋目标而言,其结论正好相反。图 4.14(d)和图 4.15(d)分别为其同极化通道和正交极化通道天线接收功率图。从图中可以看出,利用极化球表征时,同极化通道情形目标特征极化个数只有两个,即南、北极点。

4.3 非相干情形目标特征极化

对于分布式目标说,其变极化效应不可能采用极化散射矩阵表征,而需采用 Kennaugh 矩阵、协方差矩阵、相干矩阵等高阶统计量描述。根据第 3 章可知,分布式目标天线接收功率数学模型可为(3-48)式的 Kennaugh 矩阵函数形式,或(3-56)式协方差矩阵函数形式,或(3-64)式相干矩阵形式。但是,只有第一种形式收发天线极化才采用不同参数表征,故本节将以该形式讨论天线接收功率极值,并根据收发天线是否存在极化约束分情况讨论。

4.3.1 收发天线有极化约束关系

4.3.1.1 通道情形天线接收功率统一数学模型及其简化形式

结合(3-48)式和(2-90)式,忽略常数,分布式目标天线接收功率可表示为

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_R \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{00} & N^T \\ \mathbf{M} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_T \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

式中, \mathbf{g}_R 和 \mathbf{g}_T 分别对应收发天线 Stokes 矢量, k_{00} , N , \mathbf{M} 和 \mathbf{Q} 为目标 Kennaugh 矩阵元素。考虑到现有雷达收发天线都是完全极化状态的,收发天线极化满足 $\mathbf{g}_T^T \mathbf{g}_T = \mathbf{g}_R^T \mathbf{g}_R = 1$ 约束关系。

实际上,若收发天线的极化状态之间存在 $\mathbf{g}_R = \mathbf{W} \mathbf{g}_T$ 关系,通道情形天线接收功率可统一表示为如下模型:

$$P_{\text{ch}} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_T \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{00} & N^T \\ \mathbf{M} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{00} & \mathbf{M}^T \\ N & \mathbf{Q}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{W} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_T \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{J}_K^T \mathbf{A} \mathbf{J}_T \quad (4-44)$$

式中, \mathbf{A} 为对称矩阵, \mathbf{W} 为酉矩阵。

若(4-43)式中 $\mathbf{g}_R^T \mathbf{g}_T = 1$, 或(4-44)式中 \mathbf{W} 为单位矩阵 \mathbf{I} , 则(4-44)式为同极化通道天线接收功率; 若(4-43)式中 $\mathbf{g}_R^T \mathbf{g}_T = -1$, 或(4-44)式中 \mathbf{W} 为 $-\mathbf{I}$, 则(4-44)式为正交极化通道天线接收功率。可见, 同极化通道和正交极化通道的天线接收功率优化问题均为(4-44)式的特殊情形, 对该式进行求解就能获得这两种极化通道情形目标特征极化。表 4.5 给出了同极化和正交极化通道 \mathbf{K} 元素表征的 \mathbf{A} 矩阵。

类似于前文, 同样可对(4-44)式进行变极化基处理。为此, 首先将其展开为

$$2P_{\text{ch}} = \mathbf{J}_T^T \mathbf{A} \mathbf{J}_T = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11} & \mathbf{U}^T \\ \mathbf{U} & \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_T \end{bmatrix} = a_{11} + 2\mathbf{U}^T \mathbf{g}_T + \mathbf{g}_T^T \mathbf{V} \mathbf{g}_T \quad (4-45)$$

表 4.5 \mathbf{K} 矩阵元素表征的矩阵 \mathbf{A}

通道	通道关系	单静态情形 ($\mathbf{M} = \mathbf{N}$)	双静态情形 ($\mathbf{M} \neq \mathbf{N}$)
同极化	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} k_{00} & N^T \\ \mathbf{M} & \mathbf{Q} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} k_{00} & (\mathbf{N} + \mathbf{M})^T/2 \\ (\mathbf{N} + \mathbf{M})^T/2 & (\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T)/2 \end{bmatrix}$
正交极化	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} k_{00} & 0 \\ 0 & -\mathbf{Q} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} k_{00} & (\mathbf{N} - \mathbf{M})^T/2 \\ (\mathbf{N} - \mathbf{M})^T/2 & -(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T)/2 \end{bmatrix}$

式中 a_{11} , \mathbf{U} 及 \mathbf{V} 均为 \mathbf{A} 元素。若 \mathbf{V} 的特征值为 λ_i , $i = 1, 2, 3 (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3)$, 且它们对应的单位特征矢量为 \mathbf{x}_i , $i = 1, 2, 3$ 。根据 \mathbf{A} 的对称性可知, \mathbf{V} 同样也为对称矩阵, 那么 \mathbf{V} 的单位特征矢量两两正交。在 $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$ 三维坐标系下, 任意三维矢量都可进行正交分

解,故

$$U = \sum_{i=1}^3 \beta_i \mathbf{x}_i, \mathbf{g}_r = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \mathbf{x}_i \quad (4-46)$$

式中 $\beta_i, i=1,2,3$ 依次为 U 在 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ 轴上投影, $\alpha_i, i=1,2,3$ 为 \mathbf{g}_r 投影。在雷达极化领域,这种坐标变换实际是对极化球进行的旋转变换,它类似于 4.2.1.1 节中西相合变换,不过两者差别在于 4.2.1.1 节针对极化散射矩阵,而这里针对 Kennough 矩阵。同样,为便于下文描述, $\mathbf{x}_i, i=1,2,3$ 称为本征极化基。

将(4-46)式代入(4-45)式,通道情形天线接收功率简化模型为

$$2P_{ch} = a_{11} + 2 \sum_{i=1}^3 \beta_i \alpha_i + \sum_{i=1}^3 \lambda_i \alpha_i^2 = a_{11} + 2\mathbf{b}^T \mathbf{a} + \mathbf{a}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{a} \quad (4-47)$$

式中, $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$ 。同时将(4-46)式代入 $\mathbf{g}_r^T \mathbf{g}_r = 1$, 有 $\mathbf{a}^T \mathbf{a} =$

1。(4-46)式的约束极值问题实质简化为(4-47)式在 $\mathbf{a}^T \mathbf{a} = 1$ 约束下的极值问题。接下来,将围绕该模型求解通道情形分布式目标特征极化。

4.3.1.2 单变量 Lagrange 乘因子法求解及其改进

根据 \mathbf{b} 和 $\mathbf{\Lambda}$ 取值不同,(4-47)式的求解可分为两种情况:(1)若 \mathbf{b} 恒等于零,则(4-47)式实质为对角矩阵 $\mathbf{\Lambda} + a_{11} \mathbf{I}$ 的 Hermitian 二次型函数。此时,天线接收功率始终介于 $\lambda_3 + a_{11}$ 和 $\lambda_1 + a_{11}$ 之间,且当天线极化状态为 λ_1 对应归一化特征矢量 \mathbf{x}_1 时取得最大值,而当其为 λ_3 对应归一化特征矢量 \mathbf{x}_3 时取得最小值。(2)若 \mathbf{b} 不等于零,则(4-47)式实质为 $\mathbf{a}^T \mathbf{a} = 1$ 约束下的非线性优化问题。

对于第一种情形,可直接通过矩阵特征值分解求解;而对于第二种情形,文献[64]给出了单变量 Lagrange 乘因子求解。然而,正如前文所说,该算法存在运算量偏大等不足。以实用性为目的,本节对该算法进行优化处理。不过,在对其进行优化处理之前,本节首先给出了单变量 Lagrange 乘因子求解,分析了其运算量偏大、不易工程实现的原因,然后理论推导了天线接收功率极值与 Lagrange 乘因子方程根的关系,确定了方程最大、最小根的隔根区间。这些研究为后续的优化处理提供了理论依据。最后给出了改进单变量 Lagrange 乘因子求解的具体步骤。

1. 单变量 Lagrange 乘因子求解

在 $\mathbf{b} \neq 0$ 时, Lagrange 乘因子辅助函数为

$$L = 2P_{ch} + \nu(1 - \mathbf{a}^T \mathbf{a}) \quad (4-48)$$

式中 ν 为 Lagrange 乘因子。对于该无约束极值问题,可直接利用多元函数极值方法求解。关于 \mathbf{a} 对(4-48)式求偏导数,并令其等于零,整理得

$$\mathbf{a} = -(\mathbf{\Lambda} - \nu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{b} \quad (4-49)$$

式中 \mathbf{I} 为 3×3 单位矩阵。将其代入 $\mathbf{a}^T \mathbf{a} = 1$ 有

$$\mathbf{a}^T \mathbf{a} = \mathbf{b}^T (\mathbf{\Lambda} - \nu \mathbf{I})^{-2} \mathbf{b} = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\beta_i}{\nu - \lambda_i} \right)^2 = 1 \quad (4-50)$$

该式就是著名的 Lagrange 乘因子方程。

可见, (4-47) 式在 $b \neq 0$ 时的极值问题最终归结为 (4-50) 式的 Lagrange 乘因子方程根的求解。只要获得该方程的根, 将其代入 (4-49) 式就能得到其对应的天线极化状态, 将该极化状态代入 (4-47) 式就能获得对应的天线接收功率。然而, 由于 Lagrange 乘因子方程为 ν 的六次多项式方程, 根据阿贝耳定理可知, 在数学中高于五次的多项式方程就无法给出其根的解析表达式, 因而该问题最终需借助数值方法求解。此外, 在数值求解过程中, 该方法还面临以下问题:

(1) 在雷达极化中, 人们往往只关注目标天线最大、最小接收功率, 以及它们对应的天线最佳极化状态。也就是说, Lagrange 乘因子方程的根中只有两个才是我们所需要的, 但由于不知道 Lagrange 乘因子方程的根与天线接收功率极值之间的关系, 就必须求出该方程所有的根, 这势必增加了大量额外的运算时间。

(2) 由于 Lagrange 乘因子方程根的隔根区间无法自动获取, 而需人工确定, 因而该方法不便于编程实现。

2. Lagrange 乘因子方程根与天线接收功率极值之间的关系

前文研究表明, Lagrange 乘因子方程根与天线接收功率极值之间的关系未知, 是造成单变量 Lagrange 乘因子求解运算量偏大、不易工程实现的主要原因, 为此这里将通过理论推导确定两者的关系。

大量实验表明, Lagrange 乘因子方程的根与天线接收功率极值之间存在固有联系, 即该方程的根取值越大, 其对应的天线接收功率也越大。这一关系在早期的研究中也曾提及, 但却未从理论上给予证明。为便于说明, 这里首先以定理形式给出了该关系的数学描述, 然后通过理论推导加以证明。

定理 1: 若 ν_1 和 ν_2 均为 Lagrange 乘因子方程根, 并令它们对应的天线接收功率分别为 P_{ch1} 、 P_{ch2} , 那么只要 $\nu_1 \geq \nu_2$ 存在, 则必有 $P_{ch}(\nu_1) \geq P_{ch}(\nu_2)$ 成立。

证明: 首先将 (4-49) 式代入 (4-47) 式, 则天线接收功率可直接表示成 ν 的函数

$$2P_{ch}(\nu) = a_{11} + \sum_{i=1}^3 \left\{ (2\nu - \lambda_i) \frac{\beta_i^2}{(\nu - \lambda_i)^2} \right\} \quad (4-51)$$

若 ν_1, ν_2 均为 Lagrange 乘因子方程的根, 则必有

$$2P_{ch}(\nu_1) = a_{11} + \nu_1 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\beta_i^2}{\nu_1 - \lambda_i} \right) \quad (4-52)$$

$$2P_{ch}(\nu_2) = a_{11} + \nu_2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\beta_i^2}{\nu_2 - \lambda_i} \right) \quad (4-53)$$

将上述两式相减, 并整理得

$$2P_{ch}(\nu_1) - 2P_{ch}(\nu_2) = (\nu_1 - \nu_2) \left[1 - \sum_{i=1}^3 \frac{\beta_i^2}{(\nu_1 - \lambda_i)(\nu_2 - \lambda_i)} \right] \quad (4-54)$$

若令 $a = 1/(\nu_1 - \lambda_i)$ 和 $b = 1/(\nu_2 - \lambda_i)$, 结合不等式 $ab \leq (a^2 + b^2)/2$ 和 Lagrange 乘因子方程, 上式变为

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\beta_i^2}{(\nu_1 - \lambda_i)(\nu_2 - \lambda_i)} \leq \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\beta_i^2}{2(\nu_1 - \lambda_i)^2} + \frac{\beta_i^2}{2(\nu_2 - \lambda_i)^2} \right] = 1 \quad (4-55)$$

考虑 $\nu_1 \geq \nu_2$, 结合(4-54)式和(4-55)式, 则必有 $P_{ch}(\nu_1) \geq P_{ch}(\nu_2)$ 成立, 从而定理1得证。

根据定理1很容易得到如下推论:

推论: 若 ν_{\max}, ν_{\min} 分别为 Lagrange 乘因子方程最大、最小根, 那么它们分别对应天线最大、最小接收功率。

证明: 不失一般性, 令 Lagrange 乘因子方程有六个根, 且它们满足如下关系 $\nu_1 \geq \dots \geq \nu_6$ 。根据定理1, 必有 $P_{ch}(\nu_1) \geq \dots \geq P_{ch}(\nu_6)$ 。显然, ν_1 为 Lagrange 乘因子方程最大根, 其对应的天线接收功率 $P_{ch}(\nu_1)$ 也最大; 同样, ν_6 为最小根, 其对应的天线接收功率 $P_{ch}(\nu_1)$ 最小。类似可证根的个数为其他情形时的结论。由此推论得证。

3. Lagrange 乘因子方程最大、最小根的隔根区间

上一节已证明 Lagrange 乘因子方程最大、最小根分别对应天线接收功率最大、最小值, 为便于在实数域内搜索这两个根, 这里将通过分析确定它们的隔根区间。

首先讨论(4-50)式的根在实数轴上的分布情况。令 y 等于(4-50)式右端, 图4.16给出了 y 随 Lagrange 乘因子 ν 的变化示意图, 其中横轴为 ν , 纵轴为 y 。

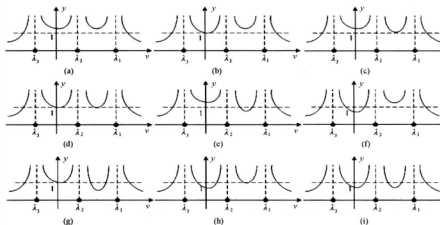


图4.16 函数 y 随变量 ν 的变化情况

由该图可知:

(1) 由 A, b 的取值不同, Lagrange 乘因子方程的根在实数轴上有九种分布情形。

(2) Lagrange 乘因子方程根的个数至少2个, 最多6个, 且根的个数为2, 3, 4, 5或6个的概率依次为 $1/9, 2/9, 3/9, 2/9$ 及 $1/9$, 也就是说有4个根的概率最大, 有2个根或6个根的概率最小。

(3) Lagrange 乘因子方程的最大根始终介于 λ_1 和正无穷 ∞ 之间, 最小根始终介于负无穷 $-\infty$ 和 λ_3 之间。

(4) y 始终大于零, 且只有当 ν 趋近于 ∞ 或 $-\infty$ 时, y 才接近于零, 而当 ν 趋近于 λ_i ($i = 1, 2, 3$) 时, y 才趋近于 ∞ 。

显然, Lagrange 乘因子方程的最大根、最小根分别在单调区间 $[\lambda_1, \infty)$ 和 $(-\infty, \lambda_3]$ 上。直接在这两个隔根区间(即区间上只有一个根存在)上搜索就可获得最大、最小根。不过, 为进一步加快收敛速度, 下面将通过理论分析缩小这两个隔根区间。

首先, 将 Lagrange 乘因子方程展开为

$$\left(\frac{\beta_1}{\nu - \lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{\nu - \lambda_2}\right)^2 + \left(\frac{\beta_3}{\nu - \lambda_3}\right)^2 = 1 \quad (4-56)$$

显然, 由该式有 $|\beta_i|/|\nu - \lambda_i| \leq 1$ 。若 $\nu = v_{\max}$, 那么由 $|\beta_i|/|v_{\max} - \lambda_i| \leq 1$ 必有 $v_{\max} \geq \max\{(\lambda_i + |\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\}$ 。若令

$$t_1 = \max\left\{\left|\frac{\beta_i}{v_{\max} - \lambda_i}\right| \mid i = 1, 2, 3\right\} \quad (4-57)$$

则要使得(4-56)式成立, 必有 $t_1 \geq 1/3$, 即 $v_{\max} \leq \max\{(\lambda_i + \sqrt{3}|\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\}$ 。

进一步, 若令

$$t_2 = \min\left\{\left|\frac{\beta_i}{v_{\max} - \lambda_i}\right| \mid i = 1, 2, 3\right\} \quad (4-58)$$

要使得(4-56)式成立, 必有 $t_2 \leq 1/3$, 即 $v_{\max} \geq \min\{(\lambda_i + \sqrt{3}|\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\}$ 。令

$$LL = \max\{\min\{(\lambda_i + \sqrt{3}|\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\}, \max\{(\lambda_i + |\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\}, \lambda_1\} \quad (4-59)$$

则 Lagrange 乘因子方程的最大根所在的隔根区间为

$$LL \leq v_{\max} \leq \max\{(\lambda_i + \sqrt{3}|\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\} \quad (4-60)$$

显然, 该隔根区间远小于 $[\lambda_1, \infty)$, 这对加速 v_{\max} 搜索具有重要作用。

类似地, 可获得 Lagrange 乘因子方程的最小根所在的隔根区间, 即

$$\min\{(\lambda_i - \sqrt{3}|\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\} \leq v_{\min} \leq UL \quad (4-61)$$

其中 $UL = \min\{\min\{(\lambda_i - |\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\}, \max\{(\lambda_i - \sqrt{3}|\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\}, \lambda_3\}$ 。

4. 改进单变量 Lagrange 乘因子求解的具体步骤

上两节研究表明, Lagrange 乘因子方程的最大根、最小根分别对应天线最大、最小接收功率, 且这两个根的隔根区间分别由(4-60)式和(4-61)式确定。以此为依据, 改进单变量 Lagrange 乘因子求解的具体实施步骤可归纳为:

(1) 根据收发天线极化关系 \mathbf{W} 和(4-44)式计算矩阵 \mathbf{A} , 并由此得到 a_{11} , \mathbf{U} 及 \mathbf{V} 。

(2) 计算 \mathbf{V} 的特征值 λ_i , $i = 1, 2, 3$ 及其对应的归一化特征矢量 \mathbf{x}_i , $i = 1, 2, 3$, 并在该特征矢量构成的坐标系下, 对 \mathbf{U} 进行坐标投影获得 \mathbf{b} 。

(3) 利用(4-60)式和(4-61)式分别计算 Lagrange 乘因子方程的最大根和最小根的隔根区间。图 4.17 给出了这两个根在实数轴上的隔根区间示意图, 其中最小根在区间 $[a_{\min}, b_{\min}]$ 上, 最大根在区间 $[a_{\max}, b_{\max}]$ 上。

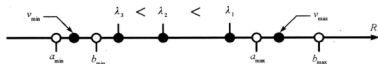


图 4.17 二分法搜索示意图

(4)利用区间二分法在隔根区间内搜索 Lagrange 乘因子方程的最大根、最小根。这里仅以最大根搜索为例进行说明,最小根的搜索方法类似。

①首先,令 Lagrange 乘因子方程最大根的初始值为 $v_0 = (a_0 + b_0)/2$, 其中 $a_0 = LL$, $b_0 = \max\{(\lambda_i + \sqrt{3}|\beta_i|) \mid i = 1, 2, 3\}$ 。

②其次,根据 Lagrange 乘因子方程计算 $y(v_n)$ 。若 $y(v_n) > 1$, 那么令 $a_{n+1} = v_n$, $b_{n+1} = b_n$; 若 $y(v_n) < 1$, 则令 $a_{n+1} = a_n$, $b_{n+1} = v_n$; 若 $y(v_n) \equiv 1$, 则令 $v_{\min} = v_n$, 并跳出循环。

③最后,循环终止条件为 $|y(v_n) - 1| \leq 0.001$, 即若满足该条件,令 $v_{\max} = v_n$, 并跳出循环; 否则,令 $v_{n+1} = (a_{n+1} + b_{n+1})/2$, 并返回②。

(5)采用上述类似流程可迭代搜索 Lagrange 乘因子方程的最小根。

(6)在得到 Lagrange 乘因子方程最大根和最小根后,将它们分别代入(4-51)式和(4-49)式即可获得天线最佳接收功率和天线最佳极化状态。

5. 运算性能分析

为阐明改进单变量 Lagrange 乘因子求解较单变量 Lagrange 乘因子求解在运算量方面的优势,这里将两者的运算量进行了对比分析。为便于后文描述,这里将改进单变量 Lagrange 乘因子求解简称 ISL, 而单变量 Lagrange 乘因子求解简称为 SL。

实际上, ISL 和 SL 运算量主要集中在 Lagrange 乘因子方程根的求解, 且两者的主要差别也集中在此, 因而为便于将两者运算量进行对比分析, 这里作如下简化:

- (1)只考虑迭代搜索 Lagrange 乘因子方程根时所费运算时间;
- (2)不考虑 SL 因人为确定隔根区间所花费的时间;
- (3)无论是 ISL 求解时理论确定的隔根区间, 还是 SL 求解时人工确定的隔根区间, 均假设其隔根区间长度相同;
- (4)无论是 ISL, 还是 SL 均采用 4.3.1.3 - D 的区间二分法搜索 Lagrange 乘因子方程的根。

显然在上述简化下, 两种方法搜索 Lagrange 乘因子方程的每个根时所费时间均相同, 这样它们的运算量就与只所需搜索根的个数成正比。由图 4.16 可知, Lagrange 乘因子方程根的个数为 2~6 个, SL 需搜索所有的根, 而 ISL 只需搜索最大根和最小根, 可见两者运算量之比为 1~3。若考虑 SL 人工确定隔根区间所费时间, ISL 的运算量不到 SL 的 1/3~1。

4.3.1.3 基于区间定位的通道特征极化求解

以追求解析求解为目的, 针对通道情形目标特征极化问题, 文献[70]给出了单变量 Lagrange 乘因子求解。针对该算法存在运算量偏大、不易工程实现等不足, 上一节对其进

行了优化处理,提高了算法的运算效率,但仍可能无法满足大数据量实时处理的需要。为此,以实用性为目的,本节将提出了一种基于区间定位的目标特征极化快速搜索方法。其基本思路为:在理论确定天线接收功率极值位置的基础上,采用区间二分法迭代搜索天线最佳极化状态。算法关键在天线接收功率极值位置确定。本节首先通过理论分析确定了天线接收功率极值在功率密度图上大致位置,然后给出了基于区间定位的目标特征极化求解的具体步骤。

1. 天线接收功率极值与 b 的关系分析

在 $b \neq 0$ 情形下,考虑到(4-47)式中 a_{11} 为常数,为简化叙述,这里将直接讨论(4-47)式后两项的极值情况,即令

$$y = 2b^T a + a^T \Lambda a \quad (4-62)$$

式中 $y = P_{ch} - a_{11}$ 。显然 P_{ch} 与 y 具有相同极值点,因而下面将采用 y 替代 P_{ch} 来讨论通道优化情形的天线接收功率极值问题。

首先对(4-62)式右端 $a^T \Lambda a$ 和 $2b^T a$ 两个项分别进行分析。 $a^T \Lambda a$ 为矩阵 Λ 的 Hermitian 二次型函数,它具有如下性质:空间任意八点 $(\pm a_1, \pm a_2, \pm a_3)$ 具有相同的 $a^T \Lambda a$ 函数值,或 $a^T \Lambda a$ 具有对称性。

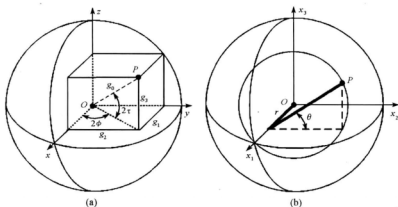


图 4.18 电磁波极化的 Poincaré 极化球表征

将 a 表示为 $[\cos 2\tau \cos 2\phi \quad \cos 2\tau \sin 2\phi \quad \sin 2\tau]^T$, 其中 τ 和 ϕ 分别为极化椭圆方位角和椭圆率,其几何关系见图 4.18(a)。以 $\Lambda = \text{diag}\{3, 2, 1\}$ 为例,图 4.19 给出了 $a^T \Lambda a$ 随 ϕ 和 τ 变化的等高线图。若以 xOy , xOz 及 yOz 平面将图 4.18(a) 中的 Poincaré 极化球平分为八个卦限,那么从上到下且沿逆时针方向八个卦限顺序对应图 4.19 中 I ~ VIII 区域。从该图可看出,这八个区域中任意两个区域的函数值都具有对称关系。

而 $2b^T a$ 始终关于轴向 $a = b/\sqrt{b^T b}$ 对称,即若令设 a 与 b 夹角为 γ ($\gamma \in [0, \pi]$), 则 $b^T a = |b| \cos \gamma$, 即 $2b^T a$ 是关于 γ 的一个单调递减函数。若令 $b = [0.1, 1, 0.3]^T$, 图 4.20 给出了 $2b^T a$ 随 ϕ 和 τ 的等高线图。由该图可知, $2b^T a$ 最大值在第 I 卦限,最小值在 VIII 卦限。

$$y_{\max} = 2(-\beta_1 \alpha_{n1} + \beta_2 \alpha_{n2} + \beta_3 \alpha_{n3}) + \sum_{i=1}^3 \lambda_i \alpha_{ni}^2 \quad (4-63)$$

然而根据 $\mathbf{a}^T \mathbf{A} \mathbf{a}$ 对称性,在第 I 卦限内存在点 $(\alpha_{n1}, \alpha_{n2}, \alpha_{n3})$ 与点 $(-\alpha_{n1}, \alpha_{n2}, \alpha_{n3})$ 具有相同的 $\mathbf{a}^T \mathbf{A} \mathbf{a}$ 函数值,且在点 $(\alpha_{n1}, \alpha_{n2}, \alpha_{n3})$ 处和函数 y 为

$$y = 2(\beta_1 \alpha_{n1} + \beta_2 \alpha_{n2} + \beta_3 \alpha_{n3}) + \sum_{i=1}^3 \lambda_i \alpha_{ni}^2 \quad (4-64)$$

则必有 $y_{\max} \geq y$ 。而事实上由于 $(\beta_1 \alpha_{n1} + \beta_2 \alpha_{n2} + \beta_3 \alpha_{n3}) \geq (-\beta_1 \alpha_{n1} + \beta_2 \alpha_{n2} + \beta_3 \alpha_{n3})$, 有 $y_{\max} \leq y$ 。也就是说,第 II 卦限内不存在使得和函数 y 达到最大值的点。采用相同的方法可证明,第 III ~ VII 卦限内同样不存在对应和函数最大的点。由此可见,和函数的最大值点必然在第 I 卦限内。类似可证明和函数的最小值点在第 VII 卦限内。若 \mathbf{b} 不在第 I 卦限,总可通过坐标旋转将其变换为第 I 卦限。由此,定理 2 得证。

2. 天线接收功率极值所在区间位置

上一节研究表明,函数 y 的极值位置仅与 \mathbf{b} 有关。本节将利用 \mathbf{b} 来确定函数 y 极值所在的大致位置。

在数学中,若两个函数在某个区间上为单调函数,那么其和函数在该区间上的极值位置有两种可能:(1)若两者单调性相同,极值点在边界处取得;(2)若两者单调性相反,极值点可能在边界处取得,也可能在区间内部取得。为此,这里将通过函数单调性分析来确定。

为了便于下文研究,这里引入 r, θ 对矢量 \mathbf{a} 进行参数化,图 4.18(b)给出了这两个参数在极化球上的几何含义。在三维坐标系 (x_1, x_2, x_3) 下, r 为 P 在 x_1 轴上坐标, θ 为该点与 x_1 轴确定的平面与 $x_1 \alpha x_2$ 平面构成的二面角夹角。故矢量 \mathbf{a} 可表示为

$$\mathbf{a} = [r \sqrt{1-r^2} \cos \theta \quad \sqrt{1-r^2} \sin \theta]^T \quad (4-65)$$

式中参数 r, θ 的取值范围分别为 $[-1, 1]$ 和 $[-\pi, \pi]$ 。

将(4-65)式分别代入 $2\mathbf{b}^T \mathbf{a}$ 和 $\mathbf{a}^T \mathbf{A} \mathbf{a}$ 两项,并令

$$y_1 = 2\mathbf{b}^T \mathbf{a} = 2\beta_1 r + 2\sqrt{1-r^2}(\beta_2 \cos \theta + \beta_3 \sin \theta) \quad (4-66)$$

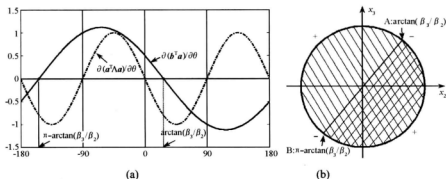
$$y_2 = \mathbf{a}^T \mathbf{A} \mathbf{a} = \lambda_1 r^2 + (1-r^2)[\lambda_2 \cos^2 \theta + \lambda_3 \sin^2 \theta] \quad (4-67)$$

关于 θ 对(4-66)式和(4-67)式求偏导数:

$$\frac{\partial(y_1)}{\partial \theta} = 2\sqrt{1-r^2}(-\beta_2 \sin \theta + \beta_3 \cos \theta) \quad (4-68)$$

$$\frac{\partial(y_2)}{\partial \theta} = -(1-r^2)(\lambda_2 - \lambda_3) \sin 2\theta \quad (4-69)$$

图 4.21(a)给出了 y_1 和 y_2 的偏导数随 θ 的变化情况。图中实线为 y_1 偏导数,虚线为 y_2 偏导数。图 4.21(b)为本征极化基下的极化球沿 x_1 轴垂直面的剖面图,且其中“+”表示 y_2 单调递增,“-”表示 y_2 单调递减,网格部分表示 y_1 单调递增,划线部分表示 y_1 单调递减。由该图可知, y_1 和 y_2 在 $[\arctan(\beta_3/\beta_2), \pi/2]$ 区间上都随 θ 单调递减,那么两者在该区间的极大值在下边界处取得;而它们在 $[0, \arctan(\beta_3/\beta_2)]$ 区间上单调性相反。若令 $\theta_0 = \arctan(\beta_3/\beta_2)$, 则函数 y 在第 I 卦限内随 θ 变化的最大值必在区间 $[0, \theta_0]$ 上。

图 4.21 函数 y_1 和 y_2 随 θ 变化的单调性

接着,关于 r 对(4-66)式和(4-67)式求偏导数

$$\frac{\partial(y_1)}{\partial r} = 2\beta_1 - \frac{2r}{\sqrt{1-r^2}}(-\beta_2 \sin \theta + \beta_3 \cos \theta) \quad (4-70)$$

$$\frac{\partial(y_2)}{\partial r} = 2r[(\lambda_1 - \lambda_3) - (\lambda_2 - \lambda_3) \cos^2 \theta] \quad (4-71)$$

由(4-71)式知,在区间 $r \in [0, 1]$ 上, $\partial(y_2)/\partial r$ 恒为正;若 $\partial(y_1)/\partial r_0 = 0$,则在 $r \in [0, r_0]$ 区间上有 $\partial(y_1)/\partial r \geq 0$,而在 $[r_0, 1]$ 区间上有 $\partial(y_1)/\partial r \leq 0$ 。可见, y_1 和 y_2 在 $[0, r_0]$ 上均单调递增,而在区间 $[r_0, 1]$ 上两者单调性正好相反,故函数 y 在第 I 卦限内随 r 变化的最大值必在区间 $[r_0, 1]$ 上。

综上所述,在 $\beta_i \geq 0, i = 1, 2, 3$ 假设条件下,函数 y 在第 I 卦限内的最大值在区间 $\theta \in [0, \theta_0]$ 且 $r \in [r_0, 1]$ 上。又根据定理 1 可知,和函数 y 在整个极化域上的最大值在第 I 卦限内,故第 I 卦限内的局部最大值实际就是 y 的全局最大值,且必在区间 $\theta \in [0, \theta_0]$ 且 $r \in [r_0, 1]$ 上。由 $\partial(y_1)/\partial r_0 = 0, r_0 = \beta_1 / \sqrt{\beta_1^2 + (\beta_2 \cos \theta + \beta_3 \sin \theta)^2}$ 。

同样,在 $\beta_i \geq 0, i = 1, 2, 3$ 假设条件下,采用上述分析方法,可进一步获得由参数 r, θ 表征的和函数 y 在整个极化域上的全局最小值区间,即 $\theta \in [-\pi + \theta_0, -\pi/2]$ 且 $r \in [-r_0, 0]$ 。

3. 基于区间定位的目标特征极化搜索算法 (IZL)

上一节通过理论分析得到了函数 y 在 (r, θ) 平面上的最大、最小值区间位置,由于和函数 y 与功率函数 P_{Δ} 仅相差一个常数,因而功率函数 P_{Δ} 极值也在上述区间上,即其最大值在 $\theta \in [0, \theta_0]$ 且 $r \in [r_0, 1]$ 上,最小值在 $\theta \in [-\pi + \theta_0, -\pi/2]$ 且 $r \in [-r_0, 0]$ 区间上。通过在这两个区间上进行搜索就能得到函数 P_{Δ} 的最大值、最小值对应的天线最佳极化状态。为此,基于区间定位的目标特征极化搜索算法具体步骤可归纳为:

(1) 根据收发天线极化关系 \mathbf{W} 和(4-44)式计算矩阵 \mathbf{A} ,并由此得到 a_{11}, \mathbf{U} 及 \mathbf{V} 。

(2) 计算 \mathbf{V} 的特征值 $\lambda_i, i = 1, 2, 3$ 及其对应的归一化特征矢量 $\mathbf{x}_i, i = 1, 2, 3$,并在该特征矢量构成的坐标系下,对 \mathbf{U} 进行坐标投影获得 \mathbf{b} 。

(3)根据 b 计算功率函数 P_{ch} 在 (r, θ) 平面上最大、最小值所在区间位置,即最大值区间 $\theta \in [0, \theta_0]$ 且 $r \in [r_0, 1]$ 和最小值区间 $\theta \in [-\pi + \theta_0, -\pi/2]$ 且 $r \in [-r_0, 0]$ 。

(4)利用区间二分法在区间位置内搜索功率函数 P_{ch} 极值的精确位置。这里仅以最大值位置搜索为例进行说明,最小值位置搜索方法类似。

①初始区间位置,即 $\theta_0^a = 0, \theta_0^b = \theta_0, r_0^a = r_0$ 及 $r_0^b = 1$;

②计算 $\theta_n = (\theta_n^a + \theta_n^b)/2$ 和 $r_n = (r_n^a + r_n^b)/2$ 处偏导数 $De_r = \partial(P_{ch})/\partial r|_{(r_n, \theta_n)}$ 和 $De_\theta = \partial(P_{ch})/\partial \theta|_{(r_n, \theta_n)}$ 。若 $De_\theta > 0$, 令 $\theta_{n+1}^a = \theta_n, \theta_{n+1}^b = \theta_n^b$; 若 $De_\theta < 0$, 令 $\theta_{n+1}^a = \theta_n^a, \theta_{n+1}^b = \theta_n$; 若 $De_r > 0$, 令 $r_{n+1}^a = r_n, r_{n+1}^b = r_n^b$; 若 $De_r < 0$, 令 $r_{n+1}^a = r_n^a, r_{n+1}^b = r_n$;

③循环终止条件为 $|De_\theta| < 0.001$ 和 $|De_r| < 0.001$ 。即若满足该条件时,则令 $\theta_{\max} = \theta_{n+1}$ 且 $r_{\max} = r_{n+1}$, 并跳出循环,否则返回 b)。

(5)将 θ_{\max} 和 r_{\max} 代入(4-65)式即可获得天线最佳极化状态,代入(4-47)式即可获得天线最大接收功率。采用类似方法,在区间 $\theta \in [-\pi + \theta_0, -\pi/2]$ 且 $r \in [-r_0, 0]$ 上搜索最小值精确位置,同样将其分别代入(4-65)式和(4-47)式即可获得天线最佳极化状态和最小接收功率。

由此可见,该算法的关键在于确定天线接收功率极值在 (r, θ) 平面上的位置区间,这是提高算法运算速度的主要原因,也是采用区间二分法迭代搜索目标最优极化的前提,因为天线接收功率函数在整个极化域上存在多个局部极值点,若在整个极化域上直接进行迭代搜索将很难获得全局最优极化。

4. 运算性能分析

为说明基于区间定位的目标特征极化搜索算法在运算效率方面的优良性能,这里将从理论上分析它和遍历搜索法、SL、ISL 的运算量。由于 4.3.1.2 节已说明了 ISL 在运算效率方面优于 SL,因而这里只分析其他三种算法。

对于遍历搜索法而言,其基本思路为首先将整个极化域网格化,并计算每个网格点对应的天线接收功率,然后逐点搜索天线接收功率最大、最小对应的网格点(即目标最优极化)。其中网格疏密程度决定了计算精度,也决定了该算法的运算量。图 4.22 天线接收功率在 (r, θ) 平面上的示意图。图中将 (r, θ) 平面平分为八个区域(序号①~⑧表征),且按序号顺序对应三维空间八个卦限的极化球面。遍历搜索算法的计算量主要集中在网格点天线接收功率的计算,若假设每次计算天线接收功率值所费时间为 t_0 , 且将 (r, θ) 平面网格化为 1024×2048 (即在误差精度为 $r_e < 0.002$ 及 $\theta_e < 0.003$ 情况下),则该算法总的计算时间为 $2.0972e + 006$ 倍 t_0 。基于区间定位搜索算法的计算量主要集中在采用区间二分法迭代搜索最大、最小目标最优极化(也就是第 4.3.1.2 节中的第(4)、(5)步)。若忽略掉第(1)~(3)步所费时间,且假设计算 $De_r, De_\theta, \theta_n$ 及 r_n 所费时间与计算天线接收功率的相同,那么在第(4)步中每迭代一次需要 $5t_0$ 。在相同的误差精度要求下,若采用区间二分法在目标最优极化所在卦限(即图 4.22 中第①或⑦区域)搜索目标最优极化需要 9 次迭代运算,那么第(4)步总共花费了 $45t_0$ 。基于区间定位的搜索算法获取最大、最小目标最优极化所费总时间为 $90t_0$ 。由此可见,遍历搜索算法运算时间至少是 1ZL(基于区间定位

的目标特征极化搜索算法)的 $2.3302e+004$ 倍,且随着精度要求的提高,IZL 的运算优势将更加明显。

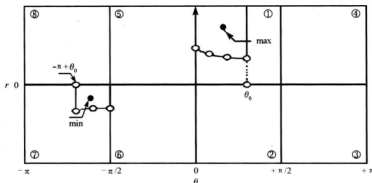


图 4.22 天线最佳极化在 (r, θ) 平面的示意图

对于 ISL 而言,其求解步骤(见 3.2.2.4 节)与 IZL 极其相似,即都是在理论确定的区间上采用区间二分法迭代搜索。所不同的是:(1)搜索空间不同,前者是在实数空间上搜索,后者则在 (r, θ) 二维平面上搜索;(2)区间边界的确定方法和循环条件判断不同;(3)迭代搜索结果不同,前者为 Lagrange 乘因子方程的根,后者为天线最佳极化。尽管两者搜索空间不同,但若在 (r, θ) 平面上的初始迭代区域边长与优化方法初始区间长度相等,那么它们收敛速度和精度都相同,也就是在相同的精度要求下,它们迭代的次数相同。同时,尽管 ISL 的迭代初始区间运算较后者的复杂,但迭代过程中区间边界更新运算却相对简单。由此,若只考虑迭代搜索过程,那么两者运算几乎相当。然而,由于 ISL 的迭代搜索结果结果为 Lagrange 乘因子方程根,还需求解天线最佳极化,而后者迭代搜索结果即为天线最佳极化,因而整体上 IZL 优于 ISL。综上所述,在上述几种算法中,IZL 运算量运算效率最高。

4.3.1.4 仿真实验与分析

针对通道情形目标特征极化问题,前文分别提出了两种不同的求解算法。为验证这两种算法的有效性,这里首先将它们分别与 SL 进行比较,然后比较两者的运算性能。实验数据为 NASA JPL AIRSAR 于 1994 年对 San Francisco 地区全极化成像的 L 波段图像(见图 4.24)和 AIRSAR 于 1985 年对 San Francisco 地区成像的实测极化图像中某一城区目标,其 Kennaugh 矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} 2.1000 & 0.2524 & 0.3798 & 0.1528 \\ 0.0524 & 1.4364 & 0.8664 & -0.0230 \\ 0.1798 & 0.6664 & -0.5604 & 0.2192 \\ -0.0472 & -0.2230 & 0.0192 & 0.8238 \end{bmatrix} \quad (4-72)$$

1. 改进单变量 Lagrange 乘因子求解(ISL)

首先,根据表 4.5 求出同极化通道情形 V 的特征值,即 $\lambda_1 = 1.7037$, $\lambda_2 = 0.8308$, λ_3

$= -0.8347$, 那么 U 在 V 单位特征矢量构成的基上的投影为 $\beta_1 = 0.2274$, $\beta_2 = 0.0931$, $\beta_3 = 0.2095$ 。接着, 采用数值方法求取 Lagrange 乘因子方程的根, 分别为 $v_1 = 1.9327$, $v_2 = 1.4729$, $v_3 = 0.9291$, $v_4 = 0.7342$, $v_5 = -0.6236$, $v_6 = -1.0452$ 。图 4.23 给出了同极化通道天线接收功率随 Lagrange 乘因子 v 变化的曲线, 其中标注了六次多项式方程根对应的天线接收功率值。由该图可知: (1) 天线接收功率并不是随 Lagrange 乘因子 v 单调变化的; (2) 六次多项式方程的根不一定在某个单调区间内; (3) 六次多项式方程根的大小关系与它们对应的天线接收功率值的大小关系保持一致。由此, 定理 1 显然是成立的。

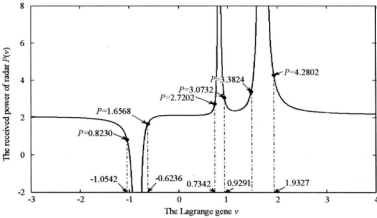


图 4.23 天线接收功率随 Lagrange 乘因子 v 变化情况

最后, 分别采用 SL 和 ISL 分别求解同极化通道、正交极化通道的天线接收功率极值及对应的天线最佳极化状态。表 4.6 给出了它们的求解结果及其对应的程序运行时间。

表 4.6 ISL 和 SL 运算性能比较

项 目			隔根区间及确定	迭代次数	根估计值	总运算时间
ISL	同极化	最大根	[1.9311 2.0976], 自动获取	6	1.9324	0.0160(s)
		最小根	[-1.1976 -1.0442], 自动获取	6	-1.0454	
	正交极化	最大根	[0.88742 0.92603], 自动获取	6	0.8877	0.0150(s)
		最小根	[-1.9064 -1.8207], 自动获取	6	-1.8230	
SL	同极化	最大根	手动选取	-	1.9327	0.1432(s)
		最小根	手动选取	-	-1.0452	
	正交极化	最大根	手动选取	-	0.8876	0.1517(s)
		最小根	手动选取	-	-1.8233	

由该表可知: (1) ISL 的隔根区间是自动获取的, SL 则需要人工选取; (2) 两种方法获得 Lagrange 乘因子方程最大根、最小根是一致的; (3) 在计算机硬件环境为 Pentium (R) 2.80GB CPU, 1.00GB 内存和精度要求为 $|\gamma(v) - 1| \leq 0.001$ 情形下, 采用 Matlab7.1.0246

(R14)未优化程序实现这两种算法,ISL运算时间仅为SL的1/10。考虑到SL的隔根区间人工选取及程序编译时间等因素,实验结果与4.3.1.2节理论分析是一致的。

2. 基于区间定位的目标特征极化求解 (IZL)

同样,采用(4-72)式 Kennaugh 矩阵作为演示数据。为说明4.3.1.3节理论区间的正确性,首先根据4.3.1.2节计算同极化通道情形天线最优极化状态所在位置区间,即 $r_{\max} \in [0.7040, 1]$, $\theta_{\max} \in [0, 1.1527]$, $r_{\min} \in [-0.7040, 0]$ 和 $\theta_{\min} \in [-1.9889, -1.5708]$ 。而采用遍历搜索法获得的同极化通道天线接收功率最大值和最小值对应的天线极化状态分别为 $r_{\max} = 0.994$, $\theta_{\max} = 0.728$, $r_{\min} = -0.083$ 和 $\theta_{\min} = -1.621$ 。上述天线最优极化状态均在4.3.1.3节所确定的区间内,从而验证了4.3.1.3节理论分析的正确性。

接下来,考察IZL的运算性能。分别采用遍历搜索法、SL和IZL计算城区目标同极化通道天线接收功率极值及对应天线极化状态。表4.7列举了三种算法的实验结果及其程序运行时间。表中Max、Min.分别对应天线接收功率最大、最小值。

表4.7 同极化通道情形目标特征极化及它们对应的天线接收功率值

算 法		遍历搜索	SL	IZL
迭代初值		无	人工选取	理论确定
精度要求		$r_w < 0.002$	$r_w < 0.002, \theta_w < 0.003$	$r_w < 0.002, \theta_w < 0.003$
天线极化	Max.	(0.994, 0.728)	(0.994, 0.728)	(0.994, 0.728)
	Min.	(-0.083, -1.621)	(-0.083, -1.621)	(-0.083, -1.621)
接收功率	Max.	2.140	2.140	2.140
	Min.	0.410	0.410	0.410
总运算时间(s)		120.080	0.681	0.015
迭代次数		-	9	9

由该表可知:

(1)三种算法获得的天线接收功率极值及对应的天线最优极化状态是一致的,说明了4.3.1.3节搜索算法的有效性。

(2)遍历搜索法无须选取迭代初值或区间,仅根据误差精度设定网格疏密程度即可;后两种算法都需要迭代搜索天线最佳极化状态,所不同的在于,SL的隔根区间为人工选取,而IZL的为直接计算。

(3)在误差精度为 $r_w < 0.002$ 及 $\theta_w < 0.003$ 情况下,遍历搜索法运算时间为IZL的12008倍。考虑程序编译及计算 De_r , De_θ , θ_n 及 r_n 所用时间可能大于计算天线接收功率的,这与前文理论分析是一致的。

(4)忽略人工选取隔根区间所用时间,SL所用时间仍比IZL长,同样这与前文理论分析是一致的。

由此可见,在三种算法中IZL运算效率最快。

3. ISL 与 IZL 的实验对比

前两节已证实了 ISL 和 IZL 在运算效率方面均优于 SL, 这里将考察它们相互之间的运算优劣。在 San Francisco 地区 L 波段图像中选取尺寸为 600×600 的区域作为研究对象, 图 4.24 给出了该区域 Span 总功率图, 分别采用上述两种方法计算该区域同极化通道天线接收功率最大值及对应的天线极化状态, 图 4.24(b) 给出了该地区同极化通道天线最大接收功率图。在前文硬件环境和精度要求下, 两种方法运算时间分别为 56.4380(s) 和 101.4530(s)。可见, IZL 较 ISL 运算速度更快, 这与 3.2.3.4 节分析结论一致。因为 ISL 在搜索到 Lagrange 乘因子方程的根后还需计算对应天线最优极化状态, 而 IZL 搜索的结果就是天线最优极化状态。

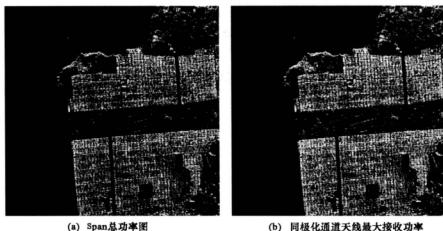


图 4.24 San Francisco 海湾地区 AIRSAR 图像

4.3.2 收发天线无极化约束关系

上一节研究了通道情形目标特征极化快速求解, 本节将讨论收发天线之间不存在极化约束情形(或全局情形)目标特征极化求解。针对该问题, Titin - Schnaider 提出了双变量 Lagrange 乘因子求解法^[64]。但是, 由于该算法求解时存在诸多不足, 本节将提出一种基于“三步”解耦思想的全局情形目标特征极化求解法。

4.3.2.1 基于“三步”解耦思想的全局特征极化求解

1981 年, Kostinski 提出了“三步”解耦法^[42], 并将其成功应用于相干情形天线接收功率极值求解问题。该方法的基本思想是将天线接收功率优化求解问题转化为目标散射优化和天线接收优化两个求解问题, 即首先调整发射天线极化使得目标散射回波最优, 然后调整接收天线极化使得天线匹配接收, 从而实现天线接收功率最大化。由于确定性目标的散射回波为完全极化, 只要调整接收天线极化与散射回波正交即可实现天线零功率接收,

因而“三步”解耦法在求解相干情形天线接收功率优化问题时,只考虑天线最大功率接收。该方法成功对天线接收功率实现了降维,即将一个2-自由度优化问题转化为两个1-自由度优化问题,从而简化了优化问题的求解。为此,本节将利用这种降维思想来解决非相干情形天线接收功率极值求解问题。

根据“三步”解耦思想可知,非相干情形目标特征极化求解,其关键仍在发射天线最佳极化求解。但是,由于分布式目标散射回波为部分极化波,因而发射天线最佳极化求解不可能通过优化目标散射回波功率得到。为此,本节首先讨论了发射天线最佳极化求解问题,即在部分极化散射回波最佳接收分析基础上,首次推导了任意部分极化散射回波的天线接收功率上下限,并利用该上下限求取了发射天线最佳极化。以此为基础,然后根据“三步”解耦思想总结了全局情形目标特征极化求解步骤。其中部分极化散射波最佳接收研究为基于“三步”解耦思想的全局情形目标特征极化求解提供了理论依据。

1. 部分极化散射回波最佳接收问题

对于分布式目标而言,即便在单色波照射下,其散射回波也为部分极化。根据2.6.2节可知,任意部分极化波均可表示为一个完全极化波和一个未极化波的加权,即

$$\mathbf{g}_s = \mathbf{g}_p + \mathbf{g}_u = g_{s0} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_{s13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{s0}(1-p_s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-73)$$

式中, \mathbf{J}_s 为目标散射回波 Stokes 矢量, g_{s0} 为散射回波总能量, p_s 为其极化纯度, \mathbf{J}_p 为完全极化分量, \mathbf{J}_u 为未极化分量。

由目标散射方程^[1]可知,散射回波还可表示为发射天线极化状态函数,即

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{K} \mathbf{J}_t \text{ 或 } g_{s0} \begin{bmatrix} 1 \\ p_s \mathbf{g}_{s13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{00} & N^T \\ \mathbf{M} & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{g}_{t13} \end{bmatrix} \quad (4-74)$$

式中, \mathbf{K} 为目标 Kennaugh 矩阵, k_{00} , N , \mathbf{M} 和 Q 为该矩阵元素, \mathbf{g}_t 为发射天线 Stokes 矢量, 同样满足 $\mathbf{g}_{t13}^T \mathbf{g}_{t13} = 1$ 。

结合(4-73)式和(4-74)式,散射波总能量和极化纯度可表示为发射天线极化状态的函数

$$g_{s0} = k_{00} + N^T \mathbf{g}_{t13} \quad (4-75)$$

$$p_s = \frac{\sqrt{(\mathbf{M} + Q \mathbf{g}_{t13})^T (\mathbf{M} + Q \mathbf{g}_{t13})}}{(k_{00} + N^T \mathbf{g}_{t13})} \quad (4-76)$$

根据表2.1可知,在天线失、匹配接收条件下,任意目标天线接收功率存在上、下限,且可分别表示为

$$P_L = (k_{00} + N^T \mathbf{g}_{t13} - \sqrt{(\mathbf{M} + Q \mathbf{g}_{t13})^T (\mathbf{M} + Q \mathbf{g}_{t13})})/2 \quad (4-77)$$

$$P_U = (k_{00} + N^T \mathbf{g}_{t13} + \sqrt{(\mathbf{M} + Q \mathbf{g}_{t13})^T (\mathbf{M} + Q \mathbf{g}_{t13})})/2 \quad (4-78)$$

显然 P_L 、 P_U 均为发射天线极化的非线性函数。

2. 发射天线最佳极化求解

上一节研究表明,对于任意部分极化散射回波,其天线接收功率始终介于 P_L 和 P_U 之间,且它们又是发射天线极化状态的函数,那么对于任意分布式目标,其天线接收功率

全局最大值等于 P_U 最大值,而全局最小值则等于 P_L 最小值,而它们对应的发射天线极化则为分布式目标特征极化。基于此,这一节将具体讨论 P_L 和 P_U 极值问题。

为简化问题的讨论,这里首先对(4-77)式和(4-78)式进行变极化基处理。即根据矩阵奇异分解理论,将实对称矩阵 $Q^T Q$ 表示为 $V \Sigma V^T$ 形式,其中 $\Sigma = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$, λ_i 为该对称矩阵的特征值, V 的列矢量为这些特征值对应的归一化特征矢量 $x_i, i = 1, 2, 3$ 。若进一步令

$$m_0 = M^T M, a = V^T g_{113}, b_1 = V^T N, b_2 = V^T Q^T M \quad (4-79)$$

那么,在新坐标系 (x_1, x_2, x_3) 下, (4-77) 式和 (4-78) 式可改写为

$$P_L = (k_{00} + b_1^T a - \sqrt{m_0 + 2b_2^T a + a^T \Sigma a}) / 2 \quad (4-80)$$

$$P_U = (k_{00} + b_1^T a + \sqrt{m_0 + 2b_2^T a + a^T \Sigma a}) / 2 \quad (4-81)$$

且由 $g_{113}^T g_{113} = 1$ 可导出 $a^T a = 1$ 。这样, (4-80) 式和 (4-81) 式均为在 $a^T a = 1$ 约束条件下的非线性优化问题。(4-80) 式和 (4-81) 式中根号之内的部分与 (4-47) 式相差一个常数。根据 4.3.1.3 节可知, 根号内部分最大、最小值位置只与 b_2 有关。然而, 由于 (4-80) 式和 (4-81) 式中增加了 $b_1^T a$ 项, 它们的极值位置不仅与 b_2 有关, 还与 b_1 有关, 因而 4.3.1.3 节求解方法显然行不通。同时, 采用 Lagrange 乘因子法求解也是困难的, 因为 P_L 和 P_U 的表达式中均存在开根号。为此, 这里将给出一种非线性函数总体极值搜索的简单方法。

为便于叙述该数值求解法, 首先将 a 参数化为

$$a = [\cos 2\tau \cos 2\phi \quad \cos 2\tau \sin 2\phi \quad \sin 2\tau]^T \quad (4-82)$$

式中 τ 和 ϕ 分别表示极化椭圆率和方位角, 且 τ 的取值范围为 $[-\pi/4, \pi/4]$, ϕ 的取值范围为 $[0, \pi]$ 。将 (4-82) 式分别代入 (4-80) 式和 (4-81) 式, P_L, P_U 均变为 τ, ϕ 的无约束非线性函数。鉴于这两个函数在 (τ, ϕ) 平面上的极值不可能有无穷多个, 这里采用粗搜索和精搜索相结合的搜索方法。若以 P_L 最小值搜索为例, 具体搜索过程为:

(1) 计算 $Q^T Q$ 的特征值 $\lambda_i, i = 1, 2, 3$ 及对应的归一化特征矢量 $x_i, i = 1, 2, 3$, 并分别得到 $N, Q^T M$ 在新坐标系 (x_1, x_2, x_3) 的投影 b_1, b_2 ;

(2) 将 (τ, ϕ) 平面网格化为 $2n^2$ 区域, 利用 (4-80) 式计算每个网格点对应的 P_L , 搜索最小 P_L 对应的 (τ_0, ϕ_0) ;

(3) 以最小 P_L 对应的 (τ_0, ϕ_0) 为初始位置, 采用 Newton - Raphson 法精确搜索 (τ_0, ϕ_0) 位置附近的局部极值位置 $(\tau_{\min}, \phi_{\min})$;

(4) 将 $(\tau_{\min}, \phi_{\min})$ 代入 (4-80) 式得到发射天线最优极化状态, 再结合目标散射方程和表 2.1 可得到接收天线最优极化状态。

采用上述相同的思路可搜索 P_U 最大值对应的发射天线最优极化。当然, 对于多峰极值搜索问题, 还有其他一些优化搜索方法。但是, 若采用上述方法时, 应注意网格疏密程度选取, 因为若网格选得太稀, 其搜索结果有可能为局部极值; 若网格选得太密, 将大幅增加算法运算量。一般情形, n 大于 10 就能保证上述搜索的精确性。

3. 基于“三步”解耦思想的目标特征极化求解(简称为 USTP)

前文讨论了分布式目标发射天线最佳极化求解。以此为依据,基于“三步”解耦思想的全局情形目标特征极化求解步骤可归纳为:

(1)发射天线最佳极化:根据第4.3.2.1-2节搜索 P_L 最小值和 P_U 最大值对应的发射天线极化状态,这是整个求解步骤的关键;

(2)最优散射回波求解:将发射天线最佳极化 $g_{L_{\min}}$ 和 $g_{L_{\max}}$ 分别代入目标散射方程,即可得到它们对应的最优散射回波 $g_{L_{\min}}$ 和 $g_{L_{\max}}$;

(3)接收天线最佳极化:根据部分极化波天线失匹配接收条件(见表2.1第2列),即可得到接收天线最优极化 $g_{R_{\min}}$ 和 $g_{R_{\max}}$ 。

显然,根据上述求解步骤可知,发射天线最佳极化求解是整个求解过程的关键,基于“三步”解耦思想的全局情形目标特征极化求解的主要创新也在于此。

由上述求解步骤可知,与求解确定性目标最优极化一样,发射天线最优极化求解仍是基于“三步”解耦思想的分布式目标最优极化求解的关键。但与前者相比,两者存在以下不同:

(1)发射天线最优极化获取方法不同。对于确定性目标而言,采用“三步”解耦思想求解时,其发射天线最优极化是通过优化 Grave 矩阵定义的目标散射回波功率函数得到;对于分布式目标而言,则是通过优化天线失匹配接收条件下的天线接收功率得到。之所以无法类似于确定性目标那样优化散射回波功率函数,是因为分布式目标散射回波为部分极化波。

(2)基于“三步”解耦思想的分布式目标最优极化求解法可获得天线最小接收功率及其对应的收发天线最优极化,而基于“三步”解耦思想的确定性目标最优极化求解法却无法获得这对最小天线接收功率最优极化,因为对于确定性目标散射回波,只要接收天线极化状态与其正交,天线接收功率恒等于0。

4.3.2.2 仿真实验与分析

为了验证 USTP 方法的有效性,这里将它与遍历搜索法、ML 方法进行了比较。实验数据为1985年 AIRSAR 对旧金山地区全极化成像图像中某城区数据,其 Kennaugh 矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} 2.1000 & 0.2524 & 0.3798 & 0.1528 \\ 0.0524 & 1.4364 & 0.8664 & -0.0230 \\ 0.1798 & 0.6664 & -0.5604 & 0.2192 \\ -0.0472 & -0.2230 & 0.0192 & 0.8238 \end{bmatrix} \quad (4-83)$$

首先,为了验证 USTP 方法中粗+精搜索法的正确性,分别采用遍历搜索法和粗+精搜索法在 (τ, ϕ) 平面上搜索 P_L 最小值和 P_U 最大值对应的收发天线最佳极化。所谓的遍历搜索法,即在满足一定的精度要求下先将 (τ, ϕ) 平面密集网格化,然后根据网格点对应的天线接收功率大小搜索天线最大或最小接收功率位置。图4.25(a)、(b)在 (τ, ϕ) 平面上分别标注了遍历搜索法得到的 P_L 最小值和 P_U 最大值位置。表4.8第2~5行列出了两种算法获得的天线最优接收功率及其对应的收发天线最佳极化状态。表中天线极化状

态采用 τ 和 ϕ 表征,单位为度。由图 4.25 和该表中均可以看出,两种搜索得到的结果几乎一致,由此说明了粗+精搜索法的正确性。

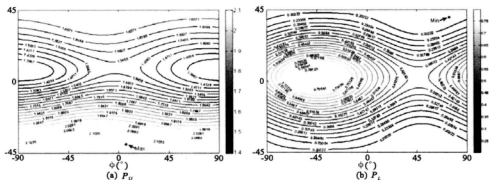


图 4.25 部分极化散射回波天线接收功率上下限随发射天线极化的变化情况

其次,再采用文献[64]中 ML 方法计算上述目标的天线最大、最小接收功率及其对应的收发天线最优极化状态,见表 4.8 第 6、7 行。比较 USTP 与 ML 方法的计算结果,可以看出:

(1)两种算法获得的天线最大、最小接收功率及其对应天线最佳极化状态几乎一致,这说明 USTP 是正确的。同时,考虑到都是数值求解过程中的误差,两种算法求解结果的细微差别是合理的。

(2)采用 USTP 方法得到的天线最大接收功率大于 ML 方法的,而天线最小接收功率又小于后者的,这说明 USTP 方法获得的结果更接近真实值。

表 4.8 遍历搜索法、USTP 和 ML 计算结果和运算时间比较

项 目		τ_i	ϕ_i	τ_r	ϕ_r	P	运行时间
遍历搜索	P_U	-41.1727	6.0734	-3.0596	7.8610	2.1594	23.5150
	P_L	38.9268	85.5025	-1.5298	0.7620	0.0236	23.5160
USTP	P_U	-38.5714	6.4286	-2.0370	7.3730	2.1559	0.1100
	P_L	38.5714	83.5714	-1.6020	0.4739	0.0238	0.1100
ML	P_U	0.5200	12.7500	-1.4700	10.3350	2.1550	-
	P_L	-0.8200	105.6500	0.5050	3.3850	0.0310	-

最后,为考察 USTP 方法的实用性,在计算机硬件环境为 Pentium (R) 2.80GB CPU, 1.00GB 内存,采用 Matlab7.1.0246(R14)软件运行上述三种算法。表 4.8 最后一列分别列举了这三种方法的运算时间。遍历搜索法和 USTP 方法的运算量主要集中在网格点天线接收功率计算,因而若忽略其他次要计算,两者运算量之比正比于它们的网格点个数之比。这里遍历搜索法的网格密集程度为 200×100 ,本算法为 20×10 ,于是两者运算量之比为 100:1。从表 4.8 中运算时间看,前者约为后者的 200 倍,考虑到 Matlab 编译影响,这与上述理论分析一致。对于 ML 方法,表中没有给出具体的运算时间,但其运算过程需进行人工干预,因而其运算时间比 USTP 方法的长。

综上所述,从算法运算效率及可编程实现上看,USTP 方法均优于 ML 方法。

第5章 目标极化散射特性研究

目标极化散射特性研究对于目标极化检测、分类及识别等应用具有重要意义。截至目前,目标极化散射特性研究可分为两大类;其一为目标极化分解;其二为散射相似性理论。其中前者是直接目标表征矩阵入手,而后者是将目标表征矩阵与典型目标表征矩阵进行比较。

目标极化分解研究始于20世纪70年代。1970年,Huynen在“雷达目标唯象学理论”一文中首次提出了目标极化分解概念。此后,Cloude、Krogager、Freeman等知名学者相继投入该方面研究,取得了一系列杰出的研究成果。根据研究对象不同,目标极化分解可分为相干情形和非相干情形,其中前者主要针对确定性目标,后者则针对分布式目标。对于非相干分解来说,又有Huynen分解及其衍生、Cloude分解及其衍生、Freeman分解及其衍生和混合型分解四种。

尽管目标极化分解是目前研究最多、应用最广泛的一类目标极化散射特性分析工具,但正如文献[89]提及一样,它存在应用局限、运算量偏大等诸多问题。正因为如此,人们开始寻找其他目标散射特性分析途径,其中比较有代表性的是散射相似性理论。2000年,Yang首次提出了散射相似性概念,从而开辟了目标散射特性分析的新途径。与目标极化分解不同,它是通过将目标散射与典型散射相比较得来,度量的是目标散射与典型散射(如球面散射、二面角散射等)的相似程度。由于其计算简单,具有目标旋转不变性、尺度无关性等性质,已被广泛应用于目标分类及检测。然而,Yang散射相似性,或称为相似性系数,是用目标极化散射矩阵定义的,它不能直接用于分布式目标散射特性分析。

本章不仅详细介绍了现有的目标散射特性主要研究成果,还介绍了我们对散射相似性理论发展和创新。章节安排为:5.1节介绍了几种经典的相干分解;5.2节介绍了Huynen分解及其衍生分解;5.3节介绍了Cloude分解及其衍生分解;5.4节介绍了Freeman分解及其衍生分解;5.5节介绍了混合型分解;最后一节介绍了Yang散射相似性和我们定义的散射相似性参数,新参数可用于分布式目标散射特性分析,适用性更强。

5.1 相干分解

在Huynen分解启发下,一些学者认为,确定性目标散射也可理解为某种散射或几种散射的合成,以便于建立测量数据与目标物理属性之间的直接联系。他们尝试着将测量极化散射矩阵分解为一些简单目标(如二面角、偶极子等)极化散射矩阵的加权组合,即

$$S = \sum_{k=1}^N c_k S_k \quad (5-1)$$

式中, S_k 为第 k 个简单目标的极化散射矩阵, c_k 为该目标对应的加权系数。而所谓的相干分解是指此类分解基于相干叠加方式进行, 与测量散射矩阵的相干过程一致。然而, 该类分解却存在以下不足:

(1) 忽视了相干斑噪声的影响。正如第 7 章将指出, 相干斑噪声造成 POLSAR 图像解译困难和降低图像视觉效果, 故 POLSAR 图像解译之前有必要进行相干斑滤波。但考虑到极化散射矩阵的相干特性, 相干斑滤波通常基于相干矩阵等高阶统计量。

(2) 相干分解的非唯一性。在缺乏先验知识情况下, 对极化散射矩阵的相干分解有无穷多种。

本节将依次介绍 Pauli 基分解、Krogager 分解、Cameron 分解等经典相干分解算法。

5.1.1 Pauli 基分解

鉴于 Pauli 基矩阵既具有良好数学性质, 又具有明确物理含义, Cloude 将测量极化散射矩阵分解为这些矩阵线性加权组合。在正交线性极化基 (h, v) 下, Pauli 基分解表示为

$$\begin{aligned} S &= \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix} = a \cdot S_a + b \cdot S_b + c \cdot S_c + d \cdot S_d \\ &= \frac{a}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{b}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \frac{c}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \frac{d}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-2)$$

式中 a, b, c, d 均为复系数, 它们可表示为极化散射矩阵元素的函数:

$$a = \frac{S_{hh} + S_{vv}}{\sqrt{2}}, \quad b = \frac{S_{hh} - S_{vv}}{\sqrt{2}}, \quad c = \frac{S_{hv} + S_{vh}}{\sqrt{2}}, \quad d = j \frac{S_{hv} - S_{vh}}{\sqrt{2}} \quad (5-3)$$

结合 Pauli 基矩阵的物理含义, 确定性目标散射可理解为以下四类典型散射的相干叠加: 其一为矩阵 S_a 表征的球体、平面或三面角的单次(或奇次)散射; 其二为矩阵 S_b 表征的 0° 取向二面角散射体的二次(或偶次)散射; 其三为矩阵 S_c 表征的 45° 取向二面角散射体的二次(或偶次)散射, 该散射的显著特点为其回波与入射波极化相互正交, 典型实例如森林树冠层的体散射; 其四为矩阵 S_d 表征的非对称部分的散射。而复系数 a, b, c, d 依次表示 S_a, S_b, S_c, S_d 对测量获得的极化散射矩阵的贡献, 或这些典型散射分别对目标整个后向散射的贡献大小, 它们模的平方反映了来自这些典型散射的功率, 因为根据(5-3)式可知, 这些复系数模值平方之和正好等于目标 Span 总功率, 即

$$\text{Span} = |S_{hh}|^2 + |S_{hv}|^2 + |S_{vh}|^2 + |S_{vv}|^2 = |a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 \quad (5-4)$$

在单静态情形, 绝大多数目标具有互易性, 相应的极化散射矩阵为对称矩阵。此时, 目标非对称部分散射功率恒等于零, Pauli 基分解简化为

$$S = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix} = a \cdot S_a + b \cdot S_b + c \cdot S_c \quad (5-5)$$

为了更直观地演示 Pauli 基分解, 这里选用 AIRSAR 于 1994 年对 San Francisco 地区极

化成像 L 波段数据来进行实验。图像大小为 900×700 像素,场景中包含了海洋、城区和公园等典型地物。图 5.1(a)~(c)依次给出了该数据经 Pauli 基分解系数 a, b, c 的强度图像。图 5.1(d)给出了相应的 RGB 伪彩图,其中 $|a|^2$ 为蓝色, $|b|^2$ 为红色, $|c|^2$ 为绿色。显然,Pauli 基分解结果能在一定程度上体现不同地物之间的散射差异,进而能将海洋、城区和公园等典型地物区分开,图中蓝色为海洋,红色为城区,绿色为公园。但是,它提供的物理解释仅仅具有一定启发性,只能说明 POLSAR 图像中出现的部分实际现象,并不具备普适性^[9]。

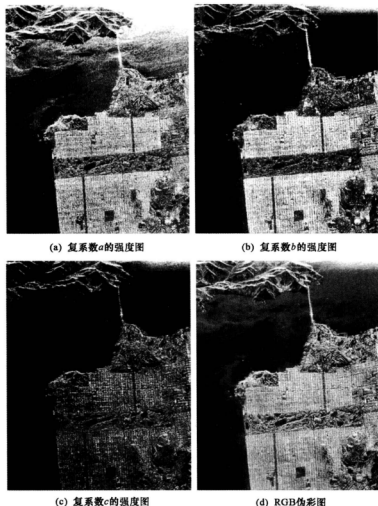


图 5.1 美国 San Francisco 地区 AIRSAR POLSAR 图像 Pauli 基分解

5.1.2 Krogager 分解

在互易条件下, Krogager 采用球体、二面角和螺旋体三种典型目标散射来近似表征各种确定性目标散射, 该表征称为 Krogager 分解^[235]。在极化基 (h, v) 下, Krogager 分解可写为

$$\begin{aligned} S &= e^{j\varphi} \{ e^{j\varphi_s} k_s \cdot S_{\text{sphere}} + k_d \cdot S_{\text{diplane}} + k_h \cdot S_{\text{helix}} \} \\ &= e^{j\varphi} \left\{ e^{j\varphi_s} k_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + k_d \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} + k_h e^{\mp j\beta\theta} \begin{bmatrix} 1 & \pm j \\ \pm j & -1 \end{bmatrix} \right\} \quad (5-6) \end{aligned}$$

式中, 矩阵 S_{sphere} , S_{diplane} 和 S_{helix} 分别表示球体散射、二面角散射和螺旋体散射, k_s , k_d , k_h 分别表示这些典型散射对目标后向散射的贡献, 它们模的平方则为这些典型散射的散射功率, φ_s 表征了该散射相对于二面角散射和螺旋散射的相位偏移, θ 表示二面角和螺旋体的方位角, φ 为绝对相位, 它取决于雷达与目标之间距离。

与 Pauli 基分解一样, Krogager 分解有六个独立表征参数, 分别为 k_s , k_d , k_h , θ , φ_s , φ 。然而, 直接根据式(5-6)反演这些参数是非常困难的, 为方便计算这些参数, 这里首先将极化基 (h, v) 下的 Krogager 分解变换到圆极化基 (r, l) 下, 即

$$\begin{aligned} S(r, l) &= \begin{bmatrix} S_{RR} & S_{RL} \\ S_{RL} & S_{LL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |S_{RR}| e^{j\varphi_{RR}} & |S_{RL}| e^{j\varphi_{RL}} \\ |S_{RL}| e^{j\varphi_{RL}} & |S_{LL}| e^{j\varphi_{LL}} \end{bmatrix} \\ &= e^{j\varphi} \left\{ e^{j\varphi_s} k_s \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix} + k_d \begin{bmatrix} e^{2j\theta} & 0 \\ 0 & -e^{-j2\theta} \end{bmatrix} + k_h \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -e^{-j2\theta} \end{bmatrix} \right\} \\ &= e^{j\varphi} \begin{bmatrix} k_d e^{2j\theta} & j k_s e^{j\varphi_s} \\ j k_s e^{j\varphi_s} & -(k_d + k_h) e^{-j2\theta} \end{bmatrix} \quad (5-7) \end{aligned}$$

显然, 根据上式很容易得出参数 k_s , θ , φ_s , φ 的计算式:

$$\begin{cases} k_s = |S_{RL}| \\ \theta = \frac{1}{4} (\varphi_{RR} - \varphi_{LL} + \pi) \\ \varphi = \frac{1}{2} (\varphi_{RR} + \varphi_{LL} - \pi) \\ \varphi_s = \varphi_{RL} - \frac{1}{2} (\varphi_{RR} + \varphi_{LL}) \end{cases} \quad (5-8)$$

考虑到 k_d , k_h 均为非负值, 根据 S_{RR} 和 S_{LL} 的绝对值相对大小关系及(5-7)式, k_d , k_h 的计算分为以下两种情况:

$$\text{右螺旋: } |S_{LL}| > |S_{RR}| \Rightarrow \begin{cases} k_d^+ = |S_{RR}| \\ k_h^+ = |S_{LL}| - |S_{RR}| \end{cases} \quad (5-9)$$

$$\text{左螺旋: } |S_{RR}| > |S_{LL}| \Rightarrow \begin{cases} k_d^- = |S_{LL}| \\ k_h^- = |S_{RR}| - |S_{LL}| \end{cases} \quad (5-10)$$

根据以上分析可以看出:

(1) Krogager 分解参数 k_s, k_d, k_h 具有旋转不变性, 因为根据它们的计算式(5-8)至(5-10), 它们可表示为 Huynen 参数 A_0, B_0, F 的函数:

$$\begin{cases} k_s^2 = 2A_0 \\ k_d^2 = 2(B_0 - |F|) \\ k_h^2 = 4(B_0 - \sqrt{B_0^2 - F^2}) \end{cases} \quad (5-11)$$

而根据第 3 章研究可知, 这些 Huynen 参数本身具有旋转不变性。

(2) 若将 Krogager 分解写为矢量形式, 有

$$\mathbf{k} = \sqrt{2} k_s e^{j(\varphi_s + \varphi)} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \sqrt{2} k_d e^{j\varphi} \begin{bmatrix} 0 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix} + \sqrt{2} k_h e^{\mp j2\theta} e^{j\varphi} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \pm j \end{bmatrix} \quad (5-12)$$

显然, 球体散射与二面角散射(或螺旋体散射)之间的目标矢量相互正交, 二面角散射与螺旋体散射之间的目标矢量并不正交, 因而 Krogager 分解不具有极化基变换不变性。但是, 它通过这些典型散射矩阵却能在测量数据与目标实际物理散射之间建立直接的联系。

为了更直观地演示 Krogager 分解, 图 5.2(a)~(c) 依次给出了 San Francisco 地区 AIRSAR POLSAR 数据经 Krogager 分解系数 k_s, k_d, k_h 的强度图像。图 5.3 给出了相应的 RGB 伪彩图, 其中 k_s^2 用蓝色表示, k_d^2 用红色表示, k_h^2 用绿色表示。显然, 利用 Krogager 分解也能将海洋、城区和公园等典型地物区分开, 因为图中不同地被着以不同色彩。与 Pauli 基分解相比, 两种相干分解的分类结果比较相似, 因为它们都是将目标的散射矩阵分解为三种成分的加权和, 且相应的三种成分的物理解释也较为相似。

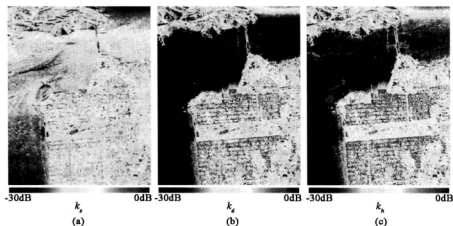


图 5.2 美国 San Francisco 地区 AIRSAR POLSAR 图像 Krogager 分解^[236]



图 5.3 Krogager 分解 RGB 伪彩图(红色为 k_d^2 , 绿色为 k_h^2 , 蓝色为 k_v^2)^[236]

5.1.3 Cameron 分解

前文两种相干分解均是极化散射矩阵表示为几种典型散射矩阵的线性组合,且每种典型散射矩阵与某个简单目标相对应,因而它们实质可理解为基于模型的相干分解。根据目标互易和对称两种属性,Cameron 提出了另一种思路的相干分解^[237],即首先根据目标互易性将非对称极化散射矩阵分解为互易和非互易两部分,然后将互易部分分为两部分,分别对应对称部分和非对称部分,最后将最大对称部分分别与三面角、二面角、偶极子等典型对称目标进行比较,以确定其具体的目标类别。

在正交线性极化基(h, v)下,Cameron 分解的形式为

$$\mathbf{k} = \alpha \{ \cos \theta_{\text{rec}} [\cos \tau_{\text{sym}} \mathbf{k}_{\text{sym}}^{\text{max}} + \sin \tau_{\text{sym}} \mathbf{k}_{\text{sym}}^{\text{min}}] + \sin \theta_{\text{rec}} \mathbf{k}_{\text{rec}}^{\text{rec}} \} \quad (5-13)$$

式中, $\alpha = \|\mathbf{k}\|_2^2 = \text{Span}(\mathbf{S})$, θ_{rec} 对应互易散射体部分所占比例, τ_{sym} 对应对称散射体部分所占比例, $\mathbf{k}_{\text{rec}}^{\text{rec}}$ 为归一化的非互易散射体目标矢量, $\mathbf{k}_{\text{sym}}^{\text{max}}$ 为归一化的对称散射体目标矢量, $\mathbf{k}_{\text{sym}}^{\text{min}}$ 为归一化的非对称部分散射体目标矢量。

步骤 1: 将极化散射矩阵分解为互易和非互易部分。首先将极化散射矩阵表示为 Pauli 基矩阵线性加权形式,即

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \alpha \cdot \mathbf{S}_A + \beta \cdot \mathbf{S}_B + \gamma \cdot \mathbf{S}_C + \delta \cdot \mathbf{S}_D \\ &= \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\delta}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-14)$$

式中 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 均为复系数。可将(5-14)式直序展开为

$$\mathbf{k} = \alpha \cdot \mathbf{k}_A + \beta \cdot \mathbf{k}_B + \gamma \cdot \mathbf{k}_C + \delta \cdot \mathbf{k}_D$$

$$= \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\delta}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

根据互易定理可知,满足互易条件的目标,其极化散射矩阵非主对角线元素相等。根据(5-14)式可知,除 S_D 之外,Pauli 基矩阵 S_A, S_B, S_C 均为对称矩阵。也就是说,只有 S_D 不满足互易条件,因而目标互易程度或互易部分所占比例可定义为

$$\theta_{\text{rec}} = \arccos \left(\sqrt{\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2}{|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2}} \right) = \arccos \left(\frac{\|P_{\text{rec}} \mathbf{k}\|}{\|\mathbf{k}\|} \right) \quad (5-16)$$

式中, $P_{\text{rec}} = I - P_D$, I 为四维单位矩阵,且 $P_D = \mathbf{k}_D \cdot \mathbf{k}_D^T$ 。 $P_{\text{rec}} \mathbf{k}$ 为 \mathbf{k} 的互易部分, $(I - P_{\text{rec}}) \mathbf{k}$ 为非互易部分。由(5-16)式可知,参数 $\theta_{\text{rec}} \in [0, \pi/2]$, 且当 $\theta_{\text{rec}} = 0$ 时,表示满足互易条件;当 $\theta_{\text{rec}} = \pi/2$ 时,表示不满足互易条件。

步骤 2: 将互易部分分解为对称散射部分和非对称散射部分。对称散射体的显著特征是它在垂直于雷达视线的平面上存在一条对称轴,在 Poincare 球面上具有线性特征极化态。从数学上讲,对称散射体的散射矩阵可通过一个刚性(rigid)旋转矩阵对角化^[1],或存在一个目标方位角满足以下条件:

$$\mathbf{R}_2(\Psi) \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{R}_2(-\Psi) \in \mathbf{M}_d \quad (5-17)$$

式中, \mathbf{M}_d 为 2×2 对角矩阵的子空间,旋转矩阵:

$$\mathbf{R}_2(\Psi) = \begin{bmatrix} \cos \Psi & -\sin \Psi \\ \sin \Psi & \cos \Psi \end{bmatrix} \quad (5-18)$$

将(5-17)式作用于 Pauli 基矩阵 S_A, S_B, S_C , 有

$$\begin{cases} \mathbf{R}_2(\Psi) S_A \mathbf{R}_2(-\Psi) = S_A \\ \mathbf{R}_2(\Psi) S_B \mathbf{R}_2(-\Psi) = \cos(2\Psi) S_B + \sin(2\Psi) S_C \\ \mathbf{R}_2(\Psi) S_C \mathbf{R}_2(-\Psi) = -\sin(2\Psi) S_B + \cos(2\Psi) S_C \end{cases} \quad (5-19)$$

显然,使 $P_{\text{rec}} \mathbf{k} = \alpha \cdot \mathbf{k}_A + \beta \cdot \mathbf{k}_B + \gamma \cdot \mathbf{k}_C$ 对角化的充分条件为

$$\beta \sin(2\Psi) + \gamma \cos(2\Psi) = 0 \quad (5-20)$$

由此可见,对称散射体对应的目标矢量具有如下形式:

$$\mathbf{k}_{\text{sym}} = \alpha \cdot \mathbf{k}_A + \varepsilon (\cos(\theta) \cdot \mathbf{k}_B + \sin(\theta) \cdot \mathbf{k}_C) \quad (5-21)$$

归纳为一般数学表达式为

$$\mathbf{k}_{\text{sym}} = D\mathbf{k} = (\mathbf{k}, \mathbf{k}_A) \mathbf{k}_A + (\mathbf{k}, \mathbf{k}') \mathbf{k}', \text{ 其中 } \mathbf{k}' = \cos(\theta) \cdot \mathbf{k}_B + \sin(\theta) \cdot \mathbf{k}_C \quad (5-22)$$

式中内积 $(\mathbf{k}, \mathbf{k}_A) = \mathbf{k}^H \mathbf{k}_A = \alpha$, $(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \mathbf{k}^H \mathbf{k}' = \beta \cos(\theta) + \gamma \sin(\theta)$ 。可见, \mathbf{k}_{sym} 为 θ 的函数,通过调整 θ 使得 $|(\mathbf{k}, \mathbf{k}')|$ 最大,可得到最大对称散射部分,且取得该最大值的条件为

$$\tan 2\chi = \frac{\beta \gamma^* + \beta^* \gamma}{|\beta|^2 - |\gamma|^2}, \quad \chi = \frac{\theta}{2} \quad (5-23)$$

此时,对称散射体所占比例可定义为

$$\cos \tau_{\text{sym}} = \frac{\|(\mathbf{P}_{\text{sc}} \mathbf{k}, D\mathbf{k})\|}{\|\mathbf{P}_{\text{sc}} \mathbf{k}\| \cdot \|D\mathbf{k}\|}, \quad 0 \leq \tau_{\text{sym}} \leq \frac{\pi}{4} \quad (5-24)$$

显然,当 $\tau_{\text{sym}} = 0$ 时,表示 $\mathbf{P}_{\text{sc}} \mathbf{k}$ 即为二面角等对称散射体目标矢量;当 $\tau_{\text{sym}} = \pi/4$ 时,表示 $\mathbf{P}_{\text{sc}} \mathbf{k}$ 即为螺旋体等非对称散射体目标矢量。

步骤 3: 在对称散射体空间搜索散射体类型。为进一步细分对称散射体,可将对称散射体目标矢量参数化为

$$\mathbf{k}_{\text{sym}}^{\text{ms}} = a e^{j\phi} \mathbf{R}_4(\psi) \mathbf{A}(z) \quad (5-25)$$

式中, a 为矩阵幅度, ϕ 为绝对相位, ψ 为散射体方位角, $\mathbf{A}(z)$ 定义为

$$\mathbf{A}(z) = \frac{1}{\sqrt{1+|z|^2}} [1 \ 0 \ 0 \ z]^T \quad (5-26)$$

其中, z 为复系数,它与典型对称散射体具有如下对应关系:

$$\begin{cases} \text{二面角: } \mathbf{k}_A = \mathbf{A}(1) & \text{圆柱体: } \mathbf{k}_{\text{cyl}} = \mathbf{A}(0.5) \\ \text{三面角: } \mathbf{k}_B = \mathbf{A}(-1) & \text{窄二面角: } \mathbf{k}_{\text{nd}} = \mathbf{A}(-0.5) \\ \text{偶极子: } \mathbf{k}_{\text{dp}} = \mathbf{A}(0) & \text{1/4 波长: } \mathbf{k}_{1/4} = \mathbf{A}(\pm j) \end{cases} \quad (5-27)$$

目标矢量旋转矩阵 $\mathbf{R}_4(\psi) = \mathbf{R}_2(\psi) \otimes \mathbf{R}_2(\psi)$ 。

为了比较不同对称散射体,定义以下距离度量:

$$d(z_1, z_2) = \arccos \left(\frac{\max\{|1+z_1 z_2^*|, |z_1+z_2^*|\}}{\sqrt{1+|z_1|^2} \sqrt{1+|z_2|^2}} \right) \quad (5-28)$$

该距离度量表征了不同对称散射体之间相似程度。

图 5.4 给出了基于 Cameron 分解的散射分类流程图。归纳起来,其具体步骤为:

(1) 首先根据 θ_{sc} 判断目标是否满足互易条件,即若 $\theta_{\text{sc}} > \pi/4$,则非互易部分占主导,该目标被判定为非互易散射体,否则为互易散射体。

(2) 对于互易散射体,进一步判断它是否为对称目标,即若 $\theta_{\text{sc}} \leq \pi/4$,该目标被判定为对称目标,否则为非对称目标。

(3) 对于对称目标,将其与二面角、三面角等典型对称目标进行匹配比较,若存在匹配则该目标即为相应的对称目标,反之为其他对称目标。

(4) 同样,对于非对称目标,将其与螺旋体进行匹配比较,若匹配则为螺旋目标,反之为其他非对称目标。

为了更直观地展示 Cameron 分解结果,这里选择 NASA SIR-C/X-SAR 于 1994 年对中国新疆天山地区全极化成像的 L 波段数据进行实验。图像大小为 450×450 像素,场景中包含森林、砍伐地及道路。图 5.5(a) 给出了该地区 Span 总功率图,图 5.5(b) 为基于 Cameron 分解的散射分类结果。图中依次将左旋螺旋体、右旋螺旋体、一般非对称散射体、三面角、二面角、偶极子、圆柱体、窄二面角、1/4 波长器件、一般对称散射体等 10 种散射体用不同颜色表示(如彩条所示)。从分类结果可以看出,对于天山区域中的砍伐地、道路等地物,通过 Cameron 分解均能判定归属于三面角成分,与目标奇次散射机制占主导的实际散射相符合;对于森林等复杂地物,则判定成分较为杂乱,无法给出明确的物理解释,由此说明了 Cameron 分解具有一定的局限性。

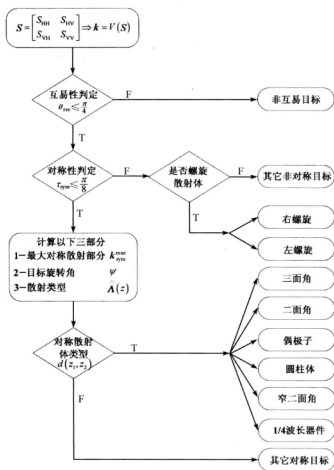
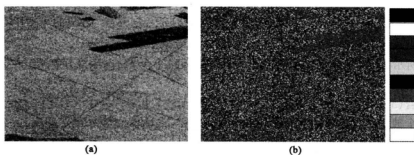
图 5.4 基于 Cameron 分解的目标散射分类流程图^[4]

图 5.5 天山地区 SIR - C/X - SAR 图像的 Cameron 分解结果

综上所述, Cameron 分解不但能实现目标基于对称性的相干分解, 而且在一定意义上具备了目标粗略分类的能力。Cameron 分解对目标对称性的刻画能力对自然地物背景中鉴别部分人造目标(如车辆、舰船等)尤为重要, 因为人造目标往往具有较明显的对称性, 据此以从不具对称性的自然地物中区分出来, 故而广泛应用于舰船及小型飞机检测等应用^[12]。Cameron 分解的缺陷也较为明显, 其使用的度量因子门限在设定上缺乏明确的物理依据, 造成其对目标的分类并不准确, 是否能用一种基本散射来对目标进行有效描述仍然值得商榷。

5.1.4 Polar 分解

前面介绍的三种相干分解都是将极化散射矩阵表示成几种典型极化散射矩阵的加权和, 没有考虑相干斑噪声影响。为在极化分解同时考虑相干斑影响, Carrea 等提出了一种乘性分解方法。该分解将极化散射矩阵表示为几种单元矩阵之积, 故称 Polar 分解。

根据矩阵分析理论, 任意非奇异矩阵都可以唯一地表示为如下形式:

$$\mathbf{S} = \mathbf{K}\mathbf{U}\mathbf{H} \quad (5-29)$$

式中, \mathbf{H} 为 Hermitian 矩阵, \mathbf{U} 为酉矩阵, \mathbf{K} 为归一化矩阵, 且它们相互之间关系为

$$\mathbf{K} = \det(\mathbf{S}) \cdot \mathbf{I}, \mathbf{H} = \sqrt{\tilde{\mathbf{S}}^H \tilde{\mathbf{S}}}, \mathbf{U} = \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{H}^{-1} \quad (5-30)$$

式中, $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{S}$ 为归一化散射矩阵, \mathbf{I} 为单位矩阵。

显然, 基于上述矩阵分解, 目标散射机制可理解为对入射电磁波依次进行 \mathbf{H} 变换 (Boost) 和 \mathbf{U} 旋转变换 (Rotation)。这两种变换矩阵可分别表示为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \cosh \frac{\alpha}{2} + m_x \sinh \frac{\alpha}{2} & (m_y - jm_z) \sinh \frac{\alpha}{2} \\ (m_y + jm_z) \sinh \frac{\alpha}{2} & \cosh \frac{\alpha}{2} - m_x \sinh \frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \quad (5-31)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} - jn_x \sin \frac{\theta}{2} & -j(n_y - jn_z) \sin \frac{\theta}{2} \\ -j(n_y + jn_z) \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} + jn_x \sin \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (5-32)$$

其中, α 为 Poincare 极化球上某点沿单位矢量 $\mathbf{m} = (m_x, m_y, m_z)^T$ 方向的增加量 (如图 5.6(a) 所示), θ 为 Poincare 极化球某点的旋转角, 单位矢量 $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$ 为旋转轴 (如图 5.6(b) 所示)。由于 \mathbf{H} 矩阵和 \mathbf{U} 矩阵均为 Hermitian 酉矩阵, 因而该分解与极化基的选取无关。

结合 (5-29) 式、(5-31) 式和 (5-32) 式, 对于一个非对称极化散射矩阵来说, Polar 分解由八个独立参数表征: θ 为极化方位角, (ψ_n, χ_n) 为单位矢量 \mathbf{n} 的球坐标, α 为增强速度, (ψ_m, χ_m) 为单位矢量 \mathbf{m} 的球坐标, 还有极化散射矩阵的行列式 $\det(\mathbf{S})$ 。

在单静态情形, 通常极化散射矩阵为对称的, 此时 Polar 分解参数之间满足如下关系:

$$n_z = 0 \text{ 和 } \tan \frac{\theta}{2} = -\frac{m_z}{n_x m_y - n_y m_x} \quad (5-33)$$

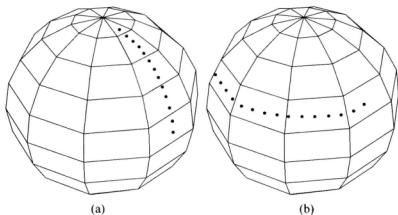


图 5.6 Poincaré 极化球上 H 变换(左)和 U 旋转变换(右)影响

于是,该相干分解中仅有六个独立的参数(对应于绝对后向散射 S 矩阵中的六个自由度): (ψ_m, χ_m) 为单位矢量 \hat{n} 的两个球坐标, α 为增强速度, ϕ_s 是单位矢量 \hat{n} 的极化坐标,还有 Sinclair 矩阵的行列式 $\det(S)$ 。

5.2 Huynen 分解及其衍生分解

Huynen 分解是最早提出的目标极化分解,后续的目标极化分解均受该分解启发,因而它在目标极化分解中占有重要地位。受部分极化波二分法启发,Huynen 将表征目标变极化效应的 Kennaugh 矩阵分解为一个等效单目标 Kennaugh 矩阵和一个 N -目标剩余项之和,称为 Huynen 分解。然而,Barnes、Yang 等指出,Huynen 分解存在分解形式非唯一性、对噪声敏感等问题,并分别提出了具体的改进方法,这些改进方法分别称为 Barnes-Holm 分解和 Yang 分解。由于这两种分解与 Huynen 分解没有本质差别,因而可将它们看成是 Huynen 分解的衍生分解。

5.2.1 Huynen 分解

从某种意义上讲,极化散射矩阵描述了雷达目标与入射电磁波作用的复杂过程,因而它包含了与目标相关的全部信息。但众所周知,极化散射矩阵各元素不仅取决于目标尺寸、结构、材质等自身物理属性,还依赖于雷达发射电磁波频率、波形、极化方式等观测条件和目标杂波背景等观测环境,因此直接建立极化散射矩阵与目标物理属性之间关联是非常困难的。正因为如此,Huynen 提出了雷达目标的现象学理论。他认为,雷达目标作为一种客观存在的事物,其物理属性与观测条件和环境无关,因而可以通过一些物理量来表征目标固有物理属性^[239]。对于单稳态目标,他给出了目标结构示意图,并定义了 9 个

表征目标物理属性的物理量对 Kennaugh 矩阵进行参数化,即

$$K_s = 2R^* (S^T \otimes S^H) R^{-1} = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 & C & H & F \\ C & A_0 + B & E & G \\ H & E & A_0 - B & D \\ F & G & D & -A_0 + B_0 \end{bmatrix} \quad (5-34)$$

式中 $A_0, B_0, B, C, D, E, F, G, H$ 统称为 Huynen 参数,其物理含义参见 3.5.2.1 节。鉴于 Kennaugh 矩阵与极化散射矩阵的一一对应关系,9 个 Huynen 参数并不是完全独立的,而是存在四个目标结构等式(3-145)(见 3.5.2.1 节)。也就是说,单稳态目标只有 5 个独立描述参数。对于时变或分布式目标,通常采用统计平均方法描述目标,即

$$K = \begin{bmatrix} \langle A_0 \rangle + \langle B_0 \rangle & \langle C \rangle & \langle H \rangle & \langle F \rangle \\ \langle C \rangle & \langle A_0 \rangle + \langle B \rangle & \langle E \rangle & \langle G \rangle \\ \langle H \rangle & \langle E \rangle & \langle A_0 \rangle - \langle B \rangle & \langle D \rangle \\ \langle F \rangle & \langle G \rangle & \langle D \rangle & -\langle A_0 \rangle + \langle B_0 \rangle \end{bmatrix} \quad (5-35)$$

显然,由(5-35)式可知:(1)平均处理破坏了 Huynen 参数之间的依赖关系,故此类目标无法采用极化散射矩阵表征,因为它有九个独立表征参数;(2)此类目标 Kennaugh 矩阵是通过非相干叠加得到,因而可将它分解为一个等效单稳态目标和一个剩余项(简称 N -目标)两部分,其中等效单稳态目标由五个参数表征, N -目标由 4 个参数表征,且它们之间相互独立。同时, N -目标与目标方位角无关,或具有旋转不变性,它表征目标非对称部分。

正如前文所说,采用 Huynen 参数表征单稳态目标时九个物理量并不是完全独立的,它们可通过四个目标结构等式联系起来,其中有一个具有如下结构:

$$B_0^2 = B^2 + E^2 + F^2 \quad (5-36)$$

显然,这与完全极化波 Stokes 矢量各元素之间关系式 $g_0^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2$ 具有相同的结构。

对于部分极化而言,Stokes 矢量各元素之间又具有以下关系:

$$g_0^2 \geq g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 \quad (5-37)$$

根据波的二分法理论,任意部分极化波 Stokes 矢量均可表示为一列完全极化波 Stokes 矢量和一列未极化波 Stokes 矢量之和,即

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_e + \mathbf{g}_u \quad (5-38)$$

其中 $\mathbf{g}_u = (g, 0, 0, 0)^T$, 为未极化波分量, $\mathbf{g}_e = (g_0 - g, g_1, g_2, g_3)^T$, 为完全极化波分量,且其各元素之间满足 $(g_0 - g)^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2$ 。

类似地,可将矢量 $(B_0, B, E, F)^H$ 分解为分别对应于一个等效单目标和一列剩余目标(N -目标)的两个矢量,且它们对应元素之间满足如下关系:

$$\begin{cases} B_0 = B_0^T + B_0^N \\ B = B^T + B^N \\ E = E^T + E^N \\ F = F^T + F^N \end{cases} \quad (5-39)$$

式中, T 和 N 分别代表“等效单目标”和“ N -目标”。其中 N -目标对应目标非对称部分, 它仅由参数(B_0^N, B^N, E^N, F^N)表示, 等效单纯态则由参数($A_0, C, D, H, G, B_0^T, B^T, E^T, F^T$) 9个参数唯一表示, 且后4个参数可通过以下4个关系式确定, 即

$$\begin{cases} 2A_0(B_0^T + B^T) = C^2 + D^2 \\ 2A_0 E^T = CH - DG \\ 2A_0(B_0^T - B^T) = G^2 + H^2 \\ 2A_0 F^T = CG - DH \end{cases} \quad (5-40)$$

而参数(B_0^N, B^N, E^N, F^N)则通过 Kennaugh 矩阵分解得到, 即

$$K = K_0 + K_N$$

$$= \begin{bmatrix} \langle A_0 \rangle + B_0^T & \langle C \rangle & \langle H \rangle & F^T \\ \langle C \rangle & \langle A_0 \rangle + B^T & E^T & \langle G \rangle \\ \langle H \rangle & E^T & \langle A_0 \rangle - B^T & \langle D \rangle \\ F^T & \langle G \rangle & \langle D \rangle & -\langle A_0 \rangle + B_0^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_0^N & 0 & 0 & F^N \\ 0 & B^N & E^N & 0 \\ 0 & E^N & -B^N & 0 \\ F^N & 0 & 0 & B_0^N \end{bmatrix} \quad (5-41)$$

该式即为 Kennaugh 矩阵形式的 Huynen 分解。

利用相干矩阵与 Kennaugh 矩阵之间的线性关系, 相干矩阵形式的 Huynen 分解为

$$T_3 = \begin{bmatrix} \langle 2A_0 \rangle & \langle C \rangle - j\langle D \rangle & \langle H \rangle + j\langle G \rangle \\ \langle C \rangle + j\langle D \rangle & \langle B_0 \rangle + \langle B \rangle & \langle E \rangle + j\langle F \rangle \\ \langle H \rangle - j\langle G \rangle & \langle E \rangle - j\langle F \rangle & \langle B_0 \rangle - \langle B \rangle \end{bmatrix} = T_0 + T_N \quad (5-42)$$

式中

$$T_0 = \begin{bmatrix} \langle 2A_0 \rangle & \langle C \rangle - j\langle D \rangle & \langle H \rangle + j\langle G \rangle \\ \langle C \rangle + j\langle D \rangle & B_0^T + B^T & E^T + jF^T \\ \langle H \rangle - j\langle G \rangle & E^T - jF^T & B_0^T - B^T \end{bmatrix}, \quad T_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_0^N + B^N & E^N + jF^N \\ 0 & E^N - jF^N & B_0^N - B^N \end{bmatrix} \quad (5-43)$$

其中 T_0 表示一个单稳态目标, 因而它与极化散射矩阵一一对应, 其矩阵秩恒等于 1; T_N 表示一个分布式目标, 故其矩阵秩恒大于 1。同时, 由于 T_N 实质对应目标非对称部分, 因而它具有旋转不变性, 其数学表达式为

$$T_N(\theta) = U_3(\theta) T_N U_3^{-1}(\theta)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_0^N + B^N & E^N + jF^N \\ 0 & E^N - jF^N & B_0^N - B^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (5-44)$$

其中 $T_N(\theta)$ 具有如下形式, 即

$$T_N(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_0^N(\theta) + B^N(\theta) & E^N(\theta) + jF^N(\theta) \\ 0 & E^N(\theta) - jF^N(\theta) & B_0^N(\theta) - B^N(\theta) \end{bmatrix} \quad (5-45)$$

显然,变换前后 T_N 具有相同结构。

基于以上分析,图 5.7 给出了分布式目标结构示意图。显然,与单稳态目标结构示意图相比,分布式目标结构示意图增加了表征 N -目标的 (B_0^N, B^N, E^N, F^N) ,等效单稳态目标采用 (B_0^T, B^T, E^T, F^T) 表征其非对称部分。

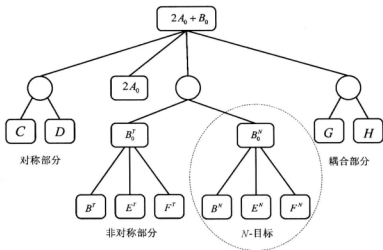


图 5.7 分布式目标的结构示意图^[4]

图 5.8 给出了 San Francisco 地区 AIRSAR 全极化数据 Huynen 分解等效单稳态目标相干矩阵对角元素,图中 T_{ii} 为相干矩阵 i 行 i 列元素。图 5.9 给出了该地区 Huynen 分解 RGB 伪彩图,其中在伪彩图中用红色表示 T_{22} ,绿色表示 T_{33} ,蓝色表示 T_{11} 。

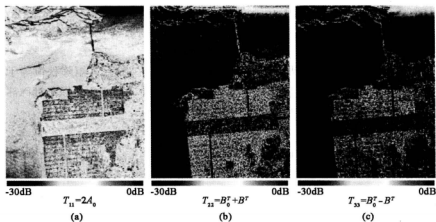


图 5.8 Huynen 分解等效单稳态目标相干矩阵对角线元素^[236]



图 5.9 Huynen 分解 RGB 伪彩图(红色为 T_{22} , 绿色为 T_{33} , 蓝色为 T_{11})^[206]

5.2.2 Barnes - Holm 分解

Huynen 将目标相干矩阵分解为等效单目标和 N -目标两部分之和,但这种结构具有非唯一性。下面我们将具体阐明。

从矢量空间的角度, Huynen 分解实质是将相干矩阵 T_3 对应的目标矢量空间分为两个相互正交的目标矢量子空间,分别对应单稳态目标相干矩阵 T_0 和 N -目标相干矩阵 T_N ,并且这种正交具有旋转不变性。

对于 N -目标相干矩阵而言,若存在目标矢量 q 满足

$$T_N q = 0 \quad (5-46)$$

则目标矢量 q 张成的空间就是 N -目标零空间。 T_N 旋转不变性要求 N -目标零空间在 T_N 旋转变换下仍保持不变,即

$$T_N q = 0 \Rightarrow U_3(\theta) T_N U_3^{-1}(\theta) q = 0 \quad (5-47)$$

从数学上讲,这实质等效于 T_0 对应的目标矢量空间包含了该零空间所有目标矢量。

将(5-44)式代入(5-47)式,容易看出:要同时满足上述条件,矢量 q 必为矩阵 $U_3^{-1}(\theta)$ 的特征矢量,即

$$T_N(\theta) q = 0 \Rightarrow (U_3^{-1}(\theta) - \lambda I) q = 0 \quad (5-48)$$

然而,根据 $U_3(\theta)$ 的表达式可知, $U_3^{-1}(\theta)$ 具有三个特征矢量,分别为

$$q_1 = [1 \ 0 \ 0]^T, q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} [0 \ 1 \ j]^T, q_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} [0 \ j \ 1]^T \quad (5-49)$$

这意味着, N -目标零空间有三种不同定义,分别为目标矢量 $q_i, i = 1, 2, 3$ 张成空间。换句话说,具有 Huynen 分解结构的解并不是唯一的,它们分别对应 $U_3^{-1}(\theta)$ 三个特

征矢量。

对于每个特征矢量而言,可通过下式定义单稳态目标的目标矢量,即

$$\left. \begin{aligned} T_3 q &= T_0 q + T_h q = T_0 q = k_0 k_0^H q \\ q^H T_3 q &= q^H k_0 k_0^H q = |k_0^H q|^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow k_0 = \frac{T_3 q}{k_0^H q} = \frac{T_3 q}{\sqrt{q^H T_3 q}} \quad (5-50)$$

若将 q_1 代入上式,则有

$$k_{01} = \frac{T_3 q_1}{\sqrt{q_1^H T_3 q_1}} = \frac{1}{\sqrt{\langle 2A_0 \rangle}} \begin{bmatrix} \langle 2A_0 \rangle \\ \langle C \rangle + j\langle D \rangle \\ \langle H \rangle - j\langle G \rangle \end{bmatrix} \quad (5-51)$$

显然,结合(5-51)式易证, k_{01} 定义的相干矩阵 T_0 正好与 Huynen 分解得到的一致。除此之外,分别将 q_2 和 q_3 代入式(5-17)可得其他两种单稳态目标归一化的目标矢量,即

$$k_{02} = \frac{T_3 q_2}{\sqrt{q_2^H T_3 q_2}} = \frac{1}{\sqrt{2(\langle B_0 \rangle - \langle F \rangle)}} \begin{bmatrix} \langle C \rangle - \langle G \rangle + j\langle H \rangle - j\langle D \rangle \\ \langle B_0 \rangle + \langle B \rangle - \langle F \rangle + j\langle E \rangle \\ \langle E \rangle + j\langle B_0 \rangle - j\langle B \rangle - j\langle F \rangle \end{bmatrix} \quad (5-52)$$

$$k_{03} = \frac{T_3 q_3}{\sqrt{q_3^H T_3 q_3}} = \frac{1}{\sqrt{2(\langle B_0 \rangle + \langle F \rangle)}} \begin{bmatrix} \langle H \rangle + \langle D \rangle + j\langle C \rangle + j\langle G \rangle \\ \langle E \rangle + j\langle B_0 \rangle + j\langle B \rangle + j\langle F \rangle \\ \langle B_0 \rangle - \langle B \rangle + \langle F \rangle + j\langle E \rangle \end{bmatrix} \quad (5-53)$$

这两种目标矢量称为 Barnes-Holm 分解。

图 5.10 给出了 San Francisco 地区 AIRSAR 全极化数据 Barnes-Holm 分解等效单目标相干矩阵对角元素,图中 T_{ii} 为相干矩阵 i 行 i 列元素。图 5.11 给出了该地区 Barnes-Holm 分解 RGB 伪彩图,其中用红色表示 T_{22} ,用绿色表示 T_{33} ,用蓝色表示 T_{11} 。

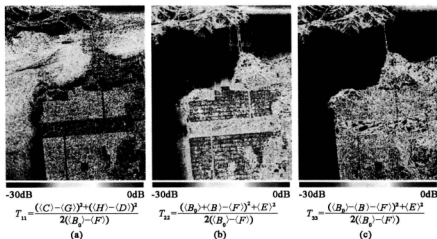


图 5.10 Barnes-Holm 分解等效单稳态目标相干矩阵对角线元素^[26]



图 5.11 Barnes-Holm 分解 RGB 伪彩图^[246] (红色为 T_{22} , 绿色为 T_{33} , 蓝色为 T_{11})

5.2.3 Yang 分解

除了非唯一问题之外, Yang 等指出^[242]: (1) 对于 A_0 较小的情况, 等效单稳态目标参数 (B_0^T, B^T, E^T, F^T) 对平均 Kennaugh 矩阵非常敏感, 此时对平均 Kennaugh 矩阵进行 Huynen 分解无法得到正确的等效单稳态目标 Kennaugh 矩阵; (2) 尤其是当 $A_0 = 0$ 时, 无法对平均 Kennaugh 矩阵进行 Huynen 分解。

基于以上认知, 为了获得正确的等效单稳态目标 Kennaugh 矩阵, Yang 等对 Huynen 分解进行了修正, 其具体措施为:

(1) 将 A_0 与平均 Kennaugh 矩阵首元素 k_{00} 进行比较。若 $A_0 \geq k_{00}/10$, 则可采用 5.2.1 节中方法对平均 Kennaugh 矩阵进行分解;

(2) 若 $A_0 < k_{00}/10$ 成立, 那么定义两个新的平均 Kennaugh 矩阵, 分别为

$$\begin{aligned}
 K_1 = R_1 K R_1^{-1} &= \begin{bmatrix} \langle A_0 \rangle + \langle B_0 \rangle & \langle C \rangle & \langle F \rangle & -\langle H \rangle \\ \langle C \rangle & \langle A_0 \rangle + \langle B_0 \rangle & \langle G \rangle & -\langle E \rangle \\ \langle F \rangle & \langle G \rangle & \langle A_0 \rangle - \langle B_0 \rangle & \langle D \rangle \\ -\langle H \rangle & -\langle E \rangle & \langle D \rangle & \langle A_0 \rangle - \langle B_0 \rangle \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \langle A_{01} \rangle + \langle B_{01} \rangle & \langle C_1 \rangle & \langle H_1 \rangle & \langle F_1 \rangle \\ \langle C_1 \rangle & \langle A_{01} \rangle + \langle B_{01} \rangle & \langle E_1 \rangle & \langle G_1 \rangle \\ \langle H_1 \rangle & \langle E_1 \rangle & \langle A_{01} \rangle - \langle B_{01} \rangle & \langle D_1 \rangle \\ \langle F_1 \rangle & \langle G_1 \rangle & \langle D_1 \rangle & \langle A_{01} \rangle - \langle B_{01} \rangle \end{bmatrix} \quad (5-54)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_2 = R_2 K R_2^{-1} &= \begin{bmatrix} \langle A_0 \rangle + \langle B_0 \rangle & \langle H \rangle & \langle F \rangle & \langle C \rangle \\ \langle H \rangle & \langle A_0 \rangle - \langle B \rangle & \langle D \rangle & \langle E \rangle \\ \langle F \rangle & \langle D \rangle & \langle B_0 \rangle - \langle A_0 \rangle & \langle G \rangle \\ \langle C \rangle & \langle E \rangle & \langle D \rangle & \langle A_0 \rangle + \langle B \rangle \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \langle A_{02} \rangle + \langle B_{02} \rangle & \langle C_2 \rangle & \langle H_2 \rangle & \langle F_2 \rangle \\ \langle C_2 \rangle & \langle A_{02} \rangle + \langle B_2 \rangle & \langle E_2 \rangle & \langle G_2 \rangle \\ \langle H_2 \rangle & \langle E_2 \rangle & \langle A_{02} \rangle - \langle B_2 \rangle & \langle D_2 \rangle \\ \langle F_2 \rangle & \langle G_2 \rangle & \langle D_2 \rangle & \langle A_{02} \rangle - \langle B_{02} \rangle \end{bmatrix} \quad (5-55)
\end{aligned}$$

式中

$$R_1^{-1} = R_1^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-56(a))$$

$$R_2^{-1} = R_2^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-56(b))$$

(3) 若 $A_{01} \geq A_{02}$, 则对 Kennaugh 矩阵 K_1 进行 Huynen 分解, 即

$$K_1 = K_{10} + K_{1N} \quad (5-57)$$

那么修正 Huynen 分解表达式为

$$K = R_1^{-1} K_1 R_1 = R_1^{-1} (K_{10} + K_{1N}) R_1 = K_0 + K_N \quad (5-58)$$

(4) 若 $A_{01} \leq A_{02}$, 则对 Kennaugh 矩阵 K_2 进行 Huynen 分解, 即

$$K_2 = K_{20} + K_{2N} \quad (5-59)$$

那么修正 Huynen 分解表达式为

$$K = R_2^{-1} K_2 R_2 = R_2^{-1} (K_{20} + K_{2N}) R_2 = K_0 + K_N \quad (5-60)$$

Yang 等将修正 Huynen(或 Yang 分解)与 Holm-Barnes 分解、Cloude 分解进行了比较。实验结果表明, 无论 A_0 是否较小或为 0, 这几种方法的分解结果是一致的。

5.3 Cloude 分解及其衍生分解

前文研究表明, Huynen 分解实质是从目标平均相干矩阵中提取一个秩为 1 的相干矩阵, 且该相干矩阵与某种散射机制相对应。然而, 这种分解结构存在以下不足:

(1) 不具有唯一性。5.2.2 节已指出, 该分解结构存在三种不同形式。

(2) Huynen 分解具有旋转不变性, 或绕雷达视线旋转不变性, 但在更广泛的酉矩阵变换下它并不具有不变性。

(3) 等效单目标不一定是个对后向散射贡献最大的等效单目标。

基于此, Cloude 借助矩阵特征值分析提出了一种新的目标极化分解^[243], 俗称 Cloude 分解。其基本思想为: 利用相干矩阵特征值和特征矢量分解, 选取特征值最大对应的归一化特征矢量与最大特征值一起构造等效单目标相干矩阵。考虑到采用等效单目标表征目标不准确, 尤其当目标散射随机性较强时, Cloude 借助量子力学中熵的概念定义了极化散射熵, 用于表征目标散射随机性, 与等效单目标散射一起构成目标散射描述, 称为 H/a 分解。但由于 H/a 分解是在 Cloude 分解基础上进行的改进, 故将它看成是 Cloude 分解的衍生。

5.3.1 Cloude 分解

若令目标相干矩阵的特征值为 $\lambda_i, i=1, 2, 3$, 对应的归一化特征矢量为 $\mathbf{u}_i, i=1, 2, 3$, 则该相干矩阵可分解为三个秩为 1 的相干矩阵加权^[243], 即

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{U}_3 \Sigma \mathbf{U}_3^{-1} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \mathbf{T}_{3i} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_i^H \quad (5-61)$$

式中 $\Sigma = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$, $\mathbf{U}_3 = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \mathbf{u}_3]^T$, \mathbf{T}_{3i} 为 \mathbf{u}_i 协方差矩阵。(5-61) 式表明, 若将 \mathbf{u}_i 理解为某种散射机制, 则分布式目标可理解为三种相互正交的散射机制贡献之和, 而 λ_i 为对应散射机制的权重系数, 或该散射机制对目标整个后向散射的贡献。

不失一般性, 若令 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, 则 λ_1 对应的特征矢量 \mathbf{u}_1 为目标主散射机制, 因为它对目标整个后向散射的贡献最大, 而其他两个特征矢量 $\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 依次为目标的次要散射机制、次散射机制。目标主散射机制对应的相干矩阵定义为

$$\mathbf{T}_{31} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_1^H = \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_1^H \quad (5-62)$$

式中, \mathbf{k}_1 为 Pauli 基目标矢量, λ_1 等于目标矢量 \mathbf{k}_1 的 2-范数的平方。根据 3.5.2.1 节中相干矩阵的 Huynen 参数化形式, 主散射机制对应的目标矢量可表示为

$$\mathbf{k}_1 = \sqrt{\lambda_1} \mathbf{u}_1 = \frac{e^{j\phi}}{\sqrt{2A_0}} \begin{bmatrix} 2A_0 \\ C + jD \\ H - jG \end{bmatrix} = e^{j\phi} \begin{bmatrix} \sqrt{2A_0} \\ \sqrt{B_0 + B} e^{+j\arctan(G/H)} \\ \sqrt{B_0 - B} e^{-j\arctan(G/H)} \end{bmatrix} \quad (5-63)$$

式中, ϕ 为绝对相位, 其取值范围为 $[-\pi, \pi]$ 。显然, 该目标矢量各元素模值平方正好等于 Huynen 参数 $2A_0, B_0 + B$ 和 $B_0 - B$ 。为此, 在没有先验知识的情况下, 利用这三个 Huynen 参数及其对应的物理含义, 目标主散射机制可分为:

- (1) 表面散射: 若 $2A_0 \gg B_0 + B$ 和 $2A_0 \gg B_0 - B$, 则目标主散射机制为表面散射;
- (2) 偶次散射: 若 $B_0 + B \gg 2A_0$ 和 $B_0 + B \gg B_0 - B$, 则目标主散射机制为偶次散射;
- (3) 体散射: 若 $B_0 - B \gg 2A_0$ 和 $B_0 - B \gg B_0 + B$, 则主散射机制为体散射。

可见, 目标主散射机制也可看成上述三种典型散射的合成, 主散射机制目标矢量各元素模值平方为这些散射对应的散射功率。

为了演示 Cloude 分解, 图 5.8 给出了 San Francisco 地区 AIRSAR 极化数据对应的 $2A_0$,

$B_0 + B$ 和 $B_0 - B$, 图 5.12 给出了这三幅图的 RGB 伪彩图, 其中 $2A_0$ 用蓝色表示, $B_0 + B$ 用红色表示, $B_0 - B$ 用绿色表示。



图 5.12 Cloude 分解 RGB 伪彩图^[236] (红色为 $B_0 + B$, 绿色为 $B_0 - B$, 蓝色为 $2A_0$)

5.3.2 H/α 分解

尽管 Cloude 分解不存在与 Huynen 分解类似的不足, 但只采用主散射机制表征目标散射显得过于粗糙或不准确, 尤其是当主散射机制对于目标整个后向散射贡献率不占绝对主导, 甚至是三种散射机制对目标后向散射贡献率几乎相等时; 而且仅采用主散射机制表征目标散射也无法体现各种不同散射机制对整个后向散射贡献的分布情况。这种描述不准确的原因在于对相干矩阵信息利用的不充分, 因为它仅利用了相干矩阵最大特征值对应的特征矢量, 而忽略了其他特征矢量和特征值信息。考虑到实际地物散射的复杂性, 只有尽可能充分地利用这些信息才能准确地表征实际目标散射情况。正因为如此, Cloude 等提出采用平均散射机制和散射随机性相结合的目标散射表征方法—— H/α 分解, 从而更准确地描述了实际目标散射情况。

5.3.2.1 随机散射介质散射模型

Cloude 认为, 任意目标散射均可看成是某种平均散射机制上的随机起伏。他将目标散射等于三种散射机制的贡献之和, 而每种散射机制由 U_i 矩阵的列矢量表征, 且它们对应的发生概率定义为

$$P_i = \lambda_i / \sum_{k=1}^3 \lambda_k \text{ 且 } \sum_{k=1}^3 P_k = 1 \quad (5-64)$$

为了便于提取目标平均散射机制,他首先采用 $\alpha - \beta$ 模型对相干矩阵特征矢量构成的酉矩阵进行参数化,即

$$U_3 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 e^{j\phi_1} & \cos \alpha_2 e^{j\phi_2} & \cos \alpha_3 e^{j\phi_3} \\ \sin \alpha_1 \cos \beta_1 e^{j(\delta_1 + \phi_1)} & \sin \alpha_2 \cos \beta_2 e^{j(\delta_2 + \phi_2)} & \sin \alpha_3 \cos \beta_3 e^{j(\delta_3 + \phi_3)} \\ \sin \alpha_1 \sin \beta_1 e^{j(\gamma_1 + \phi_1)} & \sin \alpha_2 \sin \beta_2 e^{j(\gamma_2 + \phi_2)} & \sin \alpha_3 \sin \beta_3 e^{j(\gamma_3 + \phi_3)} \end{bmatrix} \quad (5-65)$$

式中, α_i 表示某种散射机制类型, β_i 对应目标方位角, ϕ_i 为目标绝对相位, δ_i 和 γ_i 为目标相位角。考虑到相干矩阵特征矢量相互正交, 参数 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 、 $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ 、 $(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$ 和 $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ 并不是相互独立的, 而 (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) 为目标绝对相位, 可认为是独立参数。

基于上述参数化形式, 平均散射机制目标矢量定义为

$$k_0 = \sqrt{\lambda} u_0 = \sqrt{\lambda} e^{j\phi} [\cos \alpha \quad \sin \alpha \cos \beta e^{j\delta} \quad \sin \alpha \sin \beta e^{j\gamma}]^T \quad (5-66)$$

显然, 式中 $\alpha, \beta, \phi, \delta$ 和 γ 均为随机变量。假设目标散射为一个三变量贝努利随机过程, 且对于任意随机变量, 若已知它的发生序列为

$$x = \{x_1 x_2 x_3 x_1 x_2 x_3 x_1 \dots\} \quad (5-67)$$

而每个可能出现值的发生概率为 $P_i, i = 1, 2, 3$, 那么其估计值为

$$x = P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 \quad (5-68)$$

类似地, (5-65) 式中变量的估计式分别为

$$\alpha = \sum_{k=1}^3 P_k \alpha_k, \beta = \sum_{k=1}^3 P_k \beta_k, \delta = \sum_{k=1}^3 P_k \delta_k, \gamma = \sum_{k=1}^3 P_k \gamma_k \text{ 和 } \lambda = \sum_{k=1}^3 P_k \lambda_k \quad (5-69)$$

尽管采用 (5-66) 式表征目标平均散射机制, 但并不是该式中所有参数均可用于表征目标散射类型。若将目标绕雷达视线旋转 θ , 相干矩阵变为

$$T_3(\theta) = R_3(\theta) T_3 R_3(\theta)^{-1} = R_3(\theta) U_3 \Sigma U_3^{-1} R_3(\theta)^{-1} = U'_3 \Sigma U'^{-1}_3 \quad (5-70)$$

式中 $R_3(\theta)$ 为酉矩阵, 其定义见式 (3-158), 而

$$U'_3 = R_3(\theta) U_3 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 e^{j\phi'_1} & \cos \alpha_2 e^{j\phi'_2} & \cos \alpha_3 e^{j\phi'_3} \\ \sin \alpha_1 \cos \beta'_1 e^{j(\delta'_1 + \phi'_1)} & \sin \alpha_2 \cos \beta'_2 e^{j(\delta'_2 + \phi'_2)} & \sin \alpha_3 \cos \beta'_3 e^{j(\delta'_3 + \phi'_3)} \\ \sin \alpha_1 \sin \beta'_1 e^{j(\gamma'_1 + \phi'_1)} & \sin \alpha_2 \sin \beta'_2 e^{j(\gamma'_2 + \phi'_2)} & \sin \alpha_3 \sin \beta'_3 e^{j(\gamma'_3 + \phi'_3)} \end{bmatrix} \quad (5-71)$$

显然, $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 、 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 和 (P_1, P_2, P_3) 为旋转不变量, $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ 、 $(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$ 和 $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ 则为旋转可变量, 故式 (5-9) 中只有 α, λ 也为旋转不变量, β, δ 和 γ 为与方位角有关的可变量。尽管 α 和 λ 均只与目标自身物理特性有关, 但后者与目标散射功率有关, 因而表征目标散射类型参数只可能为 α 。

5.3.2.2 目标散射类型

前文分析可知, α 不仅为旋转不变量, 而且它还与目标散射类型之间存在直接联系。这里将以粒子云团为例阐明该问题, 若假设粒子云团中任意单个散射体的散射矩阵为

$$S = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \quad (5-72)$$

式中 a 和 b 为复散射系数。若将该散射体绕雷达视线旋转 θ , 其相干矩阵变为

$$T_3(\theta) = R_3(\theta) \begin{bmatrix} \epsilon & \mu & 0 \\ \mu^* & \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} R_3(\theta)^{-1} = \begin{bmatrix} \epsilon & \mu \cos 2\theta & \mu \sin 2\theta \\ \mu^* \cos 2\theta & \nu \cos^2 2\theta & \nu \cos 2\theta \sin 2\theta \\ \mu^* \sin 2\theta & \nu \cos 2\theta \sin 2\theta & \nu \sin^2 2\theta \end{bmatrix} \quad (5-73)$$

其中, $\epsilon = |a+b|^2/2$, $\nu = |a-b|^2/2$ 和 $\mu = (a+b)(a-b)^*/2$ 。若假设 θ 在 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布, 那么平均相干矩阵为

$$\langle T_3 \rangle_\theta = \int_0^{2\pi} T_3(\theta) P(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \nu & 0 \\ 0 & 0 & \nu \end{bmatrix} \quad (5-74)$$

显然, 该目标平均相干矩阵为对角矩阵, 其特征矢量构成的酉矩阵为三维单位矩阵。此时, α 参数可表示为

$$\alpha = \frac{\pi}{2} (P_2 + P_3), \text{ 其中 } P_2 = P_3 = \frac{\nu}{2(\epsilon + \nu)} \quad (5-75)$$

根据 a 和 b 之间相互大小关系, α 有以下三种特殊情形:

(1) 若 $a = b$, 粒子云团由大量随机分布的金属球体构成, 其散射主要由球体单次散射叠加而成。此时, 由 $\nu = 0$ 可知, 该粒子云团相干矩阵秩恒等于 1, 进而结合 (5-75) 式有, $P_2 = P_3 = 0$ 和 $\alpha = 0$ 。反过来, 若 $\alpha = 0$, 表明目标为各向同性单次散射。

(2) 若 $a = -b$, 即粒子云团表现出偶次散射。此时, 由 $\epsilon = 0$ 可知, 该粒子云团相干矩阵为对角矩阵 $\text{diag}\{0, \nu/2, \nu/2\}$, 进而可得 $P_2 = P_3 = 0.5$ 和 $\alpha = \pi/2$ 。这说明 $\alpha = \pi/2$ 时, 目标为各向同性偶次散射。

(3) 若 $a \gg b$, 极限情形为 $b = 0$, 即粒子云团由大量随机分布的偶极子构成。此时, $\epsilon = \nu$, 进而有 $P_2 = P_3 = 0.25$ 及 $\alpha = \pi/4$ 。这说明 $\alpha = \pi/4$ 时, 目标为各向异性偶极子散射。

显然, 上述分析说明 α 与目标散射机制存在直接联系。进一步地, 利用 α 可建立起观测数据与目标物理特性之间关系。除上述三种特殊情况, 由 (5-75) 式可得, α 的一般表达式

$$\alpha = \frac{\pi(|a|^2 + |b|^2 - 2|a||b|\cos\omega)}{4(|a|^2 + |b|^2)} \quad (5-76)$$

式中, $\omega = |\phi_a - \phi_b|$, ϕ_a 为复数 a 相位, ϕ_b 为复数 b 相位。

根据 $|a|^2 + |b|^2 \geq 2|a||b|$ 可知, α 的动态范围为 $[0, \pi/2]$, 且取得上下边界的条件分别为 $a = -b$ 和 $a = b$ 。同时, 若相位差 ω 介于 0 到 π 之间时, $0 < \cos\omega < 1$, 此时 α 介于 0 到 $\pi/4$ 之间, 表明目标为各向异性单次散射; 若相位差 ω 介于 π 到 2π 之间时, $-1 < \cos\omega < 0$, 此时 α 介于 $\pi/4$ 到 $\pi/2$ 之间, 表明目标为各向异性偶次散射。

综上所述, 在区间 $[0, \pi/2]$ 上, 随着 α 逐渐增加, 以几何光学表面散射 ($\alpha = 0$) 为起点, 经过物理光学的布拉格表面散射到达偶极子散射 ($\alpha = \pi/4$), 再经过非导体表面的二面角散射最终达到金属表面的二面角散射 ($\alpha = \pi/2$)。

5.3.2.3 极化散射熵

正如前文所说,目标散射是在某种平均散射机制上的随机起伏。尽管根据参数 α 能够将不同主散射机制的目标加以识别,但却无法区分具有相同主散射机制而散射随机性不同的目标。从数学上,目标散射随机性主要体现为相干矩阵特征值之间相对大小关系。为此,在 Von Neumann 意义上,度量目标散射随机性的参数——极化散射熵可定义为

$$H = - \sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i \quad (5-77)$$

式中, P_i 为相干矩阵特征值 λ_i 对应发生概率, n 为相干矩阵维数(即单静态情形 $n=3$; 双静态情形 $n=4$)。显然, H 取值范围为 $[0, 1]$, 且因 P_i 为旋转不变特征量, H 也为不变特征量。

考虑到 $P_1 + P_2 + P_3 = 1$, 若不失一般性, 令 $P_1 \geq P_2 \geq P_3$, 则极化散射熵还可表示为

$$H = - [P_1 \log_2 P_1 + P_3 \log_2 P_3 + (1 - P_1 - P_3) \log_2 (1 - P_1 - P_3)] \quad (5-78)$$

根据该式, 图 5.13 给出了 H 在 (P_3, P_1) 平面上的等高线图。由该图可知: (1) 若极化散射熵较小, 例如 $H < 0.3$, 易知 $P_1 \geq 0.91$, 目标为弱去极化, 可采用某个等效点目标散射表征目标散射, 因为该点目标对应的散射机制对目标整个后向散射贡献占绝对主导, 而其他次要散射机制由于更易受到相干斑噪声影响而被忽略。(2) 但若极化散射熵较高, 目标为强去极化的, 此时不存在单一的“等效点散射体”, 需考虑特征值谱上所有可能点散射体的混合。且随着极化熵逐渐增大, 根据观测量可区分的散射类别数量越来越少。极限情况: 当 $H=1$ 时, 极化信息为 0, 目标散射为一个纯粹的随机噪声过程。

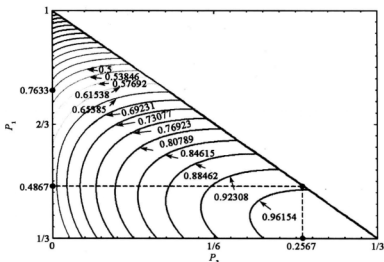


图 5.13 极化散射熵在 (P_3, P_1) 平面上的等高线图

5.3.2.4 各向异性系数

尽管极化散射熵表征了目标散射随机性,但它并不是与相干矩阵特征值,或与 (P_1, P_2, P_3) ——对应。即对于某个确定的 H_0 ,根据(5-78)式可知, P_1 (或 P_3)为 P_2 (或 P_1)的连续函数,在图 5.13 中则表现为一条等高曲线。为了克服极化散射熵表征目标散射随机性的模糊性,Cloude 引入了极化各向异性系数 A ,其定义式为

$$A = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} = \frac{P_2 - P_3}{P_2 + P_3} \quad (5-79)$$

显然,参数 A 的动态范围为 $[0, 1]$,且当 $\lambda_2 = \lambda_3$ 时, $A = 0$;当 $\lambda_3 = 0$ 时, $A = 1$ 。同时,由于相干矩阵的特征值均为旋转不变量,因而参数 A 也为旋转不变量。

极化各向异性系数是极化散射熵的补充,因为它度量了相干矩阵第二、三特征值的相对重要性,从而提高了不同散射类型鉴别能力。例如,对于 $H_0 = 0.8$ 情况,假设 $P_1 = 0.5$,利用(5-78)式可知, $P_3 = 0.061$,进而利用 $P_1 + P_2 + P_3 = 1$ 可知, $P_2 = 0.4390$;若假设 $P_1 = 0.6$,可得 $P_3 = 0.084$, $P_2 = 0.3160$ 。尽管采用极化散射熵无法识别这两种情况,但采用极化各向异性系数,因为它们对应的极化各向异性系数分别为 $A = 0.7560$ 和 $A = 0.5800$ 。

从实用性观点看,极化各向异性系数主要应用于极化散射熵较高情形($H > 0.7$),因为对于极化散射熵较低的情形,第二、三特征值较小,且受相干斑噪声影响甚巨,这使得低熵情形的参数 A 噪声较多。



图 5.14 San Francisco 地区 AIRSAR 数据各向异性系数^[206]

图 5.14 给出了 San Francisco 地区 AIRSAR 数据各向异性系数。从图中可以看出,海洋区和城区表现出低各向异性,而城区和海岸为表现出高各向异性系数。

5.3.3 H/α 替代参数

前文分析可知,采用目标平均散射机制和散射随机性相结合的目标散射描述,是目前最为合理且应用广泛的一种。然而,由于提取表征目标平均散射机制的参数 α 和表征目标散射随机性的参数 H 涉及复杂的矩阵特征值和特征矢量分解,不利于大数量的 POLSAR 图像实时处理。为此, Parks 等利用归一化相干矩阵导出了 H/α 的替代参数^[24]。

首先,对相干矩阵 T_3 进行归一化处理,即

$$N_3 = \langle \mathbf{k}^H \cdot \mathbf{k} \rangle^{-1} \langle \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}^H \rangle = \frac{T_3}{\text{tr}(T_3)} \quad (5-80)$$

该式表明,归一化相干矩阵 N_3 具有以下特征:

(1) N_3 与 T_3 具有相同的特征矢量,且这些特征矢量对应的特征值分别为 $P_i, i=1, 2, 3$, 即 T_3 特征矢量对应的发生概率。

(2) 由于 T_3 为 Hermitian 矩阵, N_3 也为 Hermitian 矩阵,它有以下三个酉相似变换不变特征量:

$$\text{tr}(N_3) = \sum_{i=1}^3 P_i, \|N_3\|_F^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |\langle N_{ij} \rangle|^2 = \sum_{i=1}^3 P_i^2 \text{ 和 } |N_3| = \prod_{i=1}^3 P_i \quad (5-81)$$

式中 $\|\cdot\|_F^2$ 为矩阵 F -范数。

(3) 鉴于 N_3 的迹恒等于 1, 其特征值 P_i 为以下多项式方程的根, 即

$$P_i^3 - P_i^2 + \frac{P_i}{2} \left(1 - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |\langle N_{ij} \rangle|^2 \right) = |N_3| \quad (5-82)$$

显然, N_3 特征值 P_i 可表示为上述酉相似变换不变特征量函数, 进而极化散射熵为矩阵行列式和 F -范数的函数。Parks 研究表明, N_3 的 F -范数与极化散射熵包含信息非常相似, 且当 $H=1$ 时, N_3 的 F -范数等于最小(即 $\|N_3\|_F^2 = 1/3$); 当 $H=0$ 时, N_3 的 F -范数等于最大(即 $\|N_3\|_F^2 = 1$)。为此, 他利用 N_3 的 F -范数定义了极化散射熵的替代参数

$$H' = \frac{3}{2} (1 - \|N_3\|_F^2) \quad (5-83)$$

显然, H' 和 H 均为 N_3 特征值 $P_i, i=1, 2, 3$ 的函数, 因而它们存在以下约束关系:

(1) 若归一化相干矩阵某个特征值等于 1, 也就是其他两个特征值等于零, 此时 F -范数等于 1, $H' = H = 0$ 。这种情形对应目标只包含一种散射机制, 或确定性目标。

(2) 若三个特征值相等, 均为 $1/3$, 此时 F -范数等于 $1/3$, $H' = H = 1$ 。该情形对应目标包含三种散射机制, 且它们的发生概率相同。

(3) 若其中两个小的特征值相等, 即 $P_2 = P_3 = P, P_1 = 1 - 2P$ 。此时, 极化散射熵可表示为替代参数函数:

$$H \leq -2P \log_2 P - (1 - 2P) \log_2 (1 - 2P) \quad (5-84)$$

式中 $P = (1 - (1 - H')^{1/2})/3$, 且 $H' \in [0, 1]$ 。

(4) 若其中大的特征值相等, 即 $P_1 = P_2 = P, P_3 = 1 - 2P$, 且满足 $1/3 \leq P \leq 1/2$ 。此时,

极化散射熵同样可表示为替代参数的函数:

$$H \geq -2P \log_3 P - (1-2P) \log_3 (1-2P) \quad (5-85)$$

式中 $P = [1 + (1 - H')^{1/2}]/3$, 而 $H' \in [3/4, 1]$ 。

(5)若最小特征值等于零,若令 $P_1 = P$, 则 $P_2 = 1 - P_1$ 。此时极化散射熵可表示为

$$H \geq -P \log_3 P - (1-P) \log_3 (1-P) \quad (5-86)$$

式中 $P = [1 + (1 - 4H'/3)^{1/2}]/2$, 而 $H' \in [0, 3/4]$ 。

通过研究相干矩阵特征矢量参数化形式(即(5-65)式),归一化相干矩阵首元素可表示为

$$N_{11} = \sum_{i=1}^3 P_i \cos^2 \alpha_i \quad (5-87)$$

显然, α 与 N_{11} 具有许多相似之处:

- (1)两者均为 P_i, α_i 的函数,说明它们包含了相同的目标信息;
- (2)尽管两者取值范围不同,但均为有限值域;
- (3)具有旋转不变性。

同时,它们还存在以下三种数学约束关系:

(1)目标包含多种散射机制,且其中有一种为单次散射情况,那么其他特征矢量散射角必为 $\pi/2$,此时两者之间存在线性关系, $N_{11} = 1 - 2\alpha/\pi$;

(2)目标只包含一种散射机制, $N_{11} = \cos^2 \alpha$;

(3)只包含两种散射机制,它们的散射矢量都不与单次散射矢量正交,两者存在关系:

$$N_{11} = \frac{2\cos^2(\arcsin(2/\pi)/2)}{\arcsin(2/\pi) - \pi} \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right), \arcsin(2/\pi)/2 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \quad (5-88)$$

以旧金山地区 AIRSAR 图像为例,图 5.15(a)给出了该地区数据在极化散射熵与替代参数的二维平面上的散布图。其中黑线为极化散射熵与替代参数的极限约束曲线,蓝点对应该地区数据点。从该图中可以看出,所有数据点均在(5-84)式~(5-86)式曲线确定的封闭区域内,验证了这些曲线的正确性;同时,根据曲线确定的封闭区域形状可以看出,极化散射熵与替代参数之间存在一种近似正比线性映射关系,因该地区数据对应的两参数平均相对差为 0.0325,最大相对差不超过 0.0891,相对标准差为 0.0237。图 5.15(b)以实线、虚线和点划线分别绘出了 α 与 N_{11} 之间三条数学约束关系曲线。这些曲线构成的封闭区域包含了所有 α 和 N_{11} 的可能取值组合。由这些曲线可知:

(1) α 和 N_{11} 之间不存在一一对应的映射关系;

(2)任意 $N_{11} < 0.5$ 的取值,其对应的 α 均大于 $\pi/4$,而任意 $N_{11} > 0.5$ 的取值,其对应的 α 却有可能小于 $\pi/4$ 或大于 $\pi/4$;

(3)任意 α 小于 $\pi/4$ 的取值,其对应的 N_{11} 值均大于 0.5,而任意 α 大于 $\pi/4$ 的取值,其对应的 N_{11} 值却有可能大于 0.5 或小于 0.5。

由以上分析可知,若 $N_{11} \in (0, 0.5)$,则可判定目标以二面角散射为主。

图 5.15(b)中的灰色点对应旧金山地区 NASA AIRSAR 数据。图中所有灰色点均分布在条状封闭区域内,极少灰色点分布在区域边界上,验证了上述三条边界曲线的正确性。

同时,三条曲线构成的封闭区域呈条状,说明两者可近似为一种线性关系。例如,当 $\alpha = 0$ 时, $N_{11} = 1$; 当 $\alpha = \pi/2$ 时, $N_{11} = 0$ 。

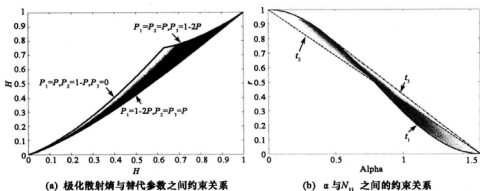


图 5.15 H/a 与替代参数之间约束关系

5.4 Freeman 分解及其衍生分解

Cloude 分解将相干矩阵特征矢量看成是某种散射机制,而对应的特征值为该散射机制对后向散射的贡献。这样,任意目标散射均可理解成三种相互正交的单目标散射的非相干叠加。然而,尽管 Cloude 分解具有良好的数学特性,但相干矩阵特征矢量无法对应实际地物散射情况。为此,人们试图对一些实际典型地物进行建模,然后采用这些典型散射模型来对目标散射进行分解,其中最为典型的是 Freeman 三成分分解。该分解将目标散射表示成表面散射、偶次散射和体散射的非相干叠加,在众多应用中取得了良好的效果。然而,该分解存在以下不足:(1)反射对称性假设;(2)未知参数个数与方程数不相等。在针对这些问题研究基础上,Yanaguchi、Freeman、Dong 分别提出了 Yamaguchi 四成分分解、Freeman 二成分分解和 Dong 四成分分解。

5.4.1 Freeman 三成分分解

Freeman 吸取了 Van Zyl 基于模型分解的思想,将研究角度定位在从极化分解获得的不同参数中提取能够表征目标的散射机理信息上,着重探索如何对典型的三种物理散射模型——体散射、表面散射、偶次散射进行合理的数学建模。在此基础上,他提出了著名的 Freeman 分解方法^[91],由于该方法不需任何地表先验信息作为参考且贴近实际物理过程,能够得到物理可译性良好的结果,在目标分解领域产生了广泛的影响。

对于体散射,可认为其模型符合雷达回波来自短圆柱体组成的随机取向散射体云的情况。在 0 取向角下,体散射模型由某种散射体所产生的散射过程来表征,这种散射体的

散射矩阵具有如下形式:

$$S = \begin{bmatrix} S_{HH} & 0 \\ 0 & S_{VV} \end{bmatrix} \quad (5-89)$$

假定散射体随机取向,其关于雷达视线与垂直极化方向间的夹角为 ϕ ,对一个特定的散射体,通过旋转使其坐标系的水平面与散射体标准方位一致,即可获得其散射矩阵,由此可得到该散射体在雷达坐标系下的散射矩阵

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{HV} & S_{VV} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot S \cdot \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} S_{HH}\sin^2\phi + S_{VV}\cos^2\phi & (S_{HH} - S_{VV})\cos\phi\sin\phi \\ (S_{HH} - S_{VV})\cos\phi\sin\phi & S_{HH}\cos^2\phi + S_{VV}\sin^2\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-90)$$

散射体方位夹角的概率密度函数为 $p(\phi)$,则其散射矩阵元素各二阶统计量的期望值可表示为

$$\langle F \rangle = \int_0^{2\pi} F(\phi)p(\phi)d\phi \quad (5-91)$$

在假定散射体为短圆柱体($S_{HH}=1, S_{VV}=0$)以及 $p(\phi)$ 服从平均分布的条件下,可以得到表征体散射模型(V)的协方差矩阵的二阶统计量(相对于 VV 极化分量归一化后):

$$\begin{cases} \langle |S_{HH}|^2 \rangle_V = \langle |S_{VV}|^2 \rangle_V = 1 \\ \langle S_{HH} \cdot S_{VV}^* \rangle_V = \langle |S_{HV}|^2 \rangle_V = 1/3 \\ \langle S_{HH} \cdot S_{HV}^* \rangle_V = \langle S_{HV} \cdot S_{VV}^* \rangle_V = 0 \end{cases} \quad (5-92)$$

对于表面散射,可采用著名的一阶 Bragg 散射模型来描述,因此表征表面散射模型(S)的协方差矩阵的二阶统计量(相对于 VV 极化分量归一化后)为:

$$\begin{aligned} \langle |S_{HH}|^2 \rangle_S &= |\beta|^2, \langle |S_{VV}|^2 \rangle_S = 1, \langle |S_{HV}|^2 \rangle_S = 0, \\ \langle S_{HH} \cdot S_{VV}^* \rangle_S &= \beta, \langle S_{HH} \cdot S_{HV}^* \rangle_S = \langle S_{HV} \cdot S_{VV}^* \rangle_S = 0 \end{aligned} \quad (5-93)$$

其中 β 为 Bragg 模型参数。

对于偶次散射,可来自二面角反射器的散射来构建其数学模型,其中反射器表面由两种不同电介质材料构成,垂直表面对于水平和垂直极化分别具有 Fresnel 反射系数 R_{vh} 和 R_{vv} ,水平表面则相应地有反射系数 R_{vh} 和 R_{vv} ,引入传播因子 $e^{2\gamma_h}$ 和 $e^{2\gamma_v}$ 来表示波从雷达传播到地面再返回的过程中垂直和水平极化波的任何衰减和相位变化更加符合物理实际过程,由此偶次散射相应的散射矩阵可表示为

$$S = \begin{bmatrix} e^{2\gamma_h} R_{vh} R_{vh} & 0 \\ 0 & e^{2\gamma_v} R_{vv} R_{vv} \end{bmatrix} \quad (5-94)$$

令 $\alpha = e^{2(\gamma_h - \gamma_v)} (R_{vh} R_{vh} / R_{vv} R_{vv})$,则表征偶次散射模型(D)的协方差矩阵的二阶统计量(相对于 VV 极化分量归一化后)为:

$$\begin{cases} \langle |S_{HH}|^2 \rangle_D = |\alpha|^2, \langle |S_{VV}|^2 \rangle_D = 1, \langle |S_{HV}|^2 \rangle_D = 0 \\ \langle S_{HH} \cdot S_{VV}^* \rangle_D = \alpha, \langle S_{HH} \cdot S_{HV}^* \rangle_D = \langle S_{HV} \cdot S_{VV}^* \rangle_D = 0 \end{cases} \quad (5-95)$$

由此,可得到表征三种典型物理散射模型的协方差矩阵,分别为

$$\mathbf{C}_V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_S = \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha^* & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_D = \begin{bmatrix} |\beta|^2 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta^* & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-96)$$

在三种散射模型的基础上, Freeman 认为目标的协方差矩阵可由三种散射成分协方差矩阵的加权和来表示, 由此, Freeman 分解可表示为:

$$\langle \mathbf{C} \rangle = f_V \cdot \mathbf{C}_V + f_S \cdot \mathbf{C}_S + f_D \cdot \mathbf{C}_D \quad (5-97)$$

其中 f_V, f_S, f_D 分别为三种散射成分的权重。进一步假定体散射、表面散射和偶次散射三种基本成分是不相关的, 则目标测量得到的二阶统计量是上述三种成分二阶统计量的总和, 即

$$\begin{aligned} \langle |S_{HH}|^2 \rangle &= f_S |\alpha|^2 + f_D |\beta|^2 + f_V \\ \langle |S_{VV}|^2 \rangle &= f_S + f_D + f_V \\ \langle |S_{HH} \cdot S_{VV}^*|^2 \rangle &= f_S \cdot \alpha + f_D \cdot \beta + f_V/3 \\ \langle |S_{HV}|^2 \rangle &= f_V/3 \end{aligned} \quad (5-98)$$

(5-98)式提供了包含五个未知量 $f_V, f_S, f_D, \alpha, \beta$ 的四个等式。一般而言, 若已知一个未知量即可得到上面四个等式的解。由于该模型中表面散射与偶次散射成分均不对 HV 分量产生贡献, 可利用这一点直接估计出体散射的权重, 然后从前三个等式中去除体散射的贡献。根据 Van Zyl 的文献[26]可进一步求解出剩余四个未知量, 由每种散射机制成分的权重可得到目标的极化散射总功率 Span 以及各种散射机制成分的功率:

$$\begin{aligned} \text{Span} &= P_V + P_S + P_D = \langle |S_{HH}|^2 \rangle + 2\langle |S_{HV}|^2 \rangle + \langle |S_{VV}|^2 \rangle \\ P_V &= 8f_V/3 \\ P_S &= f_S(1 + |\alpha|^2) \\ P_D &= f_D(1 + |\beta|^2) \end{aligned} \quad (5-99)$$

可以看出, 三种散射机制成分的功率 P_V, P_S, P_D 能够描述不同类型目标的散射特性, 可以作为描述目标属性的特征量。图 5.16 和图 5.17 分别给出了 Freeman 三成分分解结果

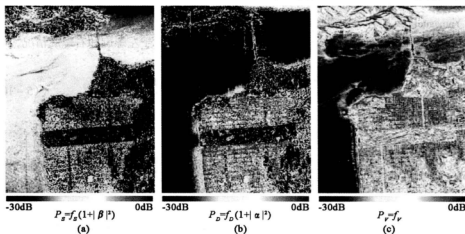


图 5.16 Freeman 三成分分解^[26]

与其 RGB 伪彩合成图。

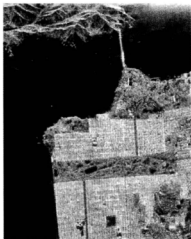


图 5.17 Freeman 三成分分解 RGB 伪彩图^[236] (P_H 为红色, P_V 为绿色, P_S 为黄色)

5.4.2 Yamaguchi 四成分分解

Yamaguchi 从地物分类的角度对 Freeman 分解方法进行了深入研究,认为尽管该三元模型在图像处理上简单易行,但反射对称条件($\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle \approx \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle \approx 0$)并不具有普适性,如在城市区域中不能满足,说明该三元模型在拟合地物的实际物理散射上仍需改进。为此, Yamaguchi 考虑了具有一般性的非反射对称约束,在三元模型的基础上引入螺旋散射机制来使模型进一步趋向于实际物理过程,同时对体散射模型进行了改进,由此提出了基于四元模型的 Yamaguchi 分解^[94]。

Yamaguchi 首先着手构建螺旋散射所具有的数学模型,由于螺旋目标会对所有的线极化入射产生圆极化,可将该成分视为圆极化产生的来源。对于左螺旋和右螺旋情况,其散射矩阵分别为

$$S_{L-helix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}, \quad S_{R-helix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix} \quad (5-100)$$

相应的平均协方差矩阵为

$$\langle C \rangle_{L-helix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -j\sqrt{2} & -1 \\ j\sqrt{2} & 2 & -j\sqrt{2} \\ -1 & j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}, \quad \langle C \rangle_{R-helix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} & -1 \\ -j\sqrt{2} & 2 & j\sqrt{2} \\ -1 & -j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (5-101)$$

由于上述模型中 $\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle = \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle$ 为纯虚数,指定此值作为实际测量数据的虚部。如果螺旋散射的功率值为 f_c ,则由于(5-101)式矩阵的迹是单位的,相应的 $\langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle$ 大小

为 $f_c/4$ 。由此,螺旋散射功率与实际测量数据的关系可表示为

$$\frac{f_c}{4} = \frac{1}{2} |\operatorname{Im}\{\langle S_{\text{IH}} S_{\text{IV}}^* \rangle + \langle S_{\text{IV}} S_{\text{VV}}^* \rangle\}| \quad (5-102)$$

具体旋转的选择根据(5-102)式中 $\langle S_{\text{IH}} S_{\text{IV}}^* \rangle$ 与 $\langle S_{\text{IV}} S_{\text{VV}}^* \rangle$ 之和虚部的符号决定:对于左圆极化,有

$$\operatorname{Im}\{\langle S_{\text{IH}} S_{\text{IV}}^* \rangle + \langle S_{\text{IV}} S_{\text{VV}}^* \rangle\} < 0 \quad (5-103)$$

而对于右圆极化,则有

$$\operatorname{Im}\{\langle S_{\text{IH}} S_{\text{IV}}^* \rangle + \langle S_{\text{IV}} S_{\text{VV}}^* \rangle\} > 0 \quad (5-104)$$

Freeman 在构建体散射模型时假定散射体方位角的概率密度函数 $p(\phi)$ 服从均匀分布,但实际上对于森林、树干、树杈等目标,垂直结构占据主导地位,上述均匀分布对于植被环境是不适合的。为此,Yamaguchi 提出了下述概率分布函数

$$p(\theta) = \begin{cases} \sin\theta/2 & 0 < \theta < \pi \\ 0 & 2\pi < \theta < \pi \end{cases}, \quad \int_0^{2\pi} p(\theta) d\theta = 1 \quad (5-105)$$

由此,对于垂直偶极子,体散射的平均协方差矩阵可表示为

$$S_{v-\text{dipole}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \langle C \rangle_{\text{vol}} = \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (5-106)$$

Yamaguchi 使用体散射、奇次散射、偶次散射、螺旋散射四元模型,将测量到的平均协方差矩阵分解为

$$\begin{aligned} \langle C \rangle &= f_v \langle C \rangle_{\text{vol}} + f_d \langle C \rangle_{\text{double}} + f_e \langle C \rangle_{\text{ed}} + f_c \langle C \rangle_{\text{helix}} \\ &= f_v \begin{bmatrix} |\beta|^2 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta^* & 0 & 1 \end{bmatrix} + f_d \begin{bmatrix} |\alpha|^2 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha^* & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{f_v}{15} \begin{bmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \\ &\quad + \frac{f_c}{4} \begin{bmatrix} 1 & \pm j\sqrt{2} & 1 \\ \mp j\sqrt{2} & 2 & \pm j\sqrt{2} \\ -1 & \mp j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-107)$$

比较上述方程两边可得到具有六个未知量的五个等式:

$$\langle |S_{\text{IH}}|^2 \rangle = f_v |\beta|^2 + f_d |\alpha|^2 + \frac{8}{15} f_v + \frac{1}{4} f_c \quad (5-108)$$

$$\langle |S_{\text{IV}}|^2 \rangle = \frac{2}{15} f_v + \frac{1}{4} f_c \quad (5-109)$$

$$\langle |S_{\text{VV}}|^2 \rangle = f_v + f_d + \frac{3}{15} f_v + \frac{1}{4} f_c \quad (5-110)$$

$$\langle S_{\text{IH}} S_{\text{VV}}^* \rangle = f_v \beta + f_d \alpha + \frac{2}{15} f_v - \frac{1}{4} f_c \quad (5-111)$$

$$\frac{1}{2} |\operatorname{Im}\{\langle S_{\text{IH}} S_{\text{IV}}^* \rangle + \langle S_{\text{IV}} S_{\text{VV}}^* \rangle\}| = \frac{f_c}{4} \quad (5-112)$$

Yamaguchi 进一步推导出了所有未知量的解,由此四元散射模型的功率可分别表示为

$$\begin{cases} P_s = f_s(1 + |\beta|^2) \\ P_d = f_d(1 + |\alpha|^2) \\ P_v = f_v \\ P_c = f_c \end{cases} \quad (5-113)$$

通过实测数据的实验分析表明,该分解方法能较好地描述城区散射以及具有复杂几何形状的非方位向对称散射,比 Freeman 分解更具有普适性。尽管在数学模型构造及与真实数据匹配上,该分解方法仍存在瑕疵,但就基于模型的一类方法来说,Yamaguchi 分解较好地实现了基于物理散射模型的目标分解,进一步充实并完善了此类分解方法。

综上所述,基于模型分解的基本思想就是通过对典型的物理散射过程进行物理化简与数学模型构建,从而导出具有代表性及适用性的散射模型,在假定模型的前提下对目标进行分解,以获得目标对于雷达波的不同散射回波所蕴含的目标信息。由于此类方法自始至终强调物理原型,模型构建过程均基于实际物理参数,因此分解的物理意义非常明确,往往能获得较为理想的分解结果。

5.4.3 Freeman 二成分分解

2007 年,Freeman 提出了全新的对森林的极化 SAR 观测量的两成分散射模型。其选择的基本散射是来自于互易对称反射的树冠散射,以及表示来自于一对具有不同介电常数的正交曲面的二次散射(地面和树干的相互作用),或是来自于具有适度粗糙表面的 Bragg 散射,该散射可看成是穿过一垂直走向的散射体的过程^[245]。

树冠层的体散射可看作是由一簇具有随机方向的类柱面散射形成的,即反射对称条件下的互易媒质散射体的二阶统计协方差阵 C_{3V} 如下所示:

$$C_{3V} = f_v \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho \\ 0 & 1 - \rho & 0 \\ \rho^* & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-114)$$

其中 f_v 和 ρ 对应体散射成分贡献量。

第二类散射为二次散射或直接表面散射。这两种情况下的二阶统计量协方差阵 C_{3G} 为

$$C_{3G} = f_G \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha^* & 0 & |\alpha|^2 \end{bmatrix} \quad (5-115)$$

其中, f_G 和 α 对应二次散射或单次散射成分贡献量。

在二次散射的情况下,参数 α 满足 $|\alpha| \leq 1, \arg(\alpha) = \pm \pi$ 。在直接表面散射的情况下,参数 α 满足 $|\alpha| \geq 1, \arg(\alpha) = 2\phi$, 其中 ϕ 是从雷达到散射体再散射的 HH 与 VV 分量相位差。

假定体散射、二次散射或表面散射成分不相关,则总的二阶统计量是上述每种散射机制的叠加。因此,总的后向散射的模型是

$$C_3 = C_{3G} + C_{3V} = \begin{bmatrix} f_G + f_V & 0 & f_G \alpha + f_V \rho \\ 0 & f_V (1 - \rho) & 0 \\ f_G \alpha^* + f_V \rho^* & 0 & f_G |\alpha|^2 + f_V \end{bmatrix} \quad (5-116)$$

与 Freeman 三成分分解相比,新的 Freeman 二成分分解中输入与输出参数相等(四个方程具有四个未知量),因此不需要任何先验的假定可以很容易的解出。

每种散射机制对总功率的贡献可由下式估计:

$$\text{Span} = |S_{HH}|^2 + 2|S_{HV}|^2 + |S_{VV}|^2 = P_G + P_V \quad (5-117)$$

其中 $P_G = f_G(1 + |\alpha|^2)$ 和 $P_V = f_V(3 - \rho)$ 。

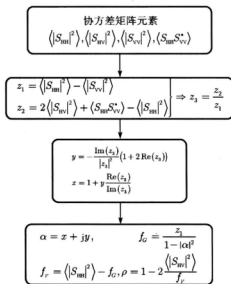


图 5.18 Freeman 二成分分解流程图

用于决定地面散射是由直接地面回波还是二次散射的差异是基于参数 α 的幅度与相位的行为。Freeman 两成分目标分解理论可用图 5.18 说明,其中 P_G 和 P_V 代表了两种散射机制的贡献量。两成分模型对于森林树冠结构和树冠与地面回波的比值表现出一定的敏感性。理论上当 ρ 参数被类柱面散射的统计描述影响时, α 参数似乎受树冠密度的影响,即 ρ 由(5-114)式比 a/b 定义。

5.4.4 Dong 四成分分解

Dong 认为雷达回波通常是各种散射子回波的合成,由于不同散射子产生不同的极化信号,从测量到的 Mueller 矩阵中提取这些信息是完全可能的,为此他分析比较了 Van Zyl 与 Freeman 的工作成果,提出将雷达观测到的极化信号分解为偶次散射、Bragg 散射、奇次散射、交叉散射等四种基本散射的合成形式,并利用最小均方法获得了基于上述四元模型

假设的最优解,由此导出了 Dong 分解^[246]。

由于散射体的位置是随机分布的,雷达对于多个独立散射子的测量是非相干叠加的,由此 n 个散射子的总 Mueller 矩阵 \mathbf{M} 可简单地表示为 n 个独立 Mueller 矩阵 \mathbf{M}_i 之和,即

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i \quad (5-118)$$

为了得到基于典型散射模型的 Mueller 矩阵分解,需要对四种基本散射的模型进行数学模型构建:

(1) 偶次散射:这种基本散射构建了森林区域中树干与地面以及城市区域中墙壁与地面之间散射的典型模型。研究结果表明,通过使用 Stratton-Chu 积分法,可将这种散射的散射矩阵表示为^[30]

$$S_1 = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{HV} & S_{VV} \end{bmatrix} = S_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\alpha}} e^{j\delta} \end{bmatrix} \quad (5-119)$$

其中 $S_1 = S_{HH}$, 该参数与入射角、反射面尺寸、反射面电介质特性相关:

$$\alpha \approx |R_{\perp 1}(\pi/2 - \theta)R_{\perp 2}(\theta) / (R_{\parallel 1}(\pi/2 - \theta)R_{\parallel 2}(\theta))|^2$$

$$\delta \approx \arg\{-R_{\perp 1}(\pi/2 - \theta)R_{\perp 2}(\theta) / (R_{\parallel 1}(\pi/2 - \theta)R_{\parallel 2}(\theta))\}$$

其中, \arg 表示求复数的相位, θ 为雷达入射角, $R_{\perp 1}$ 和 $R_{\parallel 1}$ 为第一次反射时在 $\pi/2 - \theta$ 角估计得到的水平与垂直极化 Fresnel 反射系数, $R_{\perp 2}$ 和 $R_{\parallel 2}$ 为第二次反射时在 θ 角估计得到的系数, α 与 δ 同样与极化指数 (PI, 定义为 HH 与 VV 极化强度的比值) 和极化相位差 (PD, 定义为 HH 与 VV 后向散射场的相位差) 相关。由此可得到偶次散射的 Mueller 矩阵:

$$\mathbf{M}_1 = S_1^2 \begin{bmatrix} \frac{\alpha+1}{2\alpha} & \frac{\alpha-1}{2\alpha} & 0 & 0 \\ \frac{\alpha-1}{2\alpha} & \frac{\alpha+1}{2\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \cos \delta & -\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sin \delta \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sin \delta & -\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \cos \delta \end{bmatrix} \quad (5-120)$$

(2) Bragg 散射:实际上,对于地面、海平面等略微粗糙表面,通过微扰动法已经对此类散射机制的极化特性进行了深入研究,一阶 Bragg 模型的 Mueller 矩阵可表示为

$$\mathbf{M}_2 = S_2^2 \begin{bmatrix} \frac{\beta+1}{2\beta} & \frac{\beta-1}{2\beta} & 0 & 0 \\ \frac{\beta-1}{2\beta} & \frac{\beta+1}{2\beta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\beta}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{\beta}} \end{bmatrix} \quad (5-121)$$

其中平均 PI 值 $\beta = |\alpha_{HH}/\alpha_{VV}|^2$

$$\alpha_{\text{HH}} = \frac{\varepsilon - 1}{(\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta})^2}$$

$$\alpha_{\text{VV}} = (\varepsilon - 1) \frac{\varepsilon(\sin^2\theta + 1) - \sin^2\theta}{(\varepsilon\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta})^2}$$

θ 和 ε 为入射角和表面的电介质常数,而平均 PD 值为 0(由于 Bragg 散射仅发生一次反射)。

(3) 奇次散射:这种散射构建了直接镜面反射的典型模型,如地表或建筑物屋顶与入射方向垂直的平面、轴与入射方向垂直的大树杈等。由于这一类目标的局部入射角为 0° , 因此有

$$|R_{\perp}(0)/R_{\parallel}(0)|^2 = 1 \quad (5-122)$$

$$\arg\{-R_{\perp}(0)/R_{\parallel}(0)\} = 0$$

由此,此种基本散射的 Mueller 矩阵可表示为

$$M_3 = S_3^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5-123)$$

此类基本散射包含了来自森林植被体后向散射的共极化响应,由于仅发生了奇次散射,来自三面角反射器如墙壁—墙壁—地面结构的后向散射同样可归于此类散射中。

(4) 交叉散射:一般来说,点目标或分布目标的极化响应可分解为共极化与交叉极化响应。对于任意基本散射,散射矩阵的 S_{HV} 元素通常是非零的,由于统计意义上 S_{HH} 与 S_{HV} (或 S_{VH} 与 S_{HV}) 的 PD 服从均匀分布, $\langle S_{\text{HH}} S_{\text{HV}}^* \rangle$ 与 $\langle S_{\text{VH}} S_{\text{HV}}^* \rangle$ 均等于 0,由此仅有 S_{HV} 值是至关重要的。而随机目标的交叉极化成分是可以非相干叠加的,那么可假定总交叉极化响应是由具有如下散射矩阵的交叉散射机制所引起的

$$S_4 = S_4 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-124)$$

由此,可得到交叉散射机制的 Mueller 矩阵:

$$M_4 = S_4^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-125)$$

总 Mueller 矩阵是上述四种独立基本散射 Mueller 矩阵之和,因此有

$$\begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{12} \\ M_{22} \\ M_{33} \\ M_{34} \\ M_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\alpha+1)/2\alpha & (\beta+1)/2\beta & 1 & 1 \\ (\alpha-1)/2\alpha & (\beta-1)/2\beta & 0 & 0 \\ (\alpha+1)/2\alpha & (\beta+1)/2\beta & 1 & -1 \\ \cos\delta\sqrt{\alpha} & 1/\sqrt{\beta} & 1 & 1 \\ -\sin\delta\sqrt{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ -\cos\delta\sqrt{\alpha} & -1/\sqrt{\beta} & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1^2 \\ S_2^2 \\ S_3^2 \\ S_4^2 \end{bmatrix} \quad (5-126)$$

其中 $S_i^2 \geq 0 (i = 1, 2, \dots, 4)$ 。(5-126)式左侧元素为极化雷达系统实测到的 Mueller 矩阵元素, S_i^2 为需要判定的四个未知量。实际上, 该式的最佳解可通过最小均方法求得。在求得未知量后, Dong 分解可描述为

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_4 \quad (5-127)$$

Dong 通过不同区域的真实极化数据对其分解方法进行了实验分析, 结果表明该方法得到的分解结果能较好地重构目标散射的 Mueller 矩阵。由于该分解使用的四种典型模型是通过实际物理参数构建的, 并且采用了平均 Mueller 矩阵的极化测量元素表达形式, 因此达到了与 Freeman 分解相似的分解效果, 同样注重在物理层面的可释性。但其对于 Mueller 矩阵部分元素的重构 (M_{13} 、 M_{34} 、 M_{23} 、 M_{24} 、 M_{34} 等于 0) 与许多目标的实际测量值有明显差异, 也说明了其存在的不足与局限。

5.5 混合型分解

混合型分解是将 Huynen 分解、Cloude 分解和 Freeman 分解的思想相结合的一类分解。这类分解典型的如 Holm 分解和 Van Zyl 分解, 其中前者结合了 Huynen 分解和 Cloude 分解思想, 后者结合了 Cloude 分解和 Freeman 分解思想。本节将分别介绍这两种分解。

5.5.1 Holm 分解

在 Huynen 分解启发下, Holm 认为, 目标存在单纯态和混合态两种基本状态, 且在单色波照射下, 单纯态目标的散射回波始终是完全极化的, 而混合态目标的散射回波则恒为部分极化的。对于混合态目标而言, 其相干矩阵都可表述为一个单纯态目标的相干矩阵和一个混合态目标的相干矩阵之和。为此, Holm 借助特征值和特征矢量分解方法将目标相干矩阵分解为一个秩为 1 的相干矩阵和两个噪声项之和, 称为 Holm 分解^[247]。

首先, 若假设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, 可将相干矩阵对应的特征值矩阵分解为

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}}_{\Sigma_1} = \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 - \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Sigma_2} + \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_2 - \lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 - \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Sigma_3} + \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}}_{\Sigma_4} \quad (5-128)$$

式中 Σ_1 的秩为 1, 对应某个单纯态目标, Σ_2 和 Σ_3 对应两个噪声项。若将上式代入特征值和特征矢量分解, 则 Holm 分解可表示为

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{U}_1 \Sigma_1 \mathbf{U}_1^{-1} + \mathbf{U}_2 \Sigma_2 \mathbf{U}_2^{-1} + \mathbf{U}_3 \Sigma_3 \mathbf{U}_3^{-1} \quad (5-129)$$

上述等式右侧中, 第一项表示单纯目标状态, 提供了平均的目标描述; 第二项表示混合目标状态, 提供了目标相对于平均表述的方差; 第三项表示未极化混合状态, 等效于噪声项。

进一步, 利用相干矩阵特征矢量之间的正交性:

$$\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^H + \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^H + \mathbf{u}_3 \mathbf{u}_3^H = \mathbf{I}_D \quad (5-130)$$

Holm 分解还具有以下表达式:

$$\mathbf{T}_3 = (\lambda_1 - \lambda_2) \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^H + (\lambda_2 - \lambda_3) (\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^H + \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^H) + \lambda_3 \cdot \mathbf{I}_D \quad (5-131)$$

以上分析可知, Holm 分解其实是一种混合分解方法, 结合了 Cloude 特征值分析(具有酉矩阵变换不变性)和 Huynen 分解中单纯目标叠加噪声模型的思想。尽管该方法较为简单, 没有提供可进一步利用的特征量, 但通过对噪声中旋转二面角散射的分解, 证实该分解方法能有效提取散射机理, 用于平稳目标识别, 在一定程度上拓展了利用特征值分析进行目标分解的思路。

5.5.2 Van Zyl 分解

在对细微粗糙表面、二面角反射器、森林等典型目标物理散射模型进行系统、深入地研究之后, Van Zyl 结合协方差矩阵的特征值分解, 将方位对称的目标散射分解为奇次散射、偶次散射和漫散射, 从而实现了第一种基于模型的分解方法^[288]。

在单静态情形, 对于方位对称的目标, 其平均协方差矩阵具有如下的一般形式:

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} \langle |S_{HH}|^2 \rangle & 0 & \langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle \\ 0 & 2\langle |S_{HV}|^2 \rangle & 0 \\ \langle S_{VV} S_{HH}^* \rangle & 0 & \langle |S_{VV}|^2 \rangle \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho \\ 0 & \eta & 0 \\ \rho^* & 0 & \zeta \end{bmatrix} \quad (5-132)$$

式中 c, η, ζ, ρ 取决于散射体的尺寸、形状、电属性以及它们的统计角分布, 其定义分别为

$$\begin{cases} c = \langle |S_{HH}|^2 \rangle \\ \rho = \langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle / \langle |S_{HH}|^2 \rangle \\ \eta = 2\langle |S_{HV}|^2 \rangle / \langle |S_{HH}|^2 \rangle \\ \zeta = \langle |S_{VV}|^2 \rangle / \langle |S_{HH}|^2 \rangle \end{cases} \quad (5-133)$$

显然, 上述平均协方差矩阵的特征值可很容易地求得

$$\lambda_{1,2} = \frac{c}{2} (\zeta + 1 \pm \sqrt{(\zeta - 1)^2 + 4|\rho|^2}) \quad \lambda_3 = c\eta \quad (5-134)$$

对应的三个特征矢量为

$$\mathbf{k}_1 = \sqrt{\frac{\zeta - 1 + \sqrt{\Delta}}{|\zeta - 1 + \sqrt{\Delta}|^2 + 4|\rho|^2}} (2\rho / (\zeta - 1 + \sqrt{\Delta}) \quad 0 \quad 1)^T \quad (5-135)$$

$$\mathbf{k}_2 = \sqrt{\frac{\zeta - 1 - \sqrt{\Delta}}{|\zeta - 1 - \sqrt{\Delta}|^2 + 4|\rho|^2}} (2\rho / (\zeta - 1 - \sqrt{\Delta}) \quad 0 \quad 1)^T \quad (5-136)$$

$$\mathbf{k}_3 = (0 \quad 1 \quad 0)^T \quad (5-137)$$

其中 $\Delta = (\zeta - 1)^2 + 4|\rho|^2 \geq 0$ 。从上述特征矢量可以发现, 分解所得到前两项分别对应奇次散射和偶次散射, 而第三项对应漫反射。

为了方便化简, 可定义

$$\begin{cases} \Lambda_1 = \lambda_1 \left[\frac{(\zeta - 1 + \sqrt{\Delta})^2}{(\zeta - 1 + \sqrt{\Delta})^2 + 4|\rho|^2} \right] \\ \Lambda_2 = \lambda_2 \left[\frac{(\zeta - 1 - \sqrt{\Delta})^2}{(\zeta - 1 - \sqrt{\Delta})^2 + 4|\rho|^2} \right] \\ \Lambda_3 = \lambda_3 \end{cases} \quad (5-138)$$

$$\alpha = \frac{2\rho}{\zeta - 1 + \sqrt{\Delta}}, \quad \beta = \frac{2\rho}{\zeta - 1 - \sqrt{\Delta}} \quad (5-139)$$

则平均协方差矩阵的 Van Zyl 分解可表示为

$$\begin{aligned} C_3 &= \lambda_1 \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_1^H + \lambda_2 \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{k}_2^H + \lambda_3 \mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{k}_3^H \\ &= \Lambda_1 \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha^* & 0 & 1 \end{pmatrix} + \Lambda_2 \begin{pmatrix} |\beta|^2 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta^* & 0 & 1 \end{pmatrix} + \Lambda_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5-140)$$

可以看出,该分解实际上是一种模型与特征值分析的混合,通过特征值分析提取出有用的参数,并将散射物理模型与这些参数相联系,从而寻求对目标特性的合理描述。尽管这种分解对散射物理模型的数学描述十分粗糙(没有构建各种散射模型的合理形式),更着重于通过特征值分析来提取物理信息,但这种以散射模型为出发点的分解思想无疑为基于模型的目标分解方法的进一步发展提供了宝贵经验。

5.6 散射相似性理论

尽管极化分解理论是目前最常用的极化散射特性分析工具,然而正如 Cloude 所指出,现有极化分解均存在应用范围、假设条件约束。为此,人们开始寻求其他方式的极化散射特性分析手段。其中较为典型的是 Yang 提出的相似性理论。借助特殊相关系数概念,他定义了目标散射与典型散射的相似性,以此实现目标极化散射特性理解和分析。由于目标散射相似性参数计算简单,且具有目标旋转不变性、尺度无关性等性质,已被广泛应用于目标分类及检测。然而, Yang 散射相似性,亦称为相似性系数,是采用目标散射矩阵定义,它不能直接用于分布式目标散射特性分析。文献[148]给出了解决方法:首先提取分布式目标主散射机制,然后比较主散射机制与规范散射之间的相似程度,进而实现分布式目标与规范目标之间的散射相似性比较。尽管这样可解决相似性系数无法应用于分布式目标的问题,但却带来新的不足:

(1)当目标散射随机性很高时,目标主散射机制并不绝对占优,此时计算得到的相似性系数并不能准确反映分布式目标与规范散射之间的平均相似程度;

(2)由这种方法获得的目标相似性系数无法度量目标次散射机制与规范散射相似性程度;

(3)主散射机制提取必然增加新的运算量,降低了算法的实用性。

本节首先介绍了文献[148]方法,针对现有相似性参数存在的不足,接着定义了一种

新的散射相似性参数,然后作为一种实际应用,利用它提取了目标散射分别与表面散射、偶次散射等的相似性参数,最后重点讨论了目标与球面散射的相似性。

5.6.1 文献[77]定义的散射相似性

为度量两个目标之间的散射相似性,文献[77]中定义了目标相似性系数(记为SSC)。即若已知目标A和B的Pauli基矢量,两目标之间的散射相似性定义为

$$r(S_A, S_B) = |\mathbf{k}_{PA}^H \mathbf{k}_{PB}|^2 / (\|\mathbf{k}_{PA}\|_2^2 \cdot \|\mathbf{k}_{PB}\|_2^2) \quad (5-141)$$

式中 $\|\cdot\|_2^2$ 为2-范数, $r \in [0, 1]$ 。为将目标相似性系数应用于分布式目标,利用(5-61)式将相干矩阵表示为

$$\mathbf{T} = \lambda_1 \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^H + \lambda_2 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2^H + \lambda_3 \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_3^H \quad (5-142)$$

式中, \mathbf{e}_i 为相干矩阵归一化特征矢量,理解为某种散射机制, λ_i 为相干矩阵特征值,为对应散射机制的权重因子;然后,根据特征值大小选取目标主散射机制,即若 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, \mathbf{e}_1 为主散射机制, \mathbf{e}_2 为次要散射机制, \mathbf{e}_3 为最次散射机制;最后,利用(5-141)式计算主散射机制与规范散射之间的相似性系数。尽管这种方法解决了相似性系数应用于分布式目标的问题,但却增加了大量额外的运算量,而且由此获得的相似性系数也不能准确反映分布式目标与典型目标之间的散射相似程度。例如,若目标A、B主散射机制相同,其他散射机制各不相同,且这些散射机制对应的权重因子也各不相同。尽管这两个目标散射差异性较大,但利用上述方法却无法区分。由此可见,为准确度量分布式目标与典型目标的散射相似程度,需全面考虑分布式目标包含散射机制与规范散射之间的相似性。

5.6.2 新的散射相似性

5.6.2.1 定义及性质

考虑到相干矩阵包含了分布式目标所有散射机制,可用它来定义分布式目标散射相似性。即若已知分布式目标的相干矩阵和典型目标Pauli基矢量,新散射相似性系数定义为

$$r(\mathbf{k}_p, \mathbf{T}) = \frac{\mathbf{k}_p^H \mathbf{T} \mathbf{k}_p}{\text{tr}(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{k}_p^H) \cdot \text{tr}(\mathbf{T})} \quad (5-143)$$

若将(5-142)式代入(5-143)式,上式可表示为如下形式:

$$r(\mathbf{k}'_p, \mathbf{T}) = p_1 \|\mathbf{k}'_p \mathbf{e}_1\|_2^2 + p_2 \|\mathbf{k}'_p \mathbf{e}_2\|_2^2 + p_3 \|\mathbf{k}'_p \mathbf{e}_3\|_2^2 \quad (5-144)$$

式中 \mathbf{k}'_p 为 \mathbf{k}_p 的归一化矢量, p_i 为 \mathbf{e}_i 发生概率,定义为 $p_i = \lambda_i / (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)$ 。显然, $\|\mathbf{k}'_p \mathbf{e}_i\|_2^2$ 为 \mathbf{e}_i 和 \mathbf{k}_p 的散射相似性。这样,新散射相似性度量可表示为分布式目标所有散射机制与规范散射相似性的加权,权重为对应散射机制的发生概率。

若分布式目标由N个子散射体组成,根据Mueller矩阵与相干矩阵之间关系,可将

(3-73)式表示为

$$T = \sum_{i=1}^N T_i = \sum_{i=1}^N \mathbf{k}_{Pi} \mathbf{k}_{Pi}^H \quad (5-145)$$

若将(5-145)式代入(5-143)式,新散射相似性度量还具有另一种表现形式:

$$r(\mathbf{k}_p, T) = \sum_{i=1}^L \mathbf{k}'_{Pi} \mathbf{k}_{Pi} \mathbf{k}_{Pi}^H \mathbf{k}'_{Pi} / \text{tr}(\mathbf{k}'_{Pi} \cdot \mathbf{k}'_{Pi}^H) \cdot \sum_{i=1}^L \text{tr}(\mathbf{k}_{Pi} \cdot \mathbf{k}_{Pi}^H) \quad (5-146)$$

即新散射相似性度量还可表示为分布式目标所包含散射中心的散射与规范散射相似性之和。

显然,新散射相似性包含了分布式目标所有散射(或所有散射机制)与规范散射的相似性,因而能准确度量分布式目标与典型目标之间的散射相似性。不仅如此,根据(5-145)式和(5-146)式可知,若相干矩阵只有一个特征值不为零或目标只有一个散射中心时,新散射相似性度量定义形式可退化为(5-141)式形式。即相似性系数为新散射相似性度量的特殊情况。

尽管新散射相似性度量与相似性系数定义形式不同,但它同样具有如下性质:

(1)尺度无关性: $r(\mathbf{k}_p, b \cdot T) = r(\mathbf{k}_p, T)$, b 为非零复数;

(2)有限值域: $r(\mathbf{k}_p, T) \in [0, 1]$, 且当 $T = a \cdot \mathbf{k}_p \cdot \mathbf{k}_p^H$ 时,等于 1; 当 $T = a \cdot \mathbf{k}_{p\perp} \cdot \mathbf{k}_{p\perp}^H$ 时,等于 0 (其中 a 是非零复数, $\mathbf{k}_p^H \cdot \mathbf{k}_{p\perp} = 0$);

(3)若任意三个规范散射的 Pauli 基矢量满足关系: $\mathbf{k}_{Pi}^H \mathbf{k}_{Pj} = 0$ ($i \neq j$), 则它们与同一个目标的散射相似性恒等于 1。

若消除相干矩阵中目标取向角的影响因素,新参数还具有目标旋转不变性。即将目标 0 取向角的相干矩阵代入(5-143)式,新参数仅与目标散射有关,与其空间相对位置无关。有关目标取向角补偿或归零处理的具体研究,可参见文献[194]。

显然根据定义(5-143)式,很容易证明新散射相似性具有尺度无关性。为此,这里仅给出后面两个性质的简要证明过程。为了便于讨论,不失一般性,假设规范目标的 Pauli 基矢量已经过归一化处理,则(5-143)式可简写为

$$r(\mathbf{k}; T) = \mathbf{k}^H T \mathbf{k} / \text{tr}(T) \quad (5-147)$$

对于新散射相似性第二个性质,将(5-145)式代入(5-147)式有

$$r(\mathbf{k}, T) = \mathbf{k}^H T \mathbf{k} / \text{tr}(T) = \sum_{i=1}^L \|\mathbf{k}^H \mathbf{k}_i\|_2^2 / \sum_{i=1}^L (\mathbf{k}_i^H \mathbf{k}_i) \quad (5-148)$$

由于 $\|\mathbf{k}^H \mathbf{k}_i\|_2^2 / (\mathbf{k}_i^H \mathbf{k}_i)$ 实质等于三维空间上两个矢量夹角的余弦平方,故对所有 i 均有 $\|\mathbf{k}^H \mathbf{k}_i\|_2^2 / (\mathbf{k}_i^H \mathbf{k}_i) \leq 1$ 成立,也就是(5-148)式分子始终小于等于分母,同时考虑到(5-148)式分子、分母恒为正,(5-148)式取值始终介于 0 到 1 之间。且当 $T = a \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}^H$ 时,取到上边界;当 $T = a \cdot \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp}^H$ (且 $\mathbf{k}^H \cdot \mathbf{k}_{\perp} = 0$) 时,取到下边界。由此得证。

对于新散射相似性第三个性质,对于任意三个规范散射 $\mathbf{k}_{0i}, \mathbf{k}_{0z}, \mathbf{k}_{0n}$, 利用(5-148)式有

$$\begin{aligned} & r(\mathbf{k}_{0i}, T) + r(\mathbf{k}_{0z}, T) + r(\mathbf{k}_{0n}, T) \\ &= \sum_{i=1}^L (\|\mathbf{k}_{0i}^H \mathbf{k}_i\|_2^2 + \|\mathbf{k}_{0z}^H \mathbf{k}_i\|_2^2 + \|\mathbf{k}_{0n}^H \mathbf{k}_i\|_2^2) / \sum_{i=1}^L (\mathbf{k}_i^H \mathbf{k}_i) \end{aligned} \quad (5-149)$$

若三个规范散射 Pauli 基矢量满足 $k_{0i}^H k_{0j} = 0 (i \neq j)$, 即两两正交, 则 $k_{01}^H k_i$, $k_{02}^H k_i$ 和 $k_{03}^H k_i$ 分别为 k_i 在 k_{01} , k_{02} , k_{03} 上投影。于是, 对于所有 i 均有 $k_{0i}^H k_i = \|k_{0i}^H k_i\|_2^2 + \|k_{02}^H k_i\|_2^2 + \|k_{03}^H k_i\|_2^2$ 恒成立。可见, (5-149) 式分子始终等于分母, 从而第三个性质成立。

5.6.2.2 与典型目标的极化散射相似性

作为一种实际应用, 利用新参数定义可提取目标与金属球体等典型目标的散射相似性。表 5.1 列举了目标与金属球体、角反射器、螺旋器等典型目标的散射相似性。由该表可知:

(1) 金属球体、 0° 取向和 45° 取向反射器的 Pauli 基矢量相互正交, 它们对应的目标散射相似性之和恒等于 1, 金属球体、左螺旋器和右螺旋器也如此。这正好验证了上述新散射相似性和度量的性质(3)。

(2) 金属球体、 0° 取向和 45° 取向反射器对应的目标散射相似性还可表示为

$$\begin{cases} r_s = \frac{2A_0}{2(A_0 + B_0)} \\ r_d = \frac{B_0 + B}{2(A_0 + B_0)} \\ r_v = \frac{B_0 - B}{2(A_0 + B_0)} \end{cases} \quad (5-150)$$

式中, A_0 , B_0 和 B 为 Huynen 参数, $2(A_0 + B_0)$ 为目标散射回波的总功率, $2A_0$ 对应球面散射回波功率, $B_0 + B$ 对应偶次散射回波功率, $B_0 - B$ 对应体散射回波功率。即 r_s , r_d 和 r_v 可依次理解为球面散射、偶次散射和体散射对目标总散射的贡献。

表 5.1 目标与一些常见典型目标的散射相似性

目标	金属球体	0° 二面角	45° 二面角	水平偶极子	右螺旋器	左螺旋器
Pauli 矢量	$[\sqrt{2} \ 0 \ 0]^T$	$[0 \ \sqrt{2} \ 0]^T$	$[0 \ 0 \ \sqrt{2}]^T$	$[1/\sqrt{2} \ 1/\sqrt{2} \ 0]^T$	$[0 \ 1/\sqrt{2} \ -j/\sqrt{2}]^T$	$[0 \ 1/\sqrt{2} \ j/\sqrt{2}]^T$
散射相似性	$\frac{T_{11}}{T_{11} + T_{22} + T_{33}}$	$\frac{T_{22}}{T_{11} + T_{22} + T_{33}}$	$\frac{T_{33}}{T_{11} + T_{22} + T_{33}}$	$\frac{T_{11} + T_{22} + 2\text{Re}(T_{12})}{2(T_{11} + T_{22} + T_{33})}$	$\frac{T_{22} + T_{33} + 2\text{Im}(T_{23})}{2(T_{11} + T_{22} + T_{33})}$	$\frac{T_{22} + T_{33} - 2\text{Im}(T_{23})}{2(T_{11} + T_{22} + T_{33})}$

5.6.2.3 与现有散射相似性参数比较

为验证新参数度量目标散射相似性的有效性, 这里将它与现有散射相似性参数进行了比较。实验数据为旧金山地区 NASA/JPL AIRSAR L-波段极化图像。图像尺寸为 600×800 , 经过 4 视处理。为进一步抑制相干斑噪声, 采用改进 Lee 滤波对图像进行了滤波处理。图 5.19(a) 给出了该地区滤波后 Span 总功率图。该地区主要包含城区、海洋和植被三类地物。图 5.19(b) 给出了其对应的 Pauli 基 RGB 伪彩图, 其中蓝色表示 $|S_{HH} + S_{VV}|$, 代表球面散射; 红色表示 $|S_{HH} - S_{VV}|$, 代表二面角散射; 绿色表示 $|S_{HV}|$, 代表植被散射。可见, 城区主要表现为二面角散射, 海洋为表面散射, 植被为体散射。

考虑到旧金山地区地物实际散射情况, 这里选取球面散射、 0° 取向二面角散射和 45°

取向二面角散射作为参考规范散射。利用新的散射相似性定义分别计算该地区地物散射与这三类规范散射的相似性 r_s , r_d 和 r_v 。图 5.19(c) 给出了基于三个散射相似性的 RGB 伪彩图。其中蓝色对应 r_s , 红色对应 r_d , 绿色对应 r_v 。显然, 图中城区被标为红色, 海洋为蓝色, 植被为绿色。也就是说, 根据这三个散射相似性, 能将城区、海洋和植被三类地物完全区分。这说明采用散射相似性进行地物散射分类是可行的。

为便于比较, 这里也用现有散射相似性参数对地物进行散射分类。即首先提取该地区地物目标主散射, 然后分别计算目标主散射与这三种规范散射的相似性系数 r_m , r_{df} 和 r_m 。图 5.19(d) 给出了基于这三个相似性系数的 RGB 伪彩图。为便于与图 5.19(c) 进行比较, 图 5.19(d) 中蓝色对应 r_m , 红色对应 r_{df} , 绿色对应 r_m 。根据图 5.19(d) 中不同色彩,

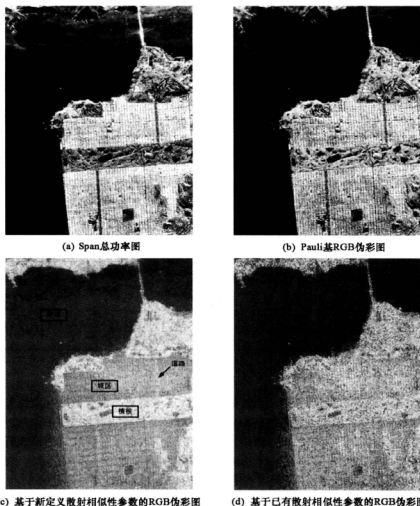


图 5.19 美国旧金山海湾地区 AIRSAR 图像

也能将城区、海洋、植被三类地物有效地区分开,但与图 5.19(c)相比,显然后者的区分效果更好。尤其值得一提的是,图 5.19(c)中能清楚地区分出道路目标。

分别选取四个主散射发生概率 p_1 各不相同的目标,表 5.2 列举了它们对应的散射相似性 C(现有的,表中简记为 SSC)和散射相似性 P(新定义的,表中简记为 SSP)。表中散射相似性 C 为目标主散射分别与表面散射、偶次散射和体散射的相似性。由该表可知,当目标主散射发生概率 p_1 较大时,目标主散射与规范散射的散射相似性 C 和目标与规范散射的散射相似性 P 差别不大;而当目标主散射发生概率 p_1 较小时,两者差别就较大(如表 5.2 第 4、5 行)。如:易将公园 2 误判为海洋区,因其对应的相似性系数为 0.8817,而该地物实质是以表面散射为主的植被区。其原因在于散射相似性 C 仅考虑了目标主散射,若目标主散射并不绝对占优,而它与规范散射相似性很高时,很容易造成误判。

表 5.2 不同目标相似性系数与散射相似性比较

目标	p_1	-	表面散射	二面角散射	体散射
海洋	0.9629	SSC	0.9510	0.0443	0.0047
		SSP	0.9168	0.0640	0.0192
城区	0.6643	SSC	0.3625	0.5639	0.0736
		SSP	0.4084	0.4937	0.0979
公园 1	0.5829	SSC	0.2308	0.5489	0.2204
		SSP	0.3522	0.4105	0.2372
公园 2	0.4833	SSC	0.8817	0.0792	0.0391
		SSP	0.4622	0.3041	0.2337

不仅如此,目标主散射提取也额外增加了获取散射相似性参数的运算量。在 Pentium (R) D CPU 2.80GHz 的个人电脑上,采用 Matlab7.1.0246(R14)为优化程序,分别基于散射相似性 C 和散射相似性 P 对该地区地物进行散射分类。两者花费的时间分别为 30.7190(s)和 0.0400(s)。由此可见,后者运算量远小于前者。

综上所述,无论是在参数的运算效率方面,还是目标散射相似性度量的准确性方面,新散射相似性度量参数均优于现有参数。

5.6.3 目标与球面散射的相似性

在自然界中,球面散射(或表面散射)是一类较为普遍的散射,几乎所有地物目标均包含球面散射,例如平坦裸地的地表散射、城区屋顶和墙体的表面散射、植被枝叶的表面散射,等等。为此,这一节将着重研究分布式目标散射与球面散射的相似性(简称为球面散射相似性)。即首先分析了球面散射相似性的旋转不变性及表征目标散射类型的功能。然后理论推导了球面散射相似性与平均 α 角(同样具有表征目标散射类型的功能)之间数学约束关系。最后为便于下文构建基于球面散射相似性与极化散射熵的散射分类,本

节推导了这两个参数之间的数学约束关系。

5.6.3.1 雷达视线旋转不变性

在雷达极化中,旋转不变性是参数定义的重要特性之一。这一节将讨论上述目标散射相似性参数是否具有该特性。为便于下文讨论,首先式(5-70)将目标相干矩阵表示为

$$T = U\Sigma U^H \quad (5-151)$$

式中, $\Sigma = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$, $U = [e_1 \ e_2 \ e_3]$;其次,将相干矩阵特征矢量表示为^[97]

$$e_i = e^{j\phi_i} [\cos\alpha_i \ \sin\alpha_i \cos\beta_i e^{j\delta_i} \ \sin\alpha_i \sin\beta_i e^{j\gamma_i}]^T \quad (5-152)$$

其中, α_i 为目标散射类型, β_i 为其方位角, δ_i 和 γ_i 为其相位角, ϕ_i 为其绝对相位。

从数学角度,目标绕雷达视线旋转是对其相干矩阵进行酉相似变换^[100],即

$$T(\theta) = R(\theta)U\Sigma U^H R^H(\theta) = U'\Sigma U'^H \quad (5-153)$$

式中, θ 为目标取向角,旋转矩阵 $R(\theta)$ 为酉矩阵, $U' = R(\theta)U$, $K(\theta)$ 具体参数化形式见式(3-158)。

$$U' = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 e^{j\phi_1'} & \cos\alpha_2 e^{j\phi_2'} & \cos\alpha_3 e^{j\phi_3'} \\ \sin\alpha_1 \cos\beta_1' e^{j(\delta_1' + \phi_1')} & \sin\alpha_2 \cos\beta_2' e^{j(\delta_2' + \phi_2')} & \sin\alpha_3 \cos\beta_3' e^{j(\delta_3' + \phi_3')} \\ \sin\alpha_1 \sin\beta_1' e^{j(\gamma_1' + \phi_1')} & \sin\alpha_2 \sin\beta_2' e^{j(\gamma_2' + \phi_2')} & \sin\alpha_3 \sin\beta_3' e^{j(\gamma_3' + \phi_3')} \end{bmatrix} \quad (5-154)$$

结合式(5-151)~(5-154)可知,目标绕雷达视线旋转将引起 $\beta_i, \delta_i, \gamma_i, \phi_i$ 参数变化,而 α_i, λ_i 保持不变,或它们为旋转不变特征量。进一步,由 λ_i 定义的 p_i 同样具有旋转不变性。

若将式(5-151)和(5-154)代入目标散射相似性参数定义,则目标分别与上述规范目标的散射相似性参数可表示为这些参数的函数式,即

$$\begin{cases} r_s = \sum_{i=1}^3 p_i \cos^2 \alpha_i, r_{ds} = \sum_{i=1}^3 p_i |\cos\alpha_i e^{j\phi_i'} + \sin\alpha_i \cos\beta_i' e^{j(\delta_i' + \phi_i')}|^2 \\ r_d = \sum_{i=1}^3 p_i \sin^2 \alpha_i \cos^2 \beta_i', r_{dh} = \sum_{i=1}^3 p_i |\sin\alpha_i \cos\beta_i' e^{j(\delta_i' + \phi_i')} + j\sin\alpha_i \sin\beta_i' e^{j(\gamma_i' + \phi_i')}|^2 \\ r_v = \sum_{i=1}^3 p_i \sin^2 \alpha_i \sin^2 \beta_i', r_{bh} = \sum_{i=1}^3 p_i |\sin\alpha_i \cos\beta_i' e^{j(\delta_i' + \phi_i')} - j\sin\alpha_i \sin\beta_i' e^{j(\gamma_i' + \phi_i')}|^2 \end{cases} \quad (5-155)$$

显然,除了球面散射相似性参数仅为不变特征量的函数之外,其他散射相似性参数均为可变特征量的函数。也就是说,不需进行目标取向角补偿,球面散射相似性参数就具有旋转不变性。这是与实际情况相符的:目标绕雷达视线旋转实质可等价于规范目标绕雷达视线旋转,而随着目标取向角的变化,除金属球体之外,其他规范目标的 Pauli 基矢量都将发生改变,从而造成散射相似性参数的变化。

5.6.3.2 球面散射相似性对目标散射的表征

根据前文研究可知,球面散射相似性参数不仅具有旋转不变性,还具有双重物理含

义,其一是目标散射与球面散射的相似性程度的统计平均度量,若相似度等于1,说明目标散射即为球面散射,其二是球面散射对整个后向散射的贡献率度量。除此之外,球面散射相似性参数取值还与实际的目标物理散射机制相一致。这里将以各向异性随机粒子云团为例简要说明该问题。假设粒子云团中的粒子个体极化散射矩阵为^[80]

$$S = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \quad (5-156)$$

式中, a 和 b 均为粒子在本征极化基下的复散射系数。利用相干矩阵酉相似变换公式, θ 取向角的粒子个体其相干矩阵可表示为

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} \epsilon & \mu \cos 2\theta & \mu \sin 2\theta \\ \mu^* \cos 2\theta & v \cos^2 2\theta & v \cos 2\theta \sin 2\theta \\ \mu^* \sin 2\theta & v \cos 2\theta \sin 2\theta & v \sin^2 2\theta \end{bmatrix} \quad (5-157)$$

式中, $\epsilon = |a + b|^2/2$, $v = |a - b|^2/2$ 和 $\mu = (a + b)(a - b)^*/2$ 。进一步,假设这些粒子的取向角在 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布。这样,对(5-157)式积分,各向异性随机粒子云团的平均相干矩阵为

$$\langle T \rangle = \int_0^{2\pi} [T(\theta)] p(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & v \end{bmatrix} \quad (5-158)$$

显然,在上述假设条件下,各向异性随机粒子云团的相干矩阵为对角矩阵。结合表 5.1 和式(5-158),各向异性随机粒子云团与球面散射的相似性参数可表示为

$$r_s = \epsilon / (\epsilon + v) \quad (5-159)$$

根据 a 和 b 的相互关系,球面散射相似性参数具有以下三种特殊情形,分别对应不同的随机粒子云团:

(1) 若 $a = b$, 由此 $v = 0$, $r_s = 1$, 说明粒子云团散射与球面散射完全相似。此时粒子云团实际上是由大量随机分布的金属球体构成,其散射为单个金属球体的单次散射或表面散射叠加而成。

(2) 若 $a = -b$, 则 $\epsilon = 0$, $r_s = 0$ 。说明粒子云散射与球面散射完全不相似。此时粒子云团是由许多取向角随机的二面角反射器构成,其散射为偶次散射叠加而成。

(3) 若 $a \gg b$ (即 a 的幅度远大于 b 的), 其极限情形为 $b = 0$ 。则 $\epsilon = v$, $r_s = 1/2$ 。说明粒子云散射与球面散射并不完全相似。此时粒子云团是由许多取向随机的偶极子构成,其散射为偶极子散射叠加而成。

同时,根据球面散射相似性参数的第二个物理含义,若 $r_s > 1/2$, 说明粒子云团中大部分的粒子个体均与球面散射完全相似,或粒子云团以球面散射为主导;若 $r_s < 1/2$, 说明粒子云团中大部分粒子个体散射并不与球面散射相似,或与球面散射完全相似的个体占少数。

综上所述,球面散射相似性参数的取值与实际目标的物理散射机制之间存在直接联系,因而直接利用它即可实现目标散射类型鉴别。

5.6.3.3 与平均 α 角之间的数学约束关系

上一节研究表明,球面散射相似性参数具有表征目标散射类型的功能。在雷达极化中,平均 α 角也具有这种功能。为此,这一节将分析两者之间的数学联系。

为便于分析,将(5-152)代入(5-144),球面散射相似性参数的另一种表达式为

$$r_s = p_1 \cos^2 \alpha_1 + p_2 \cos^2 \alpha_2 + p_3 \cos^2 \alpha_3 \quad (5-160)$$

显然它与 Cloude 分解中的平均 α 角:

$$\bar{\alpha} = p_1 \alpha_1 + p_2 \alpha_2 + p_3 \alpha_3 \quad (5-161)$$

具有许多相似之处:

- (1)两者均均为 p_i, α_i 的函数,说明它们包含了相同的目标信息;
- (2)尽管两者取值范围不同,但均为有限值域;
- (3)具有旋转不变性。

同时,考虑到 $p_1 + p_2 + p_3 = 1$,球面散射相似性和平均 α 角之间还存在以下三种约束关系:

(1)目标包含多种散射机制,且其中有一种为单次散射情况,那么其他特征矢量散射角必为 $\pi/2$,此时两者之间存在线性关系, $r_{s1} = 1 - 2\bar{\alpha}/\pi$ 。

(2)目标只包含一种散射机制, $r_{s2} = \cos^2 \bar{\alpha}$ 。

(3)目标只包含两种散射机制,且它们的散射矢量都不与单次散射矢量正交,两者存在关系:

$$r_{s3} = \frac{2\cos^2(\arcsin(2/\pi)/2)}{\arcsin(2/\pi) - \pi} \left(\bar{\alpha} - \frac{\pi}{2} \right), \arcsin(2/\pi)/2 \leq \bar{\alpha} \leq \frac{\pi}{2} \quad (5-162)$$

图 5.20 以实线、虚线和点划线分别绘出了上述三条曲线。这些曲线构成的封闭区域包含了所有平均 α 角和球面散射相似性的可能取值组合。由这些曲线可知:

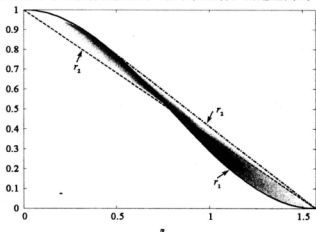


图 5.20 球面散射相似性与平均 α 角约束关系

(1) 球面散射相似性与平均 α 角之间不存在一一对应的映射关系;

(2) 任意 $r_s < 0.5$ 的取值, 其对应的平均 α 角均大于 $\pi/4$, 而任意 $r_s > 0.5$ 的取值, 其对应的平均 α 角却有可能小于 $\pi/4$ 或大于 $\pi/4$;

(3) 任意平均 α 角小于 $\pi/4$ 的取值, 其对应的 r_s 值均大于 0.5, 而任意平均 α 角大于 $\pi/4$ 的取值, 其对应的 r_s 值却有可能大于 0.5 或小于 0.5。

以上分析可知, 若 $r_s \in (0, 0.5)$, 则可判定目标以二面角散射为主。

图 5.20 中的灰色点对应旧金山地区 NASA AIRSAR 数据。图中所有灰色点均分布在条状封闭区域内, 极少灰色点分布在区域边界上, 验证了上述三条边界曲线的正确性。同时, 三条曲线构成的封闭区域呈条状, 说明两者可近似为一种线性关系。例如, 当平均 α 角为零, 球面散射相似性参数为 1; 当平均 α 角为 $\pi/2$, 球面散射相似性参数为 0。

可见, 鉴于球面散射相似性计算简洁, 在提取目标平均散射机制时, 可采用它来替代平均 α 角。

5.6.3.4 与极化散射熵之间的数学约束关系

式(5-160)表明, 球面散射相似性与 Cloude 分解中的极化散射熵^[89]:

$$H = - \sum_{i=1}^3 p_i \log_3 p_i \quad (5-163)$$

之间同样存在约束关系。例如, 当 $H = 0$ 时, 球面散射相似性可取到 0 到 1 之间的任何值; 当 $H = 1$ 时, 球面散射相似性等于 $1/3$ 。也就是说, 随着极化散射熵的逐渐增大, 球面散射相似性的可能取值逐渐减少, 且该可能取值的区间由主散射机制和最次散射机制的发生概率确定。因利用相干矩阵特征矢量之间的相互正交特性和目标散射相似性性质 3, a_1, a_2 和 a_3 三者满足 $\cos^2 a_1 + \cos^2 a_2 + \cos^2 a_3 = 1$ 。若令 $p_1 \geq p_2 \geq p_3$, 由式(5-160)有

$$p_1 - r_s = p_1 - \sum_{i=1}^3 p_i \cos^2 a_i = (p_1 - p_2) \cos^2 a_2 + (p_1 - p_3) \cos^2 a_3 \geq 0 \quad (5-164)$$

$$r_s - p_3 = \sum_{i=1}^3 p_i \cos^2 a_i - p_3 = (p_1 - p_3) \cos^2 a_1 + (p_2 - p_3) \cos^2 a_2 \geq 0 \quad (5-165)$$

也就是说, 球面散射相似性取值始终介于 p_3 和 p_1 之间。

接下来, 进一步根据 $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ 约束关系, p_3, p_1 分别与极化散射熵之间的约束关系为

$$H_1 \leq -p_1 \log_3 p_1 - (1-p_1) \log_3 ((1-p_1)/2), 0.3333 \leq p_1 \leq 1 \quad (5-166)$$

$$H_2 \geq \begin{cases} -p_2 \log_3 p_2 - (1-p_2) \log_3 (1-p_2), & 0 \leq p_2 \leq 0.5 \text{ and } p_3 = 0 \\ -p_3 \log_3 p_3 - (1-p_3) \log_3 ((1-p_3)/2), & 0 \leq p_3 \leq 0.3333 \end{cases} \quad (5-167)$$

图 5.21 绘出了 H_1 和 H_2 两条曲线。所有极化散射熵和球面散射相似性的可能取值组合均介于这两条曲线之间的区域内。显然, 这两条曲线在 $H-r_s$ 平面确定的有效区域和著名 $H-\alpha$ 平面的有效区域相似, 均随着极化散射熵的增大, 有效取值的范围逐渐缩小。图 5.21 中的灰色点对应旧金山地区 NASA AIRSAR 数据。图中所有灰色点均分布在两条曲线之间的区域。

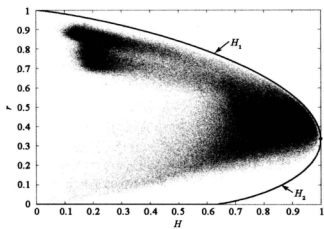


图 5.21 球面散射相似性与极化散射熵之间的约束关系

第6章 POLSAR 图像杂波统计建模

SAR 图像杂波统计建模旨在通过构建杂波数据的统计分布模型来揭示 SAR 图像杂波统计特性,是进行 SAR 图像解译的基础性研究之一,对于 SAR 图像相干斑抑制、图像分割、目标检测、识别等具有重要的指导意义和研究价值。

SAR 图像杂波统计建模研究最早可追溯到 20 世纪 70 年代。1976 年,Arseault 提出了 SAR 图像相干斑模型,开创了 SAR 图像杂波统计建模研究的先河。1981 年,Ward 提出的 SAR 图像乘性噪声模型不仅将相干斑模型作为一种特例,而且简化了 SAR 统计模型的分析,对后续 SAR 图像杂波统计建模技术的发展具有里程碑意义。进入 90 年代后,随着多频段、多极化、多角度星载或机载 SAR 系统相继问世,SAR 图像杂波统计建模再次受到人们高度重视;许多著名的研究机构,如美国林肯实验室、空军实验室、英国剑桥大学等都投入大量的人力、物力从事该方面的研究。从 1986 年至 2004 年,在一些重要的国际期刊如 IEEE - AES、IEEE - GRA、IEEE - IP 等及一些知名的国际会议如 SPIE、IGRASS 等上发表的关于 SAR 图像杂波统计建模的文章不少于 100 篇。其中最令人瞩目的成果包括英国学者 Oliver 于 1998 出版的《Understanding Synthetic Aperture Radar Images》一书和 1997 年阿根廷学者 Frery 在 IEEE - GRS 上发表的 SAR 图像极不均匀区域的统计建模方法。

据现有文献资料,SAR 图像杂波统计建模按其建模过程可分为两类:参量模型和非参量模型。参量模型的建模过程是首先给出图像区域可能服从的几种概率分布,其中概率分布的参数待定,然后通过实际的图像数据对概率分布模型的参数进行估计,最后按照一定的准则选择最优的概率分布作为图像数据的统计模型。非参量模型的建模过程是基于 SAR 图像数据驱动方式获取最优的概率分布模型。由于非参量模型的建模过程涉及复杂的逼近操作并可能需要大样本数据的支持,计算耗时,不能满足实际应用的需求,因此,近二十年来,参量模型得到了广泛而深入的研究。图 6.1 给出了参量模型建模的一般过程。参量模型的研究内容包括:

- (1) 已知的多种统计分布模型分析;
- (2) 各种统计模型的参数估计方法;
- (3) 统计分布对实图像数据拟合精度的评价准则。

根据待建模数据源,SAR 图像杂波统计建模又可分为单通道情形和多通道情形,其中前者数据源为单通道 SAR 图像,后者数据源如 POLSAR 图像等。有关单通道 SAR 图像杂波统计建模问题,在《Understanding Synthetic Aperture Radar Images》一书中,已用了两章的篇幅详细讨论,故不是本书研究重点,这里主要讨论 POLSAR 图像的杂波统计特性。

与单通道 SAR 图像一样,相干斑噪声是 POLSAR 图像杂波统计建模不可回避的问题。

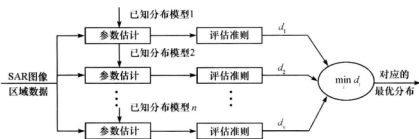


图 6.1 参量模型建模的一般过程

由于 SAR 属于相干成像机制, POLSAR 图像中不可避免地存在相干斑噪声, 表现为图像灰度值随空间变化。相干斑在 SAR 图像中呈现为一种颗粒状噪声, 不仅严重降低了图像的视觉效果, 增加了图像解译的难度, 而且也直接影响着 POLSAR 图像杂波统计特性。由于单通道 SAR 图像相干斑具有乘性噪声特点, 乘积模型成为单通道 SAR 图像 (尤其是强度或幅度数据) 杂波统计建模的基础, 现有大多数单通道 SAR 图像杂波统计分布都是利用乘积模型导出。在 POLSAR 图像中, 尽管多个通道相关数据不仅包含了乘性噪声, 而且还包含加性噪声, 但乘积模型仍是其杂波统计建模的基础, 著名 \mathcal{S}_0 分布、 \mathcal{S}_ρ 分布都是利用乘积模型导出。为此, 本章将在详细分析相干斑成因及统计特性的基础上, 利用乘积模型导出 POLSAR 图像统计分布, 并结合实测 POLSAR 图像进行验证。

本章结构安排为: 6.1 节分析了 SAR 图像相干斑形成机理及其影响; 6.2 节首先给出 POLSAR 相干斑统计特性, 进而分别导出了强度/幅度、相位差、幅度积、幅度比/强度比等数据的杂波统计特性; 6.3 节在乘积模型框架下推导了 POLSAR 图像杂波统计分布——G 分布族^[20]; 6.4 节介绍了各种统计分布的参数估计和拟合优度评估准则; 最后一节利用大量不同平台、不同区域的实测 POLSAR 图像对 6.3 节统计分布模型进行了验证和比较。

6.1 相干斑形成机理及其影响

相干斑 (speckle, 又常译为散斑或斑纹) 是相干成像 (如 SAR 等) 所共有的一种现象。早在牛顿时代, 一些科学家就已经观察到了相干斑现象, 但对其进行大量系统深入地研究还是在 20 世纪 60 年代激光器问世之后。

从物理上讲, 相干斑是雷达分辨率单元内大量散射元的散射回波相干叠加的结果。相对于微波波长来说, 自然界中大多数实际地物都是比较粗糙的, 也就是说, 在雷达分辨率单元内包含有大量不规则分布的细小独立散射元, 如图 6.2(a) 所示。当雷达发射电磁波照射到这些散射元时, 每个散射元都会产生具有一定幅度和相位的散射回波。因此, 在某一时刻雷达接收到的信号是雷达波束覆盖区域内大量散射元散射回波的矢量叠加, 即

$$Ae^{j\theta} = \sum_{k=1}^M A_k e^{j\theta_k} = \sum_{k=1}^M (x_k + jy_k) = x + jy \quad (6-1)$$

式中, A 为雷达接收信号幅度, ϕ 为其相位, x 和 y 分别为其实部和虚部, A_k 为第 k 个散射元散射回波的幅度, ϕ_k 为其相位, x_k 和 y_k 分别为其实部和虚部, M 为雷达分辨单元内独立散射元的个数。由于雷达分辨单元内散射元在空间分布上的随机性, 造成它们与雷达之间的距离各不相同, 从而为每个散射元散射回波引入不同的相位 ϕ_k 。这样, 尽管这些散射元散射回波在频率上是相同的, 但由于它们相位的差异, 使得式(6-1)矢量叠加后的雷达接收信号时强时弱, 在 SAR 图像中表现为一种对比度鲜明的颗粒状现象, 称为相干斑现象。

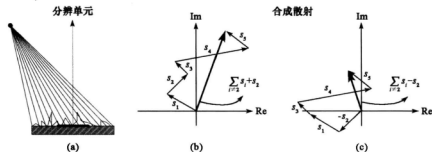


图 6.2 SAR 图像相干斑形成机理

在复平面上, 相干斑实质是大量长短不一, 方向不同的矢量之和, 这种长度和方向都随机的矢量合成这里称为“随机游走”, 如图 6.2(b)所示。利用 Hilbert 变换, 可将信号表示为复平面上具有一定长度(对应信号幅度)和方向(对应信号相位)的矢量。由于散射元散射回波瞬时相位的随机性, 造成参与求和的矢量在长度或方向上是各不相同, 从而使得合成矢量长度(或接收信号幅度)可长可短, 这取决于参与求和的散射元散射回波的相对相位, 及占主导地位的是相长叠加还是相消叠加。例如, 将图 6.2(b)中矢量 s 的方向发生了反转, 其他矢量保持不变, 其合成矢量如图 6.2(c)。由图 6.2(b)和图 6.2(c)可知, 两次合成的矢量差别较大。

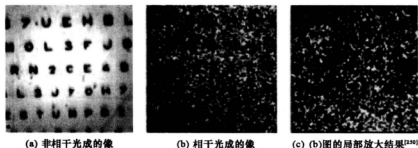


图 6.3 粗糙物体表面的光学图像

直观上讲,相干斑现象造成均匀区域内像素灰度值围绕某一均值随机地起伏变化,破坏了图像边缘、纹理等细节信息,从而造成目标信息的提取和判读困难(如图 6.3 所示)。因此,从图像处理的角度,通常将它当作一种类噪声,并欲除之而后快。不过需明白,严格意义上讲,相干斑不是一种噪声,而是一种真实的电磁测量,且也并非完全不可利用,在 SAR 干涉测量中就被充分利用。在光学领域,相干斑的利用更广泛而成熟,例如物体位移、振动、形变、断裂及表面粗糙度的测量等等。

6.2 POLSAR 图像相干斑统计特性

尽管(6-1)式给出了雷达接收信号形式,但实际中每个独立散射元回波信号的幅度 A_k 和相位 ϕ_k 是无法测量到的,因为它们比起 SAR 分辨单元来说实在是太小,且在每个分辨单元中都有许许多多这样的独立单元。为此,本节将利用统计分析的方法来研究相干斑特性。

6.2.1 POLSAR 图像相干斑统计特性

在 SAR 场景具有恒定 RCS 的理想情况下,若假设:(1)雷达分辨单元内含有的散射元个数足够多;(2)各个散射元之间统计独立,且服从同一分布;(3)每个散射元的幅度和相位都是统计独立的随机变量;(4)散射元的相位在 $[-\pi, \pi]$ 区间均匀分布;(5)分辨单元内没有一个或多个散射元占主导;(6)分辨单元的尺寸相对于散射元的尺寸足够大,那么根据中心极限定理,(6-1)式雷达接收信号的实部 x 和虚部 y 均为独立同分布的高斯随机变量,且其均值为零,方差为 $\sigma^2/2$,或其幅度 A 和相位 ϕ 分别是统计独立的瑞利分布和均匀分布随机变量,而上述六条假设条件称为相干斑模型假设。

对于 POLSAR 图像来说,根据第 3 章内容可知,其测量数据一般为 2×2 目标复极化散射矩阵。在互易条件下,复极化散射矩阵可矢量化为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + jy_1 \\ x_2 + jy_2 \\ x_3 + jy_3 \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

式中, S_1 , S_2 和 S_3 可分别表示 S_{HH} , $\sqrt{2}S_{HV}$, S_{VV} 或 $S_{HH} + S_{VV}$, $S_{HH} - S_{VV}$, $2S_{HV}$ 。在非互易或双静态情况, \mathbf{X} 的维数为 4,因 $S_{HV} \neq S_{VH}$ 。对于矢量 \mathbf{X} 中每个元素 S_i 来说,在相干斑模型假设下,其统计特性与单通道 SAR 图像的统计特性没有本质差别。

进一步,若假设 \mathbf{X} 中任意两个元素相互独立,且它们之间的实部和虚部满足以下条件: $E(x_i) = E(y_i) = 0$, $E(x_i y_i) = 0$, $E(x_i x_k) = E(y_i y_k)$ 和 $E(x_i y_k) = -E(y_i x_k)$, 则 \mathbf{X} 服从零均值多元复高斯分布

$$p(\mathbf{X}) = \frac{1}{\pi^3 |\mathbf{C}|} \exp(-\mathbf{X}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X}) \quad (6-3)$$

式中, $C = E(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)$ 为 \mathbf{X} 的协方差矩阵, $E(\cdot)$ 表示取数学期望, $|\cdot|$ 为矩阵行列式运算。

为了抑制相干斑或数据压缩,常需对 POLSAR 图像进行多视处理。一般基于协方差矩阵进行多视平均,当然也可基于其他高阶统计量(如相干矩阵、Mueller 矩阵或 Kennaugh 矩阵),但却不能基于复极化散射矩阵,因为若基于复极化散射矩阵进行多视平均处理,矩阵各元素实质类似于(6-1)式的处理,从而达不到相干斑抑制的目的。

L 视协方差矩阵为

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{X}(k) \mathbf{X}(k)^H \quad (6-4)$$

其中, $\mathbf{X}(k)$ 为第 k 个单视采样数据。令 $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{Z}$, 则矩阵 \mathbf{A} 服从复 Wishart 分布:

$$p(\mathbf{A}) = \frac{|\mathbf{A}|^{L-q} \exp(-\text{tr}(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{A}))}{K(L, q) |\mathbf{C}|^L} \quad (6-5)$$

其中, $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵迹运算, $K(L, q) = \pi^{q(L-q+1)/2} \Gamma(L) \cdots \Gamma(L-q+1)$, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, q 为 \mathbf{X} 的维数。对单静态互易情形下, $q=3$; 对双静态非互易情形, $q=4$ 。因为 \mathbf{A} 为 Hermitian 矩阵, 其独立变量共有 q^2 , 包括对角线元素和非对角元素实部、虚部。

结合 $\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{Z}$, 由(6-5)式很容易导出 L 视协方差矩阵的概率密度函数(PDF), 即

$$p(\mathbf{Z}) = \frac{L^q |\mathbf{Z}|^{L-q} \exp(-L \cdot \text{tr}(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}))}{K(L, q) |\mathbf{C}|^L} \quad (6-6)$$

综上所述, (6-3)式、(6-5)式和(6-6)式是 POLSAR 图像最基本的相干斑统计特性, 利用它们不仅可以导出单通道 SAR 图像的相干斑统计特性, 还可以导出强度/幅度、相位差、幅度比/强度比等特征量的相干斑统计特性, 这些概率密度函数对于指导地物分类、图像分割、目标检测等应用都具有重要作用。

6.2.2 强度/幅度相干斑统计特性

对于单通道 SAR 图像, 在相干斑模型假设下, 其相位在 $[-\pi, \pi]$ 区间上服从单位均匀分布, 可认为其不包含或少量包含目标信息, 因而在实际应用中往往被忽略, 而更多的关注图像强度数据或幅度数据。在许多文献或专著中, 强度数据或幅度数据统计模型都是基于相干斑模型假设导出, 这里将由协方差矩阵的概率密度函数导出。

强度数据统计分布实际可看成是(6-6)式的特殊情况。若令(6-6)式中若令 $q=1$, 则多视强度数据的概率密度函数为

$$p(Z_{11}) = \frac{L^L Z_{11}^{L-1} \exp(-LZ_{11}/C_{11})}{\Gamma(L) C_{11}^L} \quad (6-7)$$

其中, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, $C_{11} = E(Z_{11})$ 。这与现有文献中的强度数据 I 的 L 阶 Gamma 分布形式上是一致的, 因为若令 $I = Z_{11}$, $\sigma^2 = C_{11}$, 上式可进一步写为

$$p(I) = \frac{L^L I^{L-1} \exp\left(-\frac{LI}{\sigma^2}\right)}{\Gamma(L) \sigma^{2L}}, \quad I \geq 0 \quad (6-8)$$

利用(6-8)式很容易导出该分布的均值为 σ^2 , 方差为 σ^4/L , 相对标准差 $1/\sqrt{L}$ 。

进一步, 若令(6-8)式中 $L=1$, 则单视强度数据概率密度函数为

$$p(I) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{\sigma^2}\right), I \geq 0 \quad (6-9)$$

即为负指数分布。其中均值为 σ^2 , 方差为 σ^4 。I 的相对标准差恒等于 1。

利用强度与幅度的关系, 幅度数据的概率密度函数可直接根据强度数据分布导出。若(6-4)式中 X 的维数为 1, 则基于强度数据的多视平均处理公式:

$$I = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |S(i)|^2 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (x^2(i) + y^2(i)) \quad (6-10)$$

其中, $x(i)$ 和 $y(i)$ 分别为第 i 视的实部和虚部。因 $x(i)$ 和 $y(i)$ 服从独立高斯分布, 根据概率论可知, I 为自由度为 $2L$ 的 χ^2 分布, 则 L 视幅度数据概率函数为方根 Gamma 分布, 即

$$p(A) = \frac{2L^L A^{2L-1}}{\Gamma(L) \sigma^{2L}} \exp\left(-L\left(\frac{A}{\sigma}\right)^2\right), A \geq 0 \quad (6-11)$$

利用(6-11)式 L 视幅度数据均值和方差分别为

$$\begin{aligned} E(A) &= \frac{\Gamma(L+1/2)}{\Gamma(L)} \frac{\sigma}{\sqrt{L}} \\ \text{Var}(A) &= \left(L - \frac{\Gamma^2(L+1/2)}{\Gamma^2(L)}\right) \frac{\sigma^2}{L} \end{aligned} \quad (6-12)$$

进而相对标准差 $\text{Var}(A)/E^2(A)$ 为 $\sqrt{\Gamma^2(L)/\Gamma^2(L+1/2) - 1}$ 。

令(6-11)式中 $L=1$, 则单视幅度数据 A 的概率密度函数为

$$p(A) = \frac{2A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{\sigma^2}\right), A \geq 0 \quad (6-13)$$

即为 Rayleigh 分布, 其均值和方差分别为 $\sigma\sqrt{\pi}/2$ 和 $(4-\pi)\sigma^2/4$ 。进而可得出其相对标准差恒等于 0.5227。

为了验证上述统计分布, 这里考察了某一实测 POLSAR 图像直方图。数据采用 RADARSAT-2 于 2008 年对旧金山地区全极化成像数据。图 6.4(a) 给出了该数据单视强度 SAR 图像。图中白色方框部分对应的直方图为图 6.4(b), 这与(6-9)式负指数分布是一致的。图 6.4(c) 为该数据单视幅度 SAR 图像, 图 6.4(d) 对应图 6.4(c) 图中白色方框部分的直方图, 与式(6-13)的 Rayleigh 分布也是一致的。图 6.4(e) 为经过 4 视处理后的幅度图像, 图 6.4(f) 为图 6.4(e) 图中白色方框部分的直方图, 同样与式(6-11)的方根 Gamma 分布相吻合。

图 6.5 给出了 SAR 图像中某一均匀区域强度数据关于局部均值和标准差的散布图。相干斑乘性特性是由经过原点的对散布点拟合的直线来说明。单视和 4 视强度数据的直线斜率分别为 0.94 和 0.52, 这与理论值 1 和 0.50 非常吻合。其幅度数据散布特性同样如此, 这里就不再给出。可见, 无论是单视或多视情况, 还是幅度或强度数据, 其相对标准差都是一个恒定常数, 说明在强度数据或幅度数据中相干斑具有乘性噪声特性。不仅如此, 强度数据的相对标准差总大于幅度数据的相对标准差, 说明强度数据中的相干斑强度始终大于幅度数据中的相干斑强度。

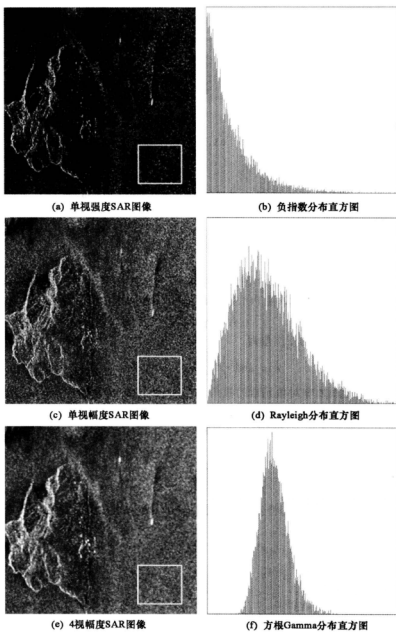
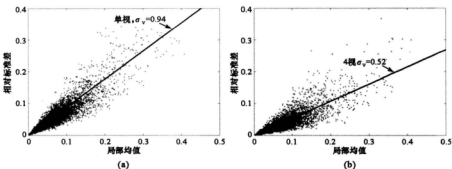


图 6.4 SAR 图像相干斑的统计分布

图 6.5 RADARSAT-2 单视和 4 视强度数据相干斑噪声特性^[4]

6.2.3 相位差相干斑统计特性^[180]

下面我们来分析多视 POLSAR 图像不同通道数据间的相位差的相干斑统计特性。这里的相位差也是干涉相位。单视 POLSAR 图像通道间的相位差定义为

$$\phi = \arg(S_i S_j^*) \quad (6-14)$$

由此,多视 POLSAR 图像的相位差为

$$\phi = \arg\left(\frac{1}{L} \sum_{k=1}^L S_i(k) S_j^*(k)\right) \quad (6-15)$$

其中 ϕ 为协方差矩阵 \mathbf{Z} 非对角元素的幅角。需注意,若直接利用单视 POLSAR 图像的相位差进行多视平均,由于 2π 相位缠绕,将造成大量错误。

鉴于复相关系数或相干是影响相位差概率密度函数的重要参数,这里重新给出复相关系数定义

$$\rho_c = \frac{E(S_i S_j^*)}{\sqrt{E(|S_i|^2) E(|S_j|^2)}} = |\rho_c| e^{j\theta} \quad (6-16)$$

根据式(6-15)可知,我们要分析的数据是涉及复极化散射矩阵中的两个元素。令 $q=2$,多视协方差矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & \alpha e^{j\phi} \\ \alpha e^{-j\phi} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (6-17)$$

$$\mathbf{C} = E(\mathbf{X}\mathbf{X}^H) = \begin{bmatrix} C_{11} & \sqrt{C_{11}C_{22}} |\rho_c| e^{j\theta} \\ \sqrt{C_{11}C_{22}} |\rho_c| e^{-j\theta} & C_{22} \end{bmatrix}$$

其中 α 和 ϕ 分别为矩阵元素 A_{12} 的模和幅角, ϕ 为多视 POLSAR 图像相位差, $C_{11} = E(|S_1|^2)$ 。为了简化表述,对 A_{11} , A_{22} 和 α 分别归一化为

$$B_1 = \frac{A_{11}}{C_{11}}, B_2 = \frac{A_{22}}{C_{22}}, \eta = \frac{\alpha}{\sqrt{C_{11}C_{22}}} \quad (6-18)$$

进行变量替换,即从 (A_{11}, A_{22}, A_{12}) 到 (B_1, B_2, η, ϕ) , 式(6-5)变为

$$p(B_1, B_2, \eta, \phi) = \frac{(B_1 B_2 - \eta^2)^{L-2}}{\pi(1 - |\rho_c|^2)^L \Gamma(L) \Gamma(L-1)} \exp\left(-\frac{B_1 + B_2 - 2\eta |\rho_c| \cos(\phi - \theta)}{1 - |\rho_c|^2}\right) \quad (6-19)$$

该式不是 C_{11} , C_{22} 函数而是 ρ_c 的函数。通过对(6-19)式中 B_1, B_2, η 进行积分可得到多视相位差 ϕ 的概率密度函数:

$$p(\phi) = \frac{\Gamma(L+1/2)(1-|\rho_c|^2)^L \beta}{2\sqrt{\pi} \Gamma(L)(1-\beta^2)^{L+1/2}} + \frac{(1-|\rho_c|^2)^L}{2\pi} F(L, 1; 1/2; \beta^2) \quad (6-20)$$

其中 $\beta = |\rho_c| \cos(\phi - \theta)$, $F(L, 1; 1/2; \beta^2)$ 为高斯超几何函数。当 L 较小时, 超几何函数可用三角函数和初等代数等效。例如, 当 $L=1$ 时, 有

$$F(1, 1; 1/2; z) = (1-z)^{-1} \left[1 + \frac{\sqrt{z} \arcsin \sqrt{z}}{\sqrt{1-z}} \right] \quad (6-21)$$

将其代入式(6-20)中, 可得单视情况下相位差的概率密度函数:

$$p^{(1)}(\phi) = \frac{(1-|\rho_c|^2) [(1-\beta^2)^{1/2} + \beta(\pi - \arccos(\beta))]}{2\pi(1-\beta^2)^{3/2}} \quad (6-22)$$

类似地, 还可进一步求出 2 视、3 视和 4 视情况下相位差的概率密度函数:

$$p^{(2)}(\phi) = \frac{3(1-|\rho_c|^2)^2 \beta}{8(1-\beta^2)^{5/2}} + \frac{(1-|\rho_c|^2)^2}{4\pi(1-\beta^2)^2} \left[2 + \beta^2 + \frac{3\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \arcsin(\beta) \right] \quad (6-23)$$

$$p^{(3)}(\phi) = \frac{15(1-|\rho_c|^2)^3 \beta}{32(1-\beta^2)^{7/2}} + \frac{(1-|\rho_c|^2)^3 (1-\beta^2)^3}{16\pi} \left[8 + 9\beta^2 - 2\beta^4 + \frac{15\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \arcsin(\beta) \right] \quad (6-24)$$

$$p^{(4)}(\phi) = \frac{35(1-|\rho_c|^2)^4 \beta}{64(1-\beta^2)^{9/2}} + \frac{(1-|\rho_c|^2)^4}{96\pi(1-\beta^2)^4} \left[48 + 87\beta^2 - 38\beta^4 + 8\beta^6 + \frac{105\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \arcsin(\beta) \right] \quad (6-25)$$

由式(6-22)~式(6-25)可知, 多视相位差概率密度函数不仅与视数有关, 还与复相关系数有关, 且峰值在 $\phi = \theta$ 处。图 6.6 在 $|\rho_c| = 0.7$ 和 $\theta = 0$ 条件下给出了 1, 2, 4, 8 视的相位差统计分布曲线。显然, 多视处理能够提高相位精度, 因随着视数增加, 分布曲线逐渐变窄。当两个通道相关性为零或完全独立时, 上述分布函数退化为 $[-\pi, \pi]$ 区间上的均匀分布; 当两个通道完全相关时, 上述分布退化为 Dirac delta 分布。图 6.7 为旧金山地区某海洋区域的 4 视相位差统计直方图, 这与图 6.6 中 4 视相位差分布曲线一致。

其他学者也对相位差分布做了深入研究。Ian R. Joughin 等在 1994 年给出了以下形式:

$$p(\phi) = \frac{(1-|\rho_c|^2)^L \Gamma(2L)}{2^{L+1/2} \sqrt{\pi} \Gamma(L)} \left(\frac{1}{1-\beta^2} \right)^{L+1/2} \cdot P_{L-1/2}^{-L-1/2}(-\beta) \quad (6-26)$$

式中 $P_{L-1/2}^{-L-1/2}$ 为连带的勒让德(Legendre)函数。R. Tough 等则于 1995 年得出了 POLSAR 图像相位差概率密度函数的另一种数学表达式:

$$p(\phi) = \frac{(1-|\rho_c|^2)^L}{2\pi} \left\{ \frac{(2L-2)!}{[(L-1)!]^2 2^{2(L-1)}} \times \left[\frac{(2L-1)\beta}{(1+\beta^2)^{L+1/2}} \arccos(-\beta) + \frac{1}{(1-\beta^2)^L} \right] \right\}$$

$$+ \frac{1}{2(L-1)} \times \sum_{k=0}^{L-2} \left\{ \frac{\Gamma(L-1/2)}{\Gamma(L-k-1/2)} \frac{\Gamma(L-k-1/2)}{\Gamma(L-1)} \frac{1+(2k+1)\beta^2}{(1-\beta^2)^{k+2}} \right\} \quad (6-27)$$

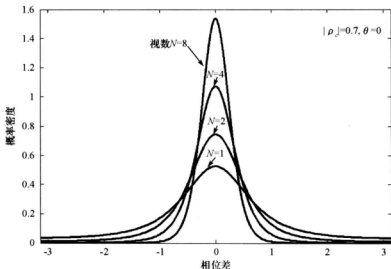


图 6.6 1,2,4,8 视相位差统计分布图

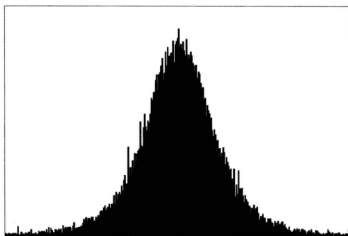


图 6.7 POLSAR 图像 4 视相位差直方图

以上三种数学表达式都是基于复协方差矩阵的复 Wishart 分布得出的,其计算方法相同,只是采用的特殊函数不同。从本质上说,它们是同一概率密度函数的不同数学表达形式,在应用中可根据实际需要选取其中的一种最便于计算的表达式。

6.2.4 幅度积相干斑统计特性^[180]

极化散射矩阵中两个不同项 S_i 和 S_j^* 乘积的绝对值是雷达极化中一个重要的物理量。尤其在研究 POLINSAR 问题时,它表示相位干涉图的幅度。多视情况下,相位干涉图幅度的归一化值为

$$\xi = \frac{\frac{1}{L} \left| \sum_{k=1}^L S_i(k) S_j^*(k) \right|}{\sqrt{E(|S_i|^2) E(|S_j|^2)}} = \frac{g}{h} \quad (6-28)$$

这里的 ξ 可看成干涉幅度的估计。

通过比较可知, ξ 与式(6-18)中 η 的表达式是一致的。因此, ξ 的概率密度函数可通过对(6-18)式中的 B_1 、 B_2 和 ϕ 积分后得出:

$$p(\xi) = \frac{4L^{L+1} \xi^L}{\Gamma(L) (1 - |\rho_c|^2)^L} I_0 \left(\frac{2|\rho_c| L \xi}{1 - |\rho_c|^2} \right) \cdot K_{L-1} \left(\frac{2L\xi}{1 - |\rho_c|^2} \right) \quad (6-29)$$

式中 $I_0(\cdot)$ 和 $K_{L-1}(\cdot)$ 分别表示第一类和第二类的修正 Bessel 函数。由式(6-29)可得出 L 视幅度积 g 的概率密度函数:

$$p(g) = \frac{4L^{L+1} g^L}{\Gamma(L) (1 - |\rho_c|^2)^L h^{L+1}} I_0 \left(\frac{2|\rho_c| L g/h}{1 - |\rho_c|^2} \right) \cdot K_{L-1} \left(\frac{2Lg/h}{1 - |\rho_c|^2} \right) \quad (6-30)$$

6.2.5 双通道回波强度的联合概率分布^[180]

下面将给出 POLSAR 或 POLINSAR 双通道回波功率联合概率密度函数的表达式,这在进行双极化数据处理时是十分重要的。此外,这种联合概率密度函数也是求解回波强度比和幅度比概率密度函数的基础。

由(6-18)式可知,多视 POLSAR 回波功率的表达式为

$$R_1 = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L |S_i(k)|^2 = \frac{B_1 C_{11}}{L} \quad (6-31)$$

$$R_2 = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L |S_j(k)|^2 = \frac{B_2 C_{22}}{L}$$

式中 $C_{ii} = E(|S_i|^2)$ 。对(6-19)式中 η 、 ϕ 积分,可得到 B_1 、 B_2 的联合概率密度为

$$p(B_1, B_2) = \frac{(B_1 B_2)^{(L-1)/2} \exp \left[-\frac{B_1 + B_2}{1 - |\rho_c|^2} \right]}{\Gamma(L) (1 - |\rho_c|^2) |\rho_c|^{L-1}} I_{L-1} \left(2\sqrt{B_1 B_2} \frac{|\rho_c|}{(1 - |\rho_c|^2)} \right) \quad (6-32)$$

进一步,根据式(6-31)进行变量替换,可得 R_1 和 R_2 的联合概率密度函数为

$$p(R_1, R_2) = \frac{L^{L+1} (R_1 R_2)^{(L+1)/2} \exp\left[-\frac{L(R_1/C_{11} + R_2/C_{22})}{1 - |\rho_c|^2}\right]}{(C_{11} C_{22})^{(L+1)/2} \Gamma(L) (1 - |\rho_c|^2) |\rho_c|^{L-1}} I_{L-1}\left(2L\sqrt{\frac{R_1 R_2}{C_{11} C_{22}}} \frac{|\rho_c|}{(1 - |\rho_c|^2)}\right) \quad (6-33)$$

6.2.6 强度比和幅度比相干斑统计特性^[180]

不同极化通道之间的强度比或幅度比是一个非常重要的参量,它在极化数据量化、压缩及极化特征分析方面均有广泛的应用前景。由于幅度比可通过强度比导出,因而这里首先给出强度比的统计分布。

利用(6-31)式,归一化回波强度比为

$$\mu = \frac{B_1}{B_2} = \frac{\sum_{k=1}^L |S_i(k)|^2 / C_{11}}{\sum_{k=1}^L |S_j(k)|^2 / C_{22}} = \frac{\sum_{k=1}^L |S_i(k)|^2}{\tau \sum_{k=1}^L |S_j(k)|^2} \quad (6-34)$$

式中 $\tau = C_{11}/C_{22}$ 。结合(6-32)式和(6-34)式,多视归一化回波强度比的概率密度函数为

$$p(\mu) = \frac{\Gamma(2L)(1 - |\rho_c|^2)^L (1 + \mu) \mu^{L-1}}{\Gamma(L)\Gamma(L) [(1 + \mu)^2 - 4|\rho_c|^2 \mu]^{(2L+1)/2}} \quad (6-35)$$

将 $v = \sqrt{\mu}$ 代入(6-35)式,多视归一化幅度比的概率密度函数为

$$p(v) = \frac{2\Gamma(2L)(1 - |\rho_c|^2)^L (1 + v^2) v^{2L-1}}{\Gamma(L)\Gamma(L) [(1 + v^2)^2 - 4|\rho_c|^2 v^2]^{(2L+1)/2}} \quad (6-36)$$

利用式(6-35)和式(6-36)很容易推出回波功率比和幅度比的概率密度函数。首先进行变量替换,即

$$w = \frac{\sum_{k=1}^L |S_i(k)|^2}{\sum_{k=1}^L |S_j(k)|^2} = \tau \mu \quad (6-37)$$

$$z = \sqrt{w} = \sqrt{\tau} v$$

将其代入(6-35)式,可得回波功率比概率密度函数为

$$p(w) = \frac{\tau^L \Gamma(2L)(1 - |\rho_c|^2)^L (\tau + w) w^{L-1}}{\Gamma(L)\Gamma(L) [(\tau + w)^2 - 4\tau |\rho_c|^2 w]^{(2L+1)/2}} \quad (6-38)$$

同样,若将(6-37)式代入(6-36)式,可得幅度比概率密度函数为

$$p(z) = \frac{2\tau^L \Gamma(2L)(1 - |\rho_c|^2)^L (\tau + z^2) z^{2L-1}}{\Gamma(L)\Gamma(L) [(\tau + z^2)^2 - 4\tau |\rho_c|^2 z^2]^{(2L+1)/2}} \quad (6-39)$$

图 6.8(a)绘出了 $|\rho_c| = 0.7$ 时 1, 2, 4, 8 视幅度比的理论分布曲线。图 6.8(b)为旧金山地区 AIRSAR4 视幅度比数据某一海洋区域的统计直方图。图中可以看出,实测数据统计直方图与理论曲线是一致的。强度比数据同样如此,如图 6.8(c)和图 6.8(d)。

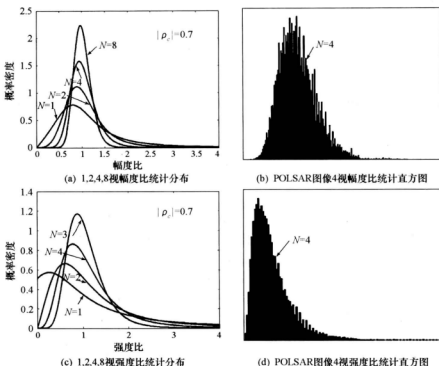


图 6.8 归一化强度比/幅度比统计分布及实测数据对应统计直方图

6.3 基于乘积模型的 POLSAR 图像杂波统计特性

尽管相干斑模型建立起来的相干斑统计特性能较好地拟合低分辨率 SAR 图像均匀区域数据,但却无法满足高分辨率 SAR 图像非均匀区域数据的拟合精度要求。受相干斑模型的启示, Ward 提出了 SAR 图像的乘积模型。他认为, SAR 图像测量数据是由真实地物 RCS 受乘性相干斑噪声调制而成。为此,本节将基于乘积模型研究 POLSAR 图像的杂波统计特性。

6.3.1 单通道和多通道 SAR 图像乘积模型

对于单通道 SAR 图像而言,乘积模型可写为

$$Y = \sqrt{g} \cdot X \quad (6-40)$$

其中, Y 为 SAR 测量数据, g 是未受相干斑噪声污染的真实的地物 RCS 分量, X 为乘性复相干斑噪声分量, 单视为零均值复圆高斯变量。

根据该模型,若地物真实 RCS 为常数,乘积模型退化为相干斑模型,即相干斑模型实质是乘积模型的特例。由于单通道 SAR 图像的相位在 $[-\pi, \pi]$ 上服从均匀分布,可认为几乎不包含任何目标信息,因此,在单通道 SAR 图像的解译研究中,一般都忽略掉相位信息,而直接分析强度或幅度数据。根据式(6-40),SAR 图像强度数据的乘积模型为

$$I = |Y|^2 = g \cdot n \quad (6-41)$$

其中, I 为强度测量数据, n 为服从负指数分布(单视)或 Gamma 分布(多视)的噪声分量。

由于上述乘积模型简化了 SAR 图像统计特性分析,因而被广泛应用于 SAR 图像杂波统计模型,现有许多著名的单通道 SAR 图像统计模型都是在该框架下得出的,如图 6.9 所示。图中根据不同地物类型将 SAR 图像统计分布分为三类,即均匀场景统计分布、一般不均匀场景统计分布和极不均匀场景统计分布。对于地物背景为恒定 RCS 的区域(如平坦的地表、均匀的草地等),单视幅度数据服从 Rayleigh 分布(式(6-13))、单视强度数据服从指数分布(式(6-9))、多视幅度数据服从方根 Gamma 分布(式(6-11))、多视强度数据服从 Gamma 分布(式(6-7))。考虑到大多数实际地物是 RCS 分量具有一定起伏的区域,若假设地物 RCS 分量服从 Gamma 分布,在式(6-41)乘积模型框架下,可得出非均匀区强度数据服从 K 分布的结论。由于 Gamma 分布能很好地揭示不均匀地物的 RCS 起伏特性,因而 K 分布对不均匀地物一般具有较好的拟合效果。在 K 分布启发下,Delignon 在假设地物 RCS 分别服从逆 Gamma 分布、第一类和第二类 Beta 分布的情况下,得出了不均匀区地物服从 B 、 W 或 U 分布的结论;对于包含有大量建筑物的城区环境或存在两种及以上异质成分的区域(如森林和草地的边界等), K 、 W 或 U 分布仍不能达到精度拟合的

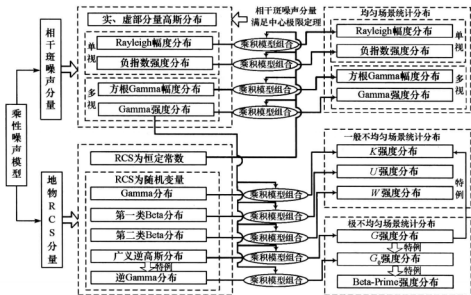


图 6.9 基于乘积模型导出的单通道 SAR 图像杂波统计分布

要求。鉴于这些区域的 SAR 图像直方图拖尾极为严重,Frery 在地物 RCS 分量服从广义逆高斯的情况下,由乘性噪声模型导出了一种新的统计模型—— G 分布。 G 分布具有向下兼容性,即 K 分布和 G_0 分布都是其特殊情况, G_0 分布在单视条件下可进一步退化为 Beta-Prime 分布。

对于单通道 SAR 图像(尤其是强度数据或幅度数据),由于相干斑具有乘性噪声特性(如图 6.5 所示),因而可直接将测量数据分解为真实地物 RCS 分量和相干斑噪声分量乘积来对测量数据进行杂波统计建模。但是,对于 POLSAR 图像来说,其协方差矩阵主对角线元素(或强度数据)为乘性噪声,而非对角元素为乘性+加性噪声,且两者所占比例与通道间相关系数密切相关;当相关系数为零时,不包含乘性噪声;当相关系数为 1 时,只有乘性噪声,因而直接将单通道 SAR 图像乘积模型拓展到 POLSAR 图像是不可行的。然而,当满足下述条件时,乘积模型依然可近似地对 POLSAR 图像进行统计建模:

- (1) 每个分辨单元内的散射元个数足够多,且没有任何少数散射体占主导;
- (2) 真实地物 RCS 在大于或等于多视分辨单元的尺寸上变化;
- (3) 纹理因子与极化通道无关。

这里纹理因子表征了真实地物 RCS 随空间分布的起伏变化。在上述假设下,单视复散射矢量的乘积模型为

$$Y = \sqrt{g} \cdot X \quad (6-42)$$

这里 g 为反映真实地物 RCS 起伏变化,且满足 $E(g) = 1$, X 为与 g 相互独立的,且服从零均值多变量复高斯分布(式(6-3))。需明确的是,不同于单变量高斯分布,式(6-3)中 C_X 包含了有用的地物信息, g 只描述起伏变化。

同样,为了相干斑噪声抑制或数据压缩,POLSAR 图像需进行多视处理:

$$Z_g = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L Y(k) (Y(k))^H \quad (6-43)$$

式中, $Y(k)$, $k = 1, 2, \dots, L$ 为采样点, H 为共轭转置。将式(6-42)代入上式有

$$Z_g = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L g(k) Y(k) (Y(k))^H \quad (6-44)$$

进一步假设,若采样间隔时间非常短,以至于对同一分辨单元而言,其采样值恒定不变,或纹理因子在大于等于多视分辨单元的尺寸上变化,则上式可简写为

$$Z_g = \frac{g}{L} \sum_{k=1}^L X(k) (X(k))^H = gZ \quad (6-45)$$

式中, Z 服从多元复 Wishart 分布(式(6-6))。该式即为 POLSAR 图像中协方差矩阵形式的乘积模型。同样,式(6-42)和式(6-45)的乘积模型是 POLSAR 图像杂波统计建模基础,现有大多数 POLSAR 图像统计分布(如图 6.10 所示)都是利用这两个乘积模型得出的。鉴于现有 POLSAR 系统既能提供单视极化数据,又能提供多视极化数据,下文将分别讨论这两种数据类型的 POLSAR 图像杂波统计特性。

6.3.2 单视 POLSAR 图像杂波统计特性

在单视 POLSAR 图像中,每个像素的极化数据为复极化散射矩阵。为便于 POLSAR 图像杂波统计建模,这里将复极化散射矩阵矢量化为复散射矢量 \mathbf{X} 。根据(6-42)式的乘积模型, \mathbf{Y} 概率密度函数可通过下式求得:

$$p(\mathbf{Y}) = \int_0^{\infty} p(\mathbf{Y} | g) p_g(g) dg \quad (6-46)$$

其中条件概率密度 $p(\mathbf{Y} | g)$ 可根据 \mathbf{X} 的分布得到。对于每个给定的 g , \mathbf{X} 服从零均值多元高斯分布,则条件概率密度 $p(\mathbf{Y} | g)$ 为

$$p(\mathbf{Y} | g) = \frac{1}{\pi^q g^q |\mathbf{C}|} \exp\left(-\frac{\mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}}{g}\right) \quad (6-47)$$

式中, q 为 \mathbf{Y} 的维数, $\mathbf{C} = \mathbf{E}(\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H)$ 。采用不同的分布对 g 进行建模,根据式(6-46)可以推出复散射矢量的不同分布。

1. \mathcal{H}_p 分布

若 g 服从单位均值 Gamma 分布。Gamma 分布是一个双参数分布,记为 $\Gamma(\alpha, \lambda)$, 则

$$p(g') = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} 2^\alpha g'^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\lambda}{2} g'\right), \quad \alpha > 0, \lambda > 0, g' > 0 \quad (6-48)$$

均值为 $\mathbf{E}(g') = 2\alpha/\lambda$ 。若令 $g = g'/\mathbf{E}(g')$, 则单位均值 Gamma 分布为

$$p(g) = \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} g^{\alpha-1} \exp(-\alpha g), \quad \alpha > 0, g > 0 \quad (6-49)$$

进一步,将式(6-47)、(6-49)代入式(6-46)可得

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Y}) &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\pi^q g^q |\mathbf{C}|} \exp\left(-\frac{\mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}}{g}\right) \cdot \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} g^{\alpha-1} \exp(-\alpha g) dg \\ &= \frac{\alpha^\alpha}{\pi^q |\mathbf{C}| \Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} g^{\alpha-q-1} \exp\left(-\alpha g - \frac{\mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}}{g}\right) dg \end{aligned} \quad (6-50)$$

利用修正 Bessel 函数的积分表达式可知:

$$\int_0^{\infty} g^{\alpha-1} \exp\left(-\alpha g - \frac{b}{g}\right) dg = 2\left(\frac{b}{\alpha}\right)^{\alpha/2} K_\alpha(2\sqrt{\alpha b}) \quad (6-51)$$

式(6-50)可简写为如下形式

$$p(\mathbf{Y}) = \frac{2\alpha^\alpha}{\pi^q |\mathbf{C}| \Gamma(\alpha)} (\alpha \mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y})^{\frac{\alpha-q}{2}} K_{\alpha-q}(2\sqrt{\alpha \mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}}), \quad \alpha > 0 \quad (6-52)$$

这里 $K_v(\cdot)$ 为 v 阶修正 Bessel 函数。该式就是双参数的 \mathcal{H}_p 分布,记作 $\mathcal{H}_p(\alpha, \mathbf{C})$ 。

2. \mathcal{S}_p^0 分布

若 g 服从单位均值倒 Gamma 分布。考虑到倒 Gamma 分布实质是 Gamma 分布随机变量倒数的分布,故可记为 $\Gamma^{-1}(\alpha, \lambda)$, 对应 PDF 为

$$p(g') = \frac{2^\alpha}{\Gamma(-\alpha)\gamma} g'^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\gamma}{2g'}\right), \quad g' > 0, \alpha < 0, \gamma > 0 \quad (6-53)$$

仅当 $\alpha < -1$ 时, g' 的均值积分表达式收敛(不考虑广义 Gamma 函数的情况)。因此, 为保证 g' 具有有限均值, 必须使 $\alpha < -1$ 。易求出其均值为 $E(g') = \gamma/2(-\alpha-1)$, $\alpha < -1$ 。同样, 令 $g = g'/E(g')$, 则单位均值的倒 Gamma 分布(记作 $\Gamma^{-1}(\alpha)$)为

$$p(g) = \frac{1}{(-\alpha-1)^{\alpha}\Gamma(-\alpha)} g^{\alpha-1} \exp\left(\frac{\alpha+1}{g}\right), \quad g > 0, \alpha < -1 \quad (6-54)$$

将式(6-54)和式(6-47)代入式(6-46), 可得

$$p(\mathbf{Y}) = \frac{\Gamma(q-\alpha)}{\pi^q |\mathbf{C}| \Gamma(-\alpha)(-\alpha-1)^{\alpha}} (\mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y} - \alpha - 1)^{\alpha-q}, \quad \alpha < -1 \quad (6-55)$$

这就是散射矢量 \mathbf{Y} 的 \mathcal{S}_p^0 分布, 记作 $\mathcal{S}_p^0(\alpha, \mathbf{C})$ 。与 $\mathcal{R}_p(\alpha, \mathbf{C})$ 相比, 该分布由于不存在 Bessel 函数, 使用更加方便。

3. \mathcal{S}_p^H 分布

若 g 服从单位均值逆高斯分布。逆高斯分布的 PDF 为(记作 $IG(\omega, \eta)$):

$$p(g') = \sqrt{\frac{\omega\eta}{2\pi}} g'^{-3/2} \exp\left(-\frac{\omega}{2\eta} \frac{(g' - \eta)^2}{g'}\right), \quad \omega, \eta, g' > 0 \quad (6-56)$$

其均值为 $E(g') = \eta$ 。令 $g = g'/E(g')$, 则单位均值的逆高斯分布(记作 $IG(\omega)$)为

$$p(g) = \sqrt{\frac{\omega}{2\pi}} g^{-3/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \omega \frac{(g-1)^2}{g}\right), \quad \omega, g > 0 \quad (6-57)$$

将式(6-57)和式(6-47)代入式(6-46), 可得

$$p(\mathbf{Y}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{\omega} \omega^{q+1} K_{q+1/2}(\sqrt{\omega(2\mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y} + \omega)})}{\pi^q |\mathbf{C}| (\omega(2\mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y} + \omega))^{\frac{2q+1}{4}}}, \quad \omega > 0 \quad (6-58)$$

这就是散射矢量 \mathbf{Y} 的 \mathcal{S}_p^H 分布, 记作 $\mathcal{S}_p^H(\omega, \mathbf{C})$ 。

4. \mathcal{S}_p^1 分布

若 g 服从单位均值倒逆高斯分布。倒逆高斯分布实际是逆高斯分布随机变量倒数的分布, 其 PDF 为

$$p(g') = \sqrt{\frac{\omega}{2\pi\eta}} g'^{-1/2} \exp\left(-\frac{\omega}{2\eta} \frac{(g' - \eta)^2}{g'}\right), \quad \omega, \eta, g' > 0 \quad (6-59)$$

其均值为 $E(g') = \omega/\eta(\omega+1)$ 。若令 $g = g'/E(g')$, 单位均值倒逆高斯分布(记作 $IG^{-1}(\omega)$)为

$$p(g) = \sqrt{\frac{\omega+1}{2\pi}} g^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2(\omega+1)} \frac{((\omega+1)g - \omega)^2}{g}\right), \quad \omega, g > 0 \quad (6-60)$$

将式(6-60)和式(6-47)代入式(6-46), 可得

$$p(\mathbf{Y}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{\omega} (\omega+1)^q K_{q-1/2}(\sqrt{\omega^2 + 2(\omega+1)\mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}})}{\pi^q |\mathbf{C}| (\omega^2 + 2(\omega+1)\mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y})^{\frac{2q-1}{4}}}, \quad \omega > 0 \quad (6-61)$$

这个分布为散射矢量 \mathbf{Y} 的 \mathcal{S}_p^1 分布, 记作 $\mathcal{S}_p^1(\omega, \mathbf{C})$ 。

5. \mathcal{H}_p^2 分布

若 g 服从单位均值双曲分布。双曲(Hyperbola)分布的 PDF 为(记作 $H(\omega, \eta)$):

$$p(g') = \frac{1}{2K_0(\omega)} g'^{-1} \exp\left(-\frac{\omega}{2}\left(\frac{\eta}{g'} + \frac{g'}{\eta}\right)\right), \quad g', \omega, \eta > 0 \quad (6-62)$$

容易求出其均值为 $E(g') = K_0(\omega) / \eta K_1(\omega)$ 。若令 $g = g' / E(g')$, 则单位均值的双曲分布(记作 $H(\omega)$)为

$$p(g) = \frac{1}{2gK_0(\omega)} \exp\left(-\frac{\omega}{2}\left(\frac{K_0(\omega)}{gK_1(\omega)} + \frac{gK_1(\omega)}{K_0(\omega)}\right)\right), \quad g, \omega > 0 \quad (6-63)$$

将式(6-63)和式(6-47)代入式(6-46), 可得

$$p(\mathbf{Y}) = \frac{\left(\omega \frac{K_1(\omega)}{K_0(\omega)}\right)^q K_q \left(\sqrt{\omega \left(2 \frac{K_1(\omega)}{K_0(\omega)}\right) \mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y} + \omega}\right)}{\pi^q |\mathbf{C}| K_0(\omega) \left(\omega \left(2 \frac{K_1(\omega)}{K_0(\omega)}\right) \mathbf{Y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y} + \omega\right)^{\frac{q}{2}}}, \quad \omega > 0 \quad (6-64)$$

这个分布为散射矢量 \mathbf{Y} 的 \mathcal{H}_p^2 分布, 记作 $\mathcal{H}_p^2(\omega, \mathbf{C})$ 。

6.3.3 多视 POLSAR 图像杂波统计特性

在多视 POLSAR 图像中, 每个像素的极化数据可为协方差矩阵、相干矩阵等。由于它们之间为线性关系, 这里只讨论协方差矩阵形式的统计特性。根据式(6-45)的乘积模型, 协方差矩阵 \mathbf{Z}_g 的 PDF 可通过下式求得:

$$p(\mathbf{Z}_g) = \int_0^\infty p(\mathbf{Z}_g | g) p_g(g) dg \quad (6-65)$$

式中条件概率密度 $p(\mathbf{Z}_g | g)$ 可根据 \mathbf{Z} 的分布得到。对于给定即 g , \mathbf{Z} 服从复多元 Wishart 分布, 则条件概率密度 $p(\mathbf{Z}_g | g)$ 为

$$p(\mathbf{Z}_g | g) = \frac{L^{Lg} |\mathbf{Z}_g|^{L-g} \exp\left(-\frac{L}{g} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g)\right)}{g^{qL} h(L, g) |\mathbf{C}|^L} \quad (6-66)$$

式中, q 为 \mathbf{Z}_g 的维数, $\mathbf{C} = E(\mathbf{Z})$ 。采用不同的分布对 g 进行建模, 根据式(6-65)可以推出协方差矩阵的不同分布。

1. \mathcal{H}_p 分布

协方差矩阵的 \mathcal{H}_p 分布由 Lee 等导出(记作 $\mathcal{H}_p(\alpha, \mathbf{C}, L)$), 其 PDF 为

$$p(\mathbf{Z}_g) = \frac{2 |\mathbf{Z}_g|^{L-q} (L\alpha)^{\frac{q+qL}{2}} (\text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g))^{\frac{q+qL}{2}}}{h(L, q) |\mathbf{C}|^L \Gamma(\alpha)} K_{q-qL} \left(2 \sqrt{L\alpha \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g)}\right), \quad \alpha > 0 \quad (6-67)$$

若令 $q=1$, 上式可直接退化为 SAR 图像强度数据 PDF(记为 $\mathcal{H}_1(\alpha, \mathbf{C}, L)$), 即

$$p(I) = \frac{L\lambda}{\Gamma(L)\Gamma(\alpha)} \left(\frac{L\lambda I}{2} \right)^{(\alpha+L)/2-1} K_{\alpha-L}(\sqrt{2\lambda LI}), \quad I, \alpha, \lambda > 0 \quad (6-68)$$

此时, $I = \mathbf{Z}_g^H \mathbf{Z}_g$ (其中 \mathbf{Z}_g 为 $q=1$ 的协方差矩阵), $\lambda = 2\alpha/E(I)$ 。

利用关系 $A = \sqrt{I}$, 式(6-68)可转化为幅度数据的 PDF(记为 $\mathcal{K}_A(\alpha, C, L)$), 即

$$p(A) = \frac{4A^{-1}}{\Gamma(L)\Gamma(\alpha)} \left(\frac{L\lambda A^2}{2} \right)^{(\alpha+L)/2} K_{\alpha-L}(\sqrt{2\lambda LA}), \quad A, \alpha, \lambda > 0 \quad (6-69)$$

进一步, 还可得到单视情况下的强度数据(记作 $\mathcal{K}_I(\alpha, C)$)和幅度数据 PDF 记为 $\mathcal{K}_A(\alpha, C)$, 即

$$\begin{cases} p(I) = \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\lambda I}{2} \right)^{(\alpha+1)/2-1} K_{\alpha-1}(\sqrt{2\lambda I}), & I, \alpha, \lambda > 0 \\ p(A) = \frac{4A^{-1}}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\lambda A^2}{2} \right)^{(\alpha+1)/2} K_{\alpha-1}(\sqrt{2\lambda A}), & A, \alpha, \lambda > 0 \end{cases} \quad (6-70)$$

2. \mathcal{F}_p^0 分布

协方差矩阵的 \mathcal{F}_p^0 分布由 Freitas 等导出(记作 $\mathcal{F}_p^0(\alpha, C, L)$), 其 PDF 为

$$p(\mathbf{Z}_g) = \frac{L^{qL}}{h(L, q)} \frac{|\mathbf{Z}_g|^{L-q} \Gamma(qL-\alpha)}{C^L \Gamma(-\alpha) (-\alpha-1)^{-\alpha}} (L \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) - \alpha - 1)^{\alpha-q}, \quad \alpha < -1 \quad (6-71)$$

直接将其退化为多视强度数据和幅度数据的 PDF, 分别记作 $\mathcal{F}_I^0(\alpha, C, L)$ 和 $\mathcal{F}_A^0(\alpha, C, L)$:

$$\begin{cases} p(I) = \frac{2^L L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma_r^L(L) \Gamma(-\alpha)} \frac{I^{L-1}}{(2LI + \gamma)^{L-\alpha}}, & I, \gamma > 0, \alpha < -1 \\ p(A) = \frac{2^{L+1} L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma_r^L(L) \Gamma(-\alpha)} \frac{A^{2L-1}}{(2LA^2 + \gamma)^{L-\alpha}}, & A, \gamma > 0, \alpha < -1 \end{cases} \quad (6-72)$$

式中, I 为一维协方差矩阵, $A = \sqrt{I}$, $\gamma = -2(\alpha+1)E(I)$ 。若 $N=1$, 单视强度数据 PDF(记作 $\mathcal{F}_I^0(\alpha, C)$)和幅度数据的 PDF(记作 $\mathcal{F}_A^0(\alpha, C)$)为

$$\begin{cases} p(I) = \frac{2\Gamma(1-\alpha)}{\gamma_r^L(-\alpha)} \frac{1}{(2I + \gamma)^{1-\alpha}}, & I, \gamma > 0, \alpha < -1 \\ p(A) = \frac{4\Gamma(1-\alpha)}{\gamma_r^L(-\alpha)} \frac{A}{(2A^2 + \gamma)^{1-\alpha}}, & A, \gamma > 0, \alpha < -1 \end{cases} \quad (6-73)$$

3. \mathcal{F}_p^H 分布

协方差矩阵的 \mathcal{F}_p^H 分布由 Gambini 等导出(记作 $\mathcal{F}_p^H(\omega, C, L)$), 其 PDF 为

$$p(\mathbf{Z}_g) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{L^{qL} e^{-\omega} \omega^{qL+1}}{h(L, q)} \frac{|\mathbf{Z}_g|^{L-q} K_{1/2+qL}(\sqrt{\omega(2L \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) + \omega)})}{C^L (\omega(2L \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) + \omega))^{\frac{2qL+1}{4}}}, \quad \omega > 0 \quad (6-74)$$

强度数据 PDF(记作 $\mathcal{F}_I^H(\omega, C, L)$)和幅度数据 PDF(记作 $\mathcal{F}_A^H(\omega, C, L)$)分别为

$$\begin{cases} p(I) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{L^L e^{\omega} \omega^{L+1} I^{L-1} K_{L+1/2}(\sqrt{(2LI + \eta\omega)\omega/\eta})}{\Gamma(L) \eta^L ((2LI + \eta\omega)\omega/\eta)^{\frac{2L+1}{4}}}, & I, \omega, \eta > 0 \\ p(A) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{L^L e^{\omega} \omega^{L+1} A^{2L-1} K_{L+1/2}(\sqrt{(2LA^2 + \eta\omega)\omega/\eta})}{\Gamma(L) \eta^L ((2LA^2 + \eta\omega)\omega/\eta)^{\frac{2L+1}{4}}}, & A, \omega, \eta > 0 \end{cases} \quad (6-75)$$

式中, I 为一维协方差矩阵, $A = \sqrt{I}$, $\eta = E(I)$ 。若 $L = 1$, 单视强度数据 PDF(记作 $\mathcal{S}_I^H(\alpha, C)$) 和幅度数据的 PDF(记作 $\mathcal{S}_A^H(\alpha, C)$) 为

$$\begin{cases} p(I) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{\omega} \omega^2 K_{3/2}(\sqrt{(2I + \eta\omega)\omega/\eta})}{\eta ((2I + \eta\omega)\omega/\eta)^{3/4}}, & I, \omega, \eta > 0 \\ p(A) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{\omega} \omega^2 A K_{3/2}(\sqrt{(2A^2 + \eta\omega)\omega/\eta})}{\eta ((2A^2 + \eta\omega)\omega/\eta)^{3/4}}, & A, \omega, \eta > 0 \end{cases} \quad (6-76)$$

4. \mathcal{S}_P^A 分布

协方差矩阵 \mathcal{S}_P^A 分布(记作 $\mathcal{S}_P^A(\omega, C, L)$)对应的 PDF 为

$$p(\mathbf{Z}_g) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{L^q e^{\omega} (\omega + 1)^q |\mathbf{Z}_g|^L K_{q-L/2}(\sqrt{2L(\omega + 1) \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) + \omega^2})}{h(L, q) |\mathbf{C}|^L (2L(\omega + 1) \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) + \omega^2)^{\frac{2q-1}{4}}}, \quad \omega > 0 \quad (6-77)$$

强度数据 PDF(记作 $\mathcal{S}_I^A(\omega, C, L)$)和幅度数据 PDF(记作 $\mathcal{S}_A^A(\omega, C, L)$)分别为

$$\begin{cases} p(I) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{L\omega}{\eta}\right)^L \frac{e^{\omega} I^{L-1/2} K_{L-1/2}(\sqrt{\omega(2LI + \omega\eta)/\eta})}{\Gamma(L) (\omega(2LI + \omega\eta)/\eta)^{\frac{2L-1}{4}}}, & I, \omega, \eta > 0 \\ p(A) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{L\omega}{\eta}\right)^L \frac{e^{\omega} A^{2L-1} K_{L-1/2}(\sqrt{\omega(2LA^2 + \omega\eta)/\eta})}{\Gamma(L) (\omega(2LA^2 + \omega\eta)/\eta)^{\frac{2L-1}{4}}}, & A, \omega, \eta > 0 \end{cases} \quad (6-78)$$

式中, I 为一维协方差矩阵, $A = \sqrt{I}$, $\eta = \omega E(I)/(\omega + 1)$ 。若 $L = 1$, 单视强度数据 PDF(记作 $\mathcal{S}_I^A(\alpha, C)$)和幅度数据的 PDF(记作 $\mathcal{S}_A^A(\alpha, C)$)为

$$\begin{cases} p(I) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\omega e^{\omega} K_{1/2}(\sqrt{\omega(2I + \omega\eta)/\eta})}{\pi \eta (\omega(2I + \omega\eta)/\eta)^{1/4}}, & I, \omega, \eta > 0 \\ p(A) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\omega e^{\omega} A K_{1/2}(\sqrt{\omega(2A^2 + \omega\eta)/\eta})}{\pi \eta (\omega(2A^2 + \omega\eta)/\eta)^{1/4}}, & A, \omega, \eta > 0 \end{cases} \quad (6-79)$$

5. \mathcal{S}_P^2 分布

协方差矩阵 \mathcal{S}_P^2 分布(记作 $\mathcal{S}_P^2(\omega, C, L)$)对应的 PDF 为

$$p(\mathbf{Z}_g) = \frac{|\mathbf{Z}_g|^{L-q} \left(L\omega \frac{K_1(\omega)}{K_0(\omega)}\right)^q K_q\left(\sqrt{\omega\left(2L \frac{K_1(\omega)}{K_0(\omega)} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) + \omega\right)}\right)}{h(L, q) |\mathbf{C}|^L K_0(\omega) \left(\omega\left(2L \frac{K_1(\omega)}{K_0(\omega)} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) + \omega\right)\right)^{\frac{q}{2}}}, \quad \omega > 0 \quad (6-80)$$

强度数据 PDF(记作 $\mathcal{S}_I^2(\omega, C, L)$)和幅度数据 PDF(记作 $\mathcal{S}_A^2(\omega, C, L)$)分别为

$$\begin{cases} p(I) = \left(\frac{L\omega}{\eta}\right)^L \frac{I^{L-1}}{\Gamma(L)K_0(\omega)} \frac{K_L(\sqrt{\omega(2LI+\eta\omega)/\eta})}{(\omega(2LI+\eta\omega)/\eta)^{L/2}}, & I, \omega, \eta > 0 \\ p(A) = 2\left(\frac{L\omega}{\eta}\right)^L \frac{A^{2L-1}}{\Gamma(L)K_0(\omega)} \frac{K_L(\sqrt{\omega(2LA^2+\eta\omega)/\eta})}{(\omega(2LA^2+\eta\omega)/\eta)^{L/2}}, & z, \omega, \eta > 0 \end{cases} \quad (6-81)$$

式中 I 为一维协方差矩阵, $A = \sqrt{I}$, $\eta = K_0(\omega)E(I)/K_1(\omega)$ 。若 $L=1$, 单视强度数据 PDF (记作 $\mathcal{S}_I(\alpha, C)$) 和幅度数据的 PDF (记作 $\mathcal{S}_A(\alpha, C)$) 为

$$\begin{cases} p(I) = \frac{\omega}{\eta K_0(\omega)} \frac{K_1(\sqrt{\omega(2I+\eta\omega)/\eta})}{(\omega(2I+\eta\omega)/\eta)^{1/2}}, & I, \omega, \eta > 0 \\ p(A) = \frac{2\omega A}{\eta K_0(\omega)} \frac{K_1(\sqrt{\omega(2A^2+\eta\omega)/\eta})}{(\omega(2A^2+\eta\omega)/\eta)^{1/2}}, & z, \omega, \eta > 0 \end{cases} \quad (6-82)$$

6.3.4 POLSAR 图像 G 分布族及相互转换关系

前两节在乘积模型框架下讨论了 POLSAR 图像的杂波统计分布, 即首先采用不同的统计分布对地物 RCS 起伏因子 g 进行建模, 然后根据复散射矢量乘积模型和协方差矩阵乘积模型分别导出了单视和多视 POLSAR 图像的杂波统计分布。其中对 g 建模的统计分布包括单位均值 Gamma 分布、单位均值的倒 Gamma 分布、单位均值的逆高斯分布、单位均值的倒逆高斯分布和单位均值的双曲线分布。事实上, 这些分布都可看成是广义逆高斯分布的特例, 由它们在乘性噪声模型下导出 POLSAR 图像统计分布也可看成是由 g 服从广义逆高斯分布时导出的 POLSAR 图像统计分布的特例, 这样由广义逆高斯分布及其特例导出的 POLSAR 图像统计分布和衍生出来的统计分布构成了塔形结构的“G 分布族”。在塔形顶端是由广义逆高斯分布导出的 POLSAR 图像统计分布, 中层为特例导出的 POLSAR 图像统计分布, 底层为 POLSAR 图像统计分布退化的强度或幅度数据统计分布。

广义逆高斯分布最初是由法国水文学家 Halphen 提出, 由于它是一种典型的厚尾分布, 因而在地质统计学、统计语言学及金融等领域应用十分广泛。1997 年 Frery 将其应用于 SAR 图像杂波统计建模, 2003 年 Freitas 将其进一步推广到 POLSAR 图像。广义逆高斯分布的数学表达式为

$$p(g) = \frac{(\lambda/\gamma)^{\alpha/2}}{2K_\alpha(\sqrt{\lambda\gamma})} g^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{g} + \lambda g\right)\right), \quad g > 0 \quad (6-83)$$

式中 K_α 为第三类变型贝塞尔函数, 其解析表达式为

$$K_\alpha(\sqrt{\lambda\gamma}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\gamma}\right)^{\alpha/2} \int_{R_+} g^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\lambda g + \frac{\gamma}{g}\right)\right) dg \quad (6-84)$$

其中 R_+ 表示正实数域, 而该式中参数 $\{\lambda, \gamma, \alpha\}$ 的取值范围为

$$\begin{cases} \gamma > 0, \lambda \geq 0, & \text{if } \alpha < 0 \\ \gamma > 0, \lambda > 0, & \text{if } \alpha = 0 \\ \gamma \geq 0, \lambda > 0, & \text{if } \alpha > 0 \end{cases} \quad (6-85)$$

若令 $w = \sqrt{\gamma\lambda}$ 、 $\eta = \sqrt{\gamma/\lambda}$, 可获得广义逆高斯分布的另一个有用的参数表示形式, 即

$$p(g) = \frac{\eta^q}{2K_q(w)} g^{q-1} \exp\left(-\frac{w}{2}\left(\frac{\eta}{g} + \frac{g}{\eta}\right)\right), \quad g > 0 \quad (6-86)$$

式中

$$K_q(w) = \frac{1}{2} \eta^{-q} \int_{R_+} g^{q-1} \exp\left(-\frac{w}{2}\left(\frac{g}{\eta} + \frac{\eta}{g}\right)\right) dg \quad (6-87)$$

根据式(6-86)易知, $GIG^{-1}(\alpha, w, \eta)$ 具有以下性质:

(1) 尺度不变性: 若 $g \sim GIG^{-1}(\alpha, w, \eta)$, 则对 cg ($c > 0$) 有 $cg \sim GIG^{-1}(\alpha, w, c\eta)$;

(2) 对 $g \sim GIG^{-1}(\alpha, w, \eta)$ 变量, 其一阶矩为

$$E(g) = \begin{cases} \eta r_{\alpha, w}, & \text{if } w > 0 \\ \frac{2\alpha}{\lambda}, & \text{if } \alpha > 0, \gamma = 0 \\ -\frac{\gamma}{2(\alpha+1)}, & \text{if } \alpha > -1, \lambda = 0 \\ \infty, & \text{if } -1 \leq \alpha < 0, \lambda = 0 \end{cases} \quad (6-88)$$

其中 $r_{\alpha, w} = K_{\alpha+1}(w)/K_{\alpha}(w)$ 。

结合上述性质, 若令 $g' = g/r_{\alpha, w}$, 则单位均值广义逆高斯分布函数(记为 $UGIG^{-1}(\alpha, w, \eta)$) 为

$$p(g) = \frac{r_{\alpha, w}^q}{2K_q(w)} g^{q-1} \exp\left(-\frac{w}{2}\left(\frac{1}{r_{\alpha, w}g} + r_{\alpha, w}g\right)\right), \quad g > 0 \quad (6-89)$$

在协方差矩阵乘积模型下, 利用式(6-65)可导出

$$p(\mathbf{Z}_g) = \frac{L^q |\mathbf{Z}_g|^{L-q} r_{\alpha, w}^q}{h(L, q) |C|^L K_q(w)} \left(\frac{2L\text{tr}(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}_g) + w/r_{\alpha, w}}{w r_{\alpha, w}} \right) \times K_{q-L} \left(\sqrt{w r_{\alpha, w}} \left(2L\text{tr}(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}_g) + \frac{w}{r_{\alpha, w}} \right) \right) \quad (6-90)$$

该式即为 POLSAR 图像的 \mathcal{S}_p 分布, 记为 $\mathcal{S}_p(\alpha, w, \eta)$ 。若令 $q=1$, 单通道 SAR 图像强度数据的 \mathcal{S}_1 分布函数:

$$p_I(I) = \frac{L^L L^{L-1}}{\Gamma(L) \eta^L K_q(w)} \left(\frac{2LI + w\eta}{\eta w} \right)^{(\alpha-L)/2} K_{\alpha-L}(\sqrt{w(2LI/\eta + w)}) \quad (6-91)$$

式中 I 为一维协方差矩阵, 且 $E(I) = (\gamma/\lambda)^{1/2} \cdot r_{\alpha, w} = \eta r_{\alpha, w}$ 。

显然, 式(6-90)构成了“G 分布族”的基础(如图 6.10 所示), 当参数 α, w, η 取不同值时, 它可退化为 $\mathcal{N}_p, \mathcal{S}_p^0, \mathcal{S}_p^H, \mathcal{S}_p^1$ 和 \mathcal{S}_p^2 分布, 同时若 $q=1$, 它可退化为 $\mathcal{N}_1, \mathcal{S}_1^0, \mathcal{S}_1^H, \mathcal{S}_1^1$ 和 \mathcal{S}_1^2 等强度数据分布, 进一步, 令 $A=\sqrt{I}$, 它还可退化为 $\mathcal{N}_A, \mathcal{S}_A^0, \mathcal{S}_A^H, \mathcal{S}_A^1$ 和 \mathcal{S}_A^2 等幅度数据分布, 在 $L=1$ 时, 还可进一步获得单视强度数据或幅度数据的杂波统计分布。然而, 由于式(6-90)计算复杂度和参数估计的困难, 且目前仍无有效的手段估计其分布参数, 因此该分布更侧重于理论意义, 实际应用价值不大。当然, 在散射矢量乘积模型下由广义逆高斯分布还可推导出单视协方差矩阵形式的 POLSAR 图像杂波统计分布。

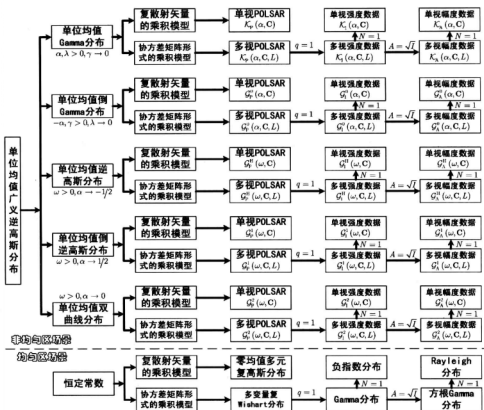


图 6.10 由广义逆高斯分布导出的 SAR 图像和 POLSAR 图像杂波统计分布

6.4 分布参数估计与拟合优度评估准则

6.4.1 两种常用的参数估计法

在杂波统计建模过程中,若已确定了杂波统计分布函数,接下来就需对统计分布函数中的未知参数进行估计。参数估计一般是从样本出发构造统计量实现。经验表明,对于一些杂波统计分布而言,不同的参数估计方法获得的参数估计值是有差别的,而参数估计准确性直接影响杂波统计分布对实测数据的拟合精度,因此,在实际应用中,选取合适的参数估计方法至关重要。对于已知统计分布函数的参数估计,其参数估计方法主要有两种:其一为矩估计法;其二为最大似然法。

1. 矩估计法

矩估计的一般思路为:直接将统计分布函数导出的含待估计参数的各阶矩表达式等于由样本数据计算得到各阶矩的值,然后联立方程组求解出分布参数的估计值。假设统计分布函数有 n 个未知参数,利用矩估计计算参数估计值的具体步骤为:

- (1)利用样本数据计算前 n 阶矩的值;
- (2)令由分布参数表示的前 n 阶矩分别等于 n 阶矩的计算值;
- (3)联立方程组求解。

理论值和实验值越接近,则模型就越匹配。定义 $J(\Omega)$ 来描述理论值与实验值的匹配情况:

$$J(\Omega) = \sum_{i=1}^n w_i \left| \frac{m_{i, \text{theo}} - m_{i, \text{exp}}}{m_{i, \text{exp}}} \right|^p \quad (6-92)$$

其中, w_i 是权值, p 是正整数, Ω 是模型的参数向量, m_{theo} 是理论上计算的各阶矩的值, 是 Ω 的函数, 而 m_{exp} 是实验数据所求得各阶矩的值。 $J(\Omega)$ 为代价方程, 实际中, 通过使其达到最小来求取最优的参数值。

2. 最大似然法

最大似然法也是一种常用的分布参数估计方法。若总体 X 的概率密度函数为 $p(x; \theta_1, \dots, \theta_k)$, 其中 $\theta_1, \dots, \theta_k$ 为 k 个未知参数。设 x_1, \dots, x_n 为样本观测值, 似然函数为

$$L(\theta_1, \dots, \theta_k) = \prod_{i=1}^n p(x_i; \theta_1, \dots, \theta_k) \quad (6-93)$$

若存在 $\hat{\theta}_1(x_1, \dots, x_n), \dots, \hat{\theta}_k(x_1, \dots, x_n)$ 使得

$$L(\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_k) = \max_{\theta_1, \dots, \theta_k} (L(\theta_1, \dots, \theta_k)) \quad (6-94)$$

则 $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_k$ 分别为 $\theta_1, \dots, \theta_k$ 的极大似然估计值。在实际应用中, 一般通过对似然函数或对数似然函数求偏导, 然后联立求解获得 $\theta_1, \dots, \theta_k$ 的极大似然估计值。

6.4.2 杂波统计分布参数矩估计公式

前文详细讨论了 POLSAR 图像的相干斑统计特性及由乘积模型导出的杂波统计分布函数。实际上, 在讨论多元统计分布对实际数据的拟合效果时, 通常将多元统计分布函数退化为一元统计分布形式, 因为直接采用多元统计分布形式不仅参数估计较为复杂, 甚至有可能无法对参数进行估计, 而且难于对实际拟合效果进行有效的评估。为此, 本节首先将 POLSAR 图像的多元统计分布形式退化到强度或幅度数据的一元统计分布形式, 然后采用一元统计分布形式分别对 POLSAR 图像各个通道数据进行直方图拟合。

表 6.1 给出了强度数据杂波统计分布的参数矩估计公式。当然, 也可采用最大似然估计法, 感兴趣的读者可自行推导。

表 6.1 强度数据杂波统计分布的参数估计表达式

	概率密度函数	矩估计
Rayleigh 分布	$p(A) = \frac{2A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{\sigma^2}\right), A \geq 0$	$E(A) = \sigma \sqrt{\pi/2}$ $\text{Var}(A) = (4 - \pi) \sigma^2/4$
方根 Gamma 分布	$p(A) = \frac{2L^L A^{2L-1}}{\Gamma(L) \sigma^{2L}} \exp\left(-L\left(\frac{A}{\sigma}\right)^2\right), A \geq 0$	$E(A) = \frac{\sigma \Gamma(L+1/2)}{\sqrt{L} \Gamma(L)}$ $\text{Var}(A) = \left(L - \frac{\Gamma^2(L+1/2)}{\Gamma^2(L)}\right) \frac{\sigma^2}{L}$
负指数分布	$p(I) = \frac{1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{I}{\sigma^2}\right), I \geq 0$	$E(I) = \sigma^2$ $\text{Var}(I) = \sigma^4$
Gamma 分布	$p(I) = \frac{L^L I^{L-1}}{\Gamma(L) \sigma^{2L}} \exp\left(-\frac{LI}{\sigma^2}\right), I \geq 0$	$E(I) = \sigma^2$ $\text{Var}(I) = \sigma^4/L$
K 分布	$p(I) = \frac{L\lambda}{\Gamma(L)\Gamma(\alpha)} \left(\frac{LI}{2}\right)^{\alpha+L-1} K_{\alpha-L}(\sqrt{2\lambda LI}),$ $I, \alpha, \lambda > 0$	$\alpha = \frac{(L+1)E^2(I)}{LE(I^2) - (L+1)E^2(I)}$
G^0 分布	$p(I) = \frac{2^L L^L \Gamma(L-\alpha)}{\gamma_r^L(L)\Gamma(-\alpha)} \frac{I^{\alpha-1}}{(2LI + \gamma)^{L-\alpha}},$ $I, \gamma > 0, \alpha < -1$	$\alpha = -1 + \frac{L}{L + (1-L)E(I)E(I^{-1})}$
G^u 分布	$p(I) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{L^L e^{\omega} \omega^{L+1} I^{L-1} K_{L+1/2}(\sqrt{(2LI + \eta\omega)/\eta})}{\Gamma(L)\Gamma(\eta)} \frac{1}{(\omega(2LI + \eta\omega)/\eta)^{L+1/2+1/4}},$ $I, \omega, \eta > 0$	$\omega = \frac{1}{\frac{L}{L+1} \frac{E(I^2)}{E^2(I)} - 1}$
G^1 分布	$p(I) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{L\omega}{\eta}\right)^L \frac{e^{\omega} I^{L-1} K_{L+1/2}(\sqrt{\omega(2LI + \eta\omega)/\eta})}{\Gamma(L)(\omega(2LI + \eta\omega)/\eta)^{L+1/2+1/4}},$ $I, \omega, \eta > 0$	$E(I)$ $= \frac{\eta^L \sqrt{2\omega} \Gamma(L+r) e^{\omega} K_{L+1/2}(\omega)}{L^L \sqrt{\pi} \Gamma(L)}$
G^2 分布	$p(I) = \left(\frac{L\omega}{\eta}\right)^L \frac{I^{L-1}}{\Gamma(L) K_0(\omega)} \frac{K_0(\sqrt{\omega(2LI + \eta\omega)/\eta})}{(\omega(2LI + \eta\omega)/\eta)^{1/2}},$ $I, \omega, \eta > 0$	$E(I) = \left(\frac{\eta}{n}\right)^L \frac{\Gamma(L+r) K_n(\omega)}{\Gamma(L) K_0(\omega)}$

6.4.3 统计分布拟合优度评估准则

1. AIC 准则

该准则通过计算统计模型的 AIC 值作为判决各种统计模型与实际分布匹配的优劣标准,即:

$$\text{AIC} = -2[\ln L(\theta) - K] \quad (6-95)$$

其中, $L(\theta)$ 是统计模型的极大似然函数, θ 是统计模型的参数矢量, K 是参量数目。若包

含 N 个灰度级的图像的统计模型(概率密度函数)为 $p(x, \theta)$, 则极大似然函数 $L(\theta)$ 为:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^N p(x_i, \theta) \quad (6-96)$$

AIC 准则实际上是一种最大熵估计。由于 AIC 的定义式中包含了系数 -2 , 则 AIC 值最小的模型具有最大熵, 为最佳模型。两个模型的 AIC 值相差越大, 模型的优劣差别就越明显, 反之则差别不大。一般说来, AIC 值相差 2 以上时, 可以认为两个模型具有统计意义上的显著差异。这样, 对不同的统计模型, 可以应用 AIC 方法进行分析, 以求获得比较客观的定量化认识。

2. χ^2 匹配检验

该检验统计量是对多项式分布的分类数据的一种大致检验。实际应用时, 首先需要将对 SAR 获取的连续观测值进行区间划分, 可以将观测值范围划分为 K 个子区间。如果实验数据服从 q 分布, 那么落在子区间 k 中的观测值数目 N 要保证大于 1。保守的规定每一个子区间中所期望得到的观测值数目不得少于 5。 N_k 表示在第 k 个子区间中所期望的观测值的数目, \hat{N}_k 表示第 k 个子区间中实际观测到的观测值的数目, 则统计量

$$D_K^2 = \sum_{k=1}^K \frac{(\hat{N}_k - N_k)^2}{N_k} \quad (6-97)$$

为渐近 χ^2 分布的, 当 $N \rightarrow \infty$ 且 H_0 假设成立时, 具有 $K-1$ 自由度。匹配检验值越大表示观测数据的直方图与假设 q 分布的直方图不匹配, 建议拒绝 H_0 。 D_K^2 大于观测值 d^2 的概率为:

$$P[D_K^2 > d^2] \approx 1 - P_{\chi_{K-1}^2}(d^2) \quad (6-98)$$

这个概率被记为检验的 P 值。

3. K-S 检验

K-S 检验建立在观测数据经验分布函数的基础上。若根据实际数据的直方图给定一组分布的观测值: R_1, R_2, \dots, R_N , 其中 N 为数据区间数, $R_k, k=1, 2, \dots, N$ 是小于第 k 区间的数据长度。则经验分布函数 $F_N(r)$ 可由一个分段常数函数表示:

$$F_N(r) = \frac{1}{N} |\{R_k: R_k \leq r\}| \quad (6-99)$$

其中, $|\cdot|$ 表示集合的势。对某一具体的分布 q , 做如下二元假设: H_0 : 数据不服从 q 分布; H_1 : 数据服从 q 分布。因此, 统计模型评价准则成为一个二元假设检验问题。对应的 K-S 检验统计量 D_{K-S} 定义为经验概率分布函数和 H_1 假设下概率分布函数差的上界:

$$D_{K-S} = \sup_r |F_N(r) - Q_N(r)| \quad (6-100)$$

其中, $Q_N(r)$ 表示 q 分布函数。对不同的分布, 选择最小 D_{K-S} 值对应的分布为实际数据的最优拟合。

4. KL 距离度量

KL 距离是一种信息论的度量, 若假设的分布为 $p(w)$, 实际的分布为 $q(w)$ 。度量的表达式为:

$$D(q \| p) = \int q(w) \log_2 \left(\frac{q(w)}{p(w)} \right) dw \quad (6-101)$$

对于离散情况,其表达式可化简为:

$$\begin{aligned} D(q \| p) &= \sum q(w) dw \cdot \log_2 (q(w)/p(w)) \\ &= \sum Q(w) \cdot \log_2 \left(\frac{Q(w)}{P(w)} \right) \end{aligned} \quad (6-102)$$

其中 $Q(w)$ 和 $P(w)$ 为 w 处的概率值。当两个分布相等时,测量值为 0。否则,度量值为正。因为上述度量是非对称的,即 $D(q \| p) \neq D(p \| q)$, 一个对称的一般 KL 度量为:

$$D_{KL} = D(q \| p) + D(p \| q) \quad (6-103)$$

5. D'Agostino - Pearson 检验

Agostino 和 Pearson 提出了一种检验方法,它是在假设 q 分布下偏斜和峰度的估计量 γ_1 和 γ_2 与采样数据所获得的偏斜和峰度的背离程度。该检验量主要度量实际的统计分布与高斯分布的偏离程度。Fisher 根据分布的累积量给出了偏斜和峰度的定义:

$$\gamma_1 = k_3/k_2^{3/2}, \quad \gamma_2 = k_4/k_2^2 \quad (6-104)$$

样本偏斜 g_1 和峰度 g_2 是根据对应的 k 阶统计特性来计算的,定义为分布累积量的无偏估计:

$$g_1 = k_3/k_2^{3/2}, \quad g_2 = k_4/k_2^2 \quad (6-105)$$

其中,其中各阶矩的估计为:

$$\begin{cases} k_1 = \frac{1}{N} \sum R_i, k_2 = \frac{1}{N-1} \sum (R_i - k_1)^2 \\ k_3 = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \sum (R_i - k_1)^3 \\ k_4 = \frac{N(N+1) \sum (R_i - k_1)^4 - 3(N-1) (\sum (R_i - k_1)^2)^2}{(N-1)(N-2)(N-3)} \end{cases} \quad (6-106)$$

对于高斯分布观测量,很难得到 g_1 和 g_2 分布的近似表达式。Fisher 认为:当 $N > 3$ 时,根据已知的方程,很难得到 g_1 和 g_2 分布确切的表达式。D'Agostino - Pearson 检验的检验统计量定义为:

$$D_{DP} = [\Phi^{-1}(P_{G_1}(g_1))]^2 + [\Phi^{-1}(P_{G_2}(g_2))]^2 \quad (6-107)$$

其中, $\Phi^{-1}(z)$ 是一个标准正态随机变量的逆分布函数。由于表达式中的两个分量不是相互独立的,所以 D_{DP} 不服从 χ^2 分布。大的 D_{DP} 值意味着 H_0 假设应该被拒绝,概率 $P\{D_{DP} > d\}$ 表示 D'Agostino - Pearson 检验的 P 值。

6. 偏度系数

偏度系数反映一个随机变量的分布与对称性偏离的程度,其表达式为:

$$C_s = E\{[x - E(x)]^3\} / E^{3/2}\{[x - E(x)]^2\} \quad (6-108)$$

其中 x 为随机变量。如果 $C_s > 0$, 则分布相对于对称中心左偏;如果 $C_s < 0$, 则分布相对于对称中心右偏。高斯分布是相对于其均值完全对称的分布,因此服从高斯分布的偏度系数满足 $C_s = 0$ 。 $|C_s|$ 的大小反映了随机变量服从的分布偏离高斯分布的程度。

7. 峰度系数

峰度系数反映随机变量的概率密度函数的峰与具有相同方差的高斯分布的峰相比的陡峭程度,其表达式为:

$$C_k = E\{[x - E(x)]^4\} / E^2\{[x - E(x)]^2\} - 3 \quad (6-109)$$

如果 $C_k > 0$, 则分布的峰比同方差的高斯分布的峰陡峭; 相反, 如果 $C_k < 0$, 则分布的峰比同方差的高斯分布的峰平缓。高斯分布满足 $C_k = 0$ 。因此 $|C_k|$ 的大小反映了随机变量概率密度函数在对称情况下偏离高斯分布程度。

6.5 各种杂波统计分布拟合优度比较实验

这里分别采用德国宇航中心(DLR)提供的 ESAR 系统 Oberpfaffenhofen 地区获取的 L 波段极化数据和 NASA/JPL 提供的 AIRSAR 系统 San Francisco 海湾地区获取的 L 波段极化数据, 来考察 6.3 节基于乘积模型导出的 POLSAR 图像统计分布在不同杂波区域的拟合精度。图 1.5(b) 给出了 Oberpfaffenhofen 地区 POLSAR 图像的 RGB 伪彩色合成图像(其中 $|S_{HH}|$ 、 $|S_{HV}|$ 和 $|S_{VH}|$ 分别用红、绿、蓝三色表示), 图 1.4(b) 给出了 San Francisco 地区 POLSAR 图像的 RGB 伪彩色合成图像。图 1.5(b) 中的方形区域 1、2 分别对应机场周边区域和森林区域。图 1.4(b) 中的方形区域 1、2 和 3 分别对应海洋、公园和城市区域。Oberpfaffenhofen 地区的数据已经过 8 视处理, San Francisco 海湾地区的数据已经过 4 视处理。

在分布拟合效果的评估上, 我们采用定量和定性分析两种手段。定量分析利用的是 K-S 检验统计量, 统计量越小, 则分布拟合效果越好, 被检验分布越接近数据的真实分布。定性分析是同时作出数据直方图拟合曲线及各分布的 PDF 曲线, 分布 PDF 曲线越贴近数据直方图拟合曲线, 则该分布的拟合效果越好。高斯分布与 Wishart 分布的拟合效果不如 \mathcal{N}_p 分布和 \mathcal{S}_p^0 分布已成定论, 此处不对其进行讨论。

6.5.1 德国 E-SAR 实测极化数据

实验结果如表 6.2、表 6.3 和图 6.11 所示。从这些结果可以看出: 各个分布都能对机场周边区域和森林区域进行较好的拟合, 且几种分布的 K-S 检验统计量都在同一个数量级上。进一步观察发现, 在拟合效果上, 对机场周边区域来说, \mathcal{S}^0 分布的效果最好, \mathcal{S}'' 分布次之, \mathcal{S}^2 分布再次之, \mathcal{S}^1 分布较差, \mathcal{N} 分布最差, 不妨表示为 $\mathcal{S}^0 > \mathcal{S}'' > \mathcal{S}^2 > \mathcal{S}^1 > \mathcal{N}$; 而对森林区域来说, 则为 $\mathcal{N} > \mathcal{S}^1 > \mathcal{S}^2 > \mathcal{S}'' > \mathcal{S}^0$ 。

表 6.2 机场周边数据的参数估计值和 K-S 检验统计量

		\mathcal{N} 分布(α)	\mathcal{S}^0 分布(α)	\mathcal{S}^H 分布(ω)	\mathcal{S}^1 分布(ω)	\mathcal{S}^2 分布(ω)
HH	参数	1.9340	-2.5831	1.4589	1.3598	1.4444
	K-S	0.0916	0.0567	0.0617	0.0701	0.0634
HV	参数	1.2700	-1.8748	0.8081	0.7372	0.8174
	K-S	0.0933	0.0415	0.0378	0.0689	0.0503
VV	参数	1.9338	-2.4451	1.3905	1.3513	1.4074
	K-S	0.0804	0.0264	0.0451	0.0571	0.0487
平均	参数	1.7126	-2.3010	1.2192	1.1494	1.2231
	K-S	0.0884	0.0415	0.0482	0.0654	0.0541

表 6.3 森林区域数据的参数估计值和 K-S 检验统计量

		\mathcal{N} 分布(α)	\mathcal{S}^0 分布(α)	\mathcal{S}^H 分布(ω)	\mathcal{S}^1 分布(ω)	\mathcal{S}^2 分布(ω)
HH	参数	1.4440	-2.2569	1.0741	0.8769	1.0190
	K-S	0.0104	0.0756	0.0414	0.0211	0.0306
HV	参数	1.3951	-2.2424	1.0300	0.8041	0.9591
	K-S	0.0143	0.0905	0.0544	0.0376	0.0475
VV	参数	1.6035	-2.4953	1.2545	1.0274	1.1816
	K-S	0.0101	0.0785	0.0474	0.0356	0.0425
平均	参数	1.4809	-2.3315	1.1195	0.9028	1.0532
	K-S	0.0116	0.0815	0.0477	0.0314	0.0402

先看机场周边区域的情况。从图 1.5(b)可以看出,在机场周边选择的测试区域实际上是比较“粗糙”的,这种“粗糙性”不是由同类地物的散射起伏导致的,而是由测试区域内几类不同地物共存引起的。根据地物颜色的不同,从图 1.5(b)可以明显地看出,测试区域至少包含四类面积较大的不同地物,是典型的混合区域。虽然每类地物自身的起伏不大,甚至可能接近于均匀区域,但由于不同地物散射强度的不同,四类地物共存时会在统计上表现出较大的起伏。对于这种大起伏的区域(从数据本身的统计表现上可以认为是一种极不均匀区域), \mathcal{S}^0 分布的拟合效果要优于其他分布。

再看森林区域的情况。森林区域属于一般不均匀区域,与机场周边区域不同的是,选择区域仅包含森林一种地物,其不均匀性是由同类地物的散射起伏导致的。对于这种一般不均匀区域, \mathcal{N} 分布的拟合效果最佳。

总的来说,不管是机场周边极不均匀的混合区域,还是一般不均匀的森林区域, \mathcal{S}^2 分布的拟合效果都处于几种分布的中间位置,可以认为是比 \mathcal{S}^H 分布更好地对 \mathcal{N} 分布和 \mathcal{S}^0 分布的“折衷”,适合于同时对一般不均匀区域和极不均匀区域的数据进行描述。在数据拟合上, \mathcal{S}^H 分布与 \mathcal{S}^0 分布相近, \mathcal{S}^1 分布与 \mathcal{N} 分布相近,都不能算是很好的“折衷”。

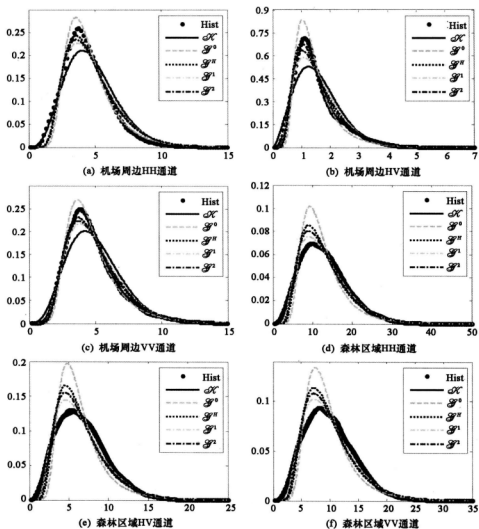


图 6.11 不同区域的统计分布拟合效果比较

6.5.2 美国 AIRSAR 实测极化数据

实验结果如表 6.4、表 6.5、表 6.6 和图 6.12 所示。从这些结果可以看出：

(1) 在各个区域的拟合效果上,对海洋区域来说(均匀区域),各个分布都能得到较好的拟合,其 K-S 检验统计量可认为在一个数量级上。其中 \mathcal{K} 分布和 \mathcal{S}^0 分布的拟合效果相当,但略次于 \mathcal{S}^H 分布、 \mathcal{S}^1 分布和 \mathcal{S}^2 分布,后三个分布对海洋区域的拟合效果非常好,各分布按拟合优度排列为 $\mathcal{S} \approx \mathcal{S}^H \approx \mathcal{S}^1 > \mathcal{S}^2 > \mathcal{K}$; 公园区域(一般不均匀区域)的拟合

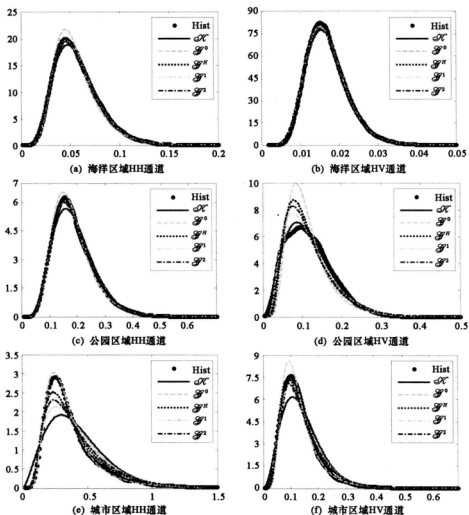


图 6.12 不同区域不同分布的拟合结果

效果次于海洋区域,各个分布的差别较为明显,其中以 \mathcal{K} 分布和 \mathcal{S}^1 分布的表现最好,各分布按拟合优度排列为 $\mathcal{K} > \mathcal{S}^1 > \mathcal{S}^2 > \mathcal{S}^H > \mathcal{S}^0$ 。这与 Oberpfaffenhofen 地区森林区域的实验结果完全一致;在城区区域(极不均匀区域)的拟合上, \mathcal{S}^0 分布表现出了独特的优越性,而 \mathcal{K} 分布的拟合效果最差,其平均 K-S 检验统计量与另外几个分布已不在一个数量级上。各分布按拟合优度排列为 $\mathcal{S}^0 > \mathcal{S}^H > \mathcal{S}^2 > \mathcal{S}^1 > \mathcal{K}$ 。综合上面三点可见, San Francisco 海湾地区的实验结果再次显示了 \mathcal{S}^2 分布强大的拟合能力。对于海洋等均匀区域,该分布可以得到最佳的拟合效果。对于森林植被等一般不均匀区域和城区等极不均匀区域,该分布是 \mathcal{K} 分布和 \mathcal{S}^0 分布最好的“折衷”。总体上, \mathcal{S}^H 分布与 \mathcal{S}^0 分布相近, \mathcal{S}^1 分布与 \mathcal{K} 分布相近。

表 6.4 海洋区域数据的参数估计值和 K-S 检验统计量

		\mathcal{N} 分布(a)	\mathcal{S}^0 分布(a)	\mathcal{S}^H 分布(ω)	\mathcal{S}^1 分布(ω)	\mathcal{S}^2 分布(ω)
HH	参数	2.9085	-3.4663	2.3254	2.2631	2.3231
	K-S	0.0188	0.0255	0.0056	0.0043	0.0038
HV	参数	7.8939	-7.8448	6.9098	6.9355	6.9370
	K-S	0.0254	0.0116	0.0184	0.0194	0.0189
VV	参数	6.4272	-7.2266	5.9230	5.8602	5.9074
	K-S	0.0060	0.0106	0.0066	0.0061	0.0063
平均	参数	5.7432	-6.1792	5.0527	5.0196	5.0558
	K-S	0.0167	0.0159	0.0102	0.0099	0.0097

表 6.5 公园区域数据的参数估计值和 K-S 检验统计量

		\mathcal{N} 分布(a)	\mathcal{S}^0 分布(a)	\mathcal{S}^H 分布(ω)	\mathcal{S}^1 分布(ω)	\mathcal{S}^2 分布(ω)
HH	参数	2.9230	-3.4193	2.3105	2.2646	2.3167
	K-S	0.0395	0.0115	0.0172	0.0236	0.0204
HV	参数	1.3450	-2.2669	0.9806	0.7295	0.8968
	K-S	0.0172	0.0769	0.0545	0.0415	0.0495
VV	参数	1.8547	-2.5895	1.3890	1.2423	1.3529
	K-S	0.0164	0.0541	0.0291	0.0190	0.0247
平均	参数	2.0409	-2.7586	1.5600	1.4121	1.5221
	K-S	0.0244	0.0475	0.0336	0.0280	0.0315

表 6.6 城市区域数据的参数估计值和 K-S 检验统计量

		\mathcal{N} 分布(a)	\mathcal{S}^0 分布(a)	\mathcal{S}^H 分布(ω)	\mathcal{S}^1 分布(ω)	\mathcal{S}^2 分布(ω)
HH	参数	1.1833	-1.6297	0.6155	0.6158	0.6594
	K-S	0.1294	0.0188	0.0568	0.1062	0.0717
HV	参数	1.4689	-2.0020	0.9239	0.8608	0.9344
	K-S	0.0876	0.0358	0.0419	0.0656	0.0433
VV	参数	1.3531	-1.8301	0.7868	0.7557	0.8140
	K-S	0.0924	0.0202	0.0365	0.0683	0.0415
平均	参数	1.3351	-1.8206	0.7754	0.7441	0.8026
	K-S	0.1031	0.0249	0.0451	0.0800	0.0522

(2)模型参数反映了区域的均匀程度:区域越均匀,则参数绝对值越大。以 \mathcal{S}^2 分布的参数 ω 为例。海洋、公园和城市区域的平均 ω 值分别为5.0558、1.5221和0.8026,表明这三个区域的均匀度依次递减,这与实际情况是吻合的。其他分布的粗糙度也服从同样的变化规律。

第7章 POLSAR 图像相干斑抑制处理

正如第6章所说,严格意义上讲,SAR 图像中的相干斑不是一种噪声,而是一种电磁散射现象。但是,从图像处理角度,将它看成一种类噪声,并欲除之而后快,因为相干斑噪声造成 SAR 图像解译困难,目标分类与识别性能下降。

多视处理是最常用的一种相干斑抑制技术。多视处理分为子孔径平均和邻域平均两种。在 SAR 成像过程中,通常进行子孔径平均,处理视数相当于 1~4 视,这对于大多数应用远远不够。Lee 等研究表明,多视处理不足将造成某些参数被过高估计或过低估计,如第5章提到的极化散射熵、各向同性系数等参数。增加处理视数是克服上述问题的有效途径,最简单、直接的方法是在图像域进行均值滤波,即采用矩形滑动窗内像素均值代替中心像素。尽管均值滤波具有以下优势:

- (1)易于操作实现;
- (2)能有效抑制均匀区相干斑噪声;
- (3)保留了图像均值,但它却以牺牲空间分辨率为代价。

为此,寻求更优的相干斑抑制方法成为 SAR 图像处理一项重要研究内容。

根据数据源的不同,SAR 相干斑抑制研究可分为单通道和多通道两类。对于单通道 SAR 图像来说,在瑞利分布模型下,已证实相干斑具有乘性噪声特性,且其滤波算法在众多文献中均已被广泛研究;对于多通道 SAR 图像来说,典型的如 POLSAR 图像,在协方差矩阵形式下,已证实其对角线元素具有乘性噪声特性,非对角元素同时兼具乘性噪声和加性噪声的特性。在信息保持方面,POLSAR 图像相干斑抑制不仅要保持图像空间分辨率,还要保持通道间相关性等特征。因此,POLSAR 图像相干斑抑制相对于单通道而言更为困难。

自 20 世纪 80 年代以来,POLSAR 图像相干斑抑制研究一直备受关注。截至目前,相干斑抑制方法可分为五类:

- (1)基于相对标准差的相干斑抑制;
- (2)基于线性最小均方误差准则的相干斑抑制;
- (3)基于最优纹理估计的相干斑抑制;
- (4)基于空域平均的类多视平均处理;
- (5)其他一些相干斑抑制。

其中前三类相干斑抑制方法为多通道输入、单通道输出,并假设通道间统计独立,从而破坏了原有图像中的极化信息、通道相关性等。

因此,为了兼顾相干斑抑制及纹理、极化信息等目标特征保持,POLSAR 图像相干斑

抑制需遵循以下准则:

(1)避免引入通道串扰:为避免引入通道串扰,协方差矩阵(或相干矩阵)各元素必须独立地进行滤波,且滤波程度需要保持一致;

(2)局部统计特性的保持:局部统计特性保持是指纹理局部均匀性不发生变化,也就是需要在均匀性相同的区域采用类多视平均处理方式进行滤波。

(3)局部极化散射特性的保持:需要对像素的极化散射机制进行鉴别,使得滤波时只对同极化散射机制的像素进行处理。

综观上述几类相干斑抑制算法,仅有类多视平均一类相干斑抑制才最接近上述目标。这类相干斑抑制采用一个矩形滑窗对 POLSAR 图像进行逐像素扫描。对于每个待扫描像素,筛选滑动窗内的均匀区(或同散射机制均匀区)像素估计中心像素真实值,估计滤波器为最小均方误差(MMSE)滤波。

章节安排为:7.1 节给出了单通道和多通道 SAR 图像乘性噪声模型;7.2 节介绍了单视、多视极化白化滤波这种基于相对标准差的相干斑抑制算法;7.3 节介绍了最优加权滤波和矢量滤波这两种基于线性均方误差准则的相干斑抑制算法;7.4 节介绍了 5 种基于最优纹理估计的相干斑抑制算法;7.5 节介绍了 4 种基于空域平均的类多视平均相干斑抑制算法。

7.1 相干斑噪声模型

许多专家认为,相干斑具有乘性噪声的特征,但他们指出,相干斑是一种电磁散射现象,而不是一种乘性噪声。然而,从图像处理观点看,相干斑在统计上可用乘性噪声模型来表征,以便于设计相干斑抑制、目标检测和 SAR 图像分类等算法。第 6 章研究发现,服从瑞利分布的单视或多视强度和幅度数据,其相对标准差为一恒定常数,且实验已证实实测 POLSAR 强度或幅度数据服从瑞利分布。这些事实均表明,相干斑具有乘性噪声图像数据所具有的典型特征,即局部标准差随着局部均值线性增大。对于协方差矩阵或相干矩阵形式的极化 SAR 数据来说,矩阵主对角线元素具有乘性噪声特征,非主对角线元素为乘性和加性噪声。本节首先介绍单通道 SAR 图像的相干斑噪声模型,然后介绍 POLSAR 图像噪声模型^[4]。

7.1.1 单通道 SAR 图像噪声模型

正如 6.3.1 节所述,单通道 SAR 图像可采用乘性噪声模型来表征其相干斑噪声,即

$$I(k, l) = g(k, l)n(k, l) \quad (7-1)$$

式中, $I(k, l)$ 为 SAR 图像中 (k, l) 处像素的强度数据, $g(k, l)$ 为相应的 RCS 分量, $n(k, l)$ 为单位均值和标准方差为 σ_n 的噪声。

在式(7-1)中,假设 $g(k, l)$ 和 $n(k, l)$ 统计独立。同时,省略 (k, l) 以简化描述。基

于该乘性噪声模型,测量数据均值为

$$E(I) = E(g) \quad \text{或} \quad \bar{I} = \bar{g} \quad (7-2)$$

该式表明, $E(I)$ 为反射系数的无偏估计。测量数据方差为

$$\text{Var}(I) = E[(I - \bar{I})^2] = E[(g(n-1) + (g - \bar{g}))^2] = (\text{Var}(g) + \bar{g}^2) \sigma_n^2 + \text{Var}(g) \quad (7-3)$$

对于均匀区域, $\text{Var}(g) = 0$, 于是有

$$\sigma_n = \sqrt{\text{Var}(I) / \bar{I}} \quad (7-4)$$

式中采用 \bar{I} 替代 \bar{g} , 因为根据(7-2)式可知, \bar{I} 等于 \bar{g} 。(7-4)式表明, 相干斑噪声标准方差 σ_n 等于均匀区域测量数据标准方差与均值之比, 即相对标准差。它是度量相干斑噪声水平的量, 且其值的大小依赖于 SAR 图像数据处理视数。

6.2.2 节已采用实测 POLSAR 数据在均值 - 方差二维平面上散布点验证了该乘性噪声模型, 如图 6.5 所示。图中乘性特性由经过原点的拟合直线表示。单视和 4 视强度数据的直线斜率分别为 0.94 和 0.52, 这与理论值 1 和 0.50 非常吻合, 从而验证了单通道 SAR 图像乘性噪声特性。

7.1.2 POLSAR 图像噪声模型

对于 POLSAR 图像来说, 其单视数据可采用一个极化散射矩阵表征。正如第 6 章一样, 多视数据是对单视协方差矩阵进行平均处理而得到, 而不是对极化散射矩阵。在互易条件下, 单视协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{Z} = \mathbf{k}_{3L} \mathbf{k}_{3L}^H = \begin{bmatrix} |S_{HH}|^2 & \sqrt{2} S_{HH} S_{HV}^* & S_{HH} S_{VV}^* \\ \sqrt{2} S_{HV} S_{HH}^* & 2|S_{HV}|^2 & \sqrt{2} S_{HV} S_{VV}^* \\ S_{VV} S_{HH}^* & \sqrt{2} S_{VV} S_{HV}^* & |S_{VV}|^2 \end{bmatrix} \quad (7-5)$$

式中 $\mathbf{k}_{3L} = [S_{HH} \quad \sqrt{2} S_{HV} \quad S_{VV}]^T$ 。根据(7-5)式, Span 总功率定义为

$$\text{Span} = |S_{HH}|^2 + 2|S_{HV}|^2 + |S_{VV}|^2 \quad (7-6)$$

为进行 POLSAR 图像相干斑抑制或数据压缩, 对邻域内像素进行多视平均处理, 则多视协方差矩阵可写为

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{k}_{3L}(i) \mathbf{k}_{3L}^H(i) = \begin{bmatrix} \langle |S_{HH}|^2 \rangle & \sqrt{2} \langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle & \langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle \\ \sqrt{2} \langle S_{HV} S_{HH}^* \rangle & 2 \langle |S_{HV}|^2 \rangle & \sqrt{2} \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle \\ \langle S_{VV} S_{HH}^* \rangle & \sqrt{2} \langle S_{VV} S_{HV}^* \rangle & \langle |S_{VV}|^2 \rangle \end{bmatrix} \quad (7-7)$$

式中, $\mathbf{k}_{3L}(i)$ 为第 i 个像素的测量矢量, N 为处理视数。 \mathbf{Z} 为 Hermitian 矩阵, 其统计特性在第 6 章已详细讨论。

POLSAR 图像相干斑抑制需对协方差矩阵 \mathbf{Z} 所有元素进行。协方差矩阵对角线元素为强度数据, 可用乘性噪声模型表征其相干斑噪声; 非对角元素相干斑噪声既不能采用乘性噪声模型单独表征, 也不能采用加性噪声模型单独表征。Lopez Martinez 已证实非对角

元素可采用乘性和加性混合噪声模型表征,且两种噪声所占比例由通道相关系数决定。当通道相关系数等于 1 时,完全为乘性噪声;等于 0 时,完全为加性噪声。在这两种极限情况之间则两种噪声均存在。图 7.1 给出了对角线元素和非对角线元素在均值 - 标准偏差平面上的散布图。所采用数据为 Les Landes 地区 JPL AIRSAR 极化数据。从图 7.1 可以看出,对角线元素 $|hh|^2$ 和 $|hv|^2$ 均表现出乘性噪声特征,但非对角线元素 vv^*hh 的实部和虚部却表现出非乘性噪声特征,它是乘性噪声和加性噪声的混合体。

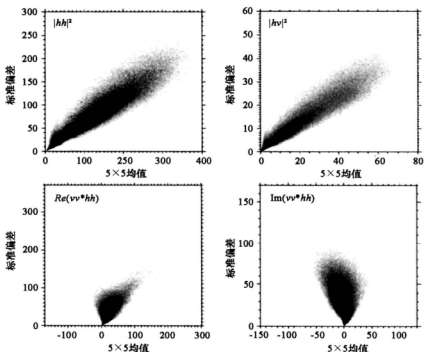


图 7.1 均值 - 标准偏差平面的散布图^[158]

7.2 基于相对标准差的相干斑抑制算法

前文研究表明,相对标准差是 SAR 图像相干斑噪声水平的度量,其值越大相干斑噪声强度就越高,因而 SAR 图像相干斑抑制就是以降低图像像素相对标准差为目标。大量实验已证明,Span 总功率相对于单通道 SAR 图像具有更低的相干斑噪声水平,而 Span 总功率实质等于各通道强度数据的加权和。受此启发,Novak 和 Burl 等提出将各通道数据进行最优加权,以期获得一幅相干斑噪声最低的功率图,从而得到了极化白化滤波器^[165]。

7.2.1 极化白化滤波(PWF)

首先,假设成功率数据具有如下 Hermitian 二次型:

$$z = \mathbf{X}^H \mathbf{A} \mathbf{X} \quad (7-8)$$

式中, \mathbf{X} 为目标测量矢量,其定义如式(6-2), \mathbf{A} 为一个正定(或半正定)Hermitian 矩阵;

其次,搜索一个最佳矩阵 \mathbf{A} ,使得合成强度图像具有最低的相干斑噪声水平,或 w 的相对标准差最小,即

$$J = \sqrt{\text{Var}(z)} / E(z) \quad (7-9)$$

式中 $\text{Var}(z)$ 和 $E(z)$ 分别为 z 方差和均值。为了便于优化函数 J ,或搜索最佳矩阵 \mathbf{A} ,先对式(7-9)进行简化处理。将式(7-8)代入式(7-9),结合矩阵分析理论,式(7-9)分母可写为

$$E[z] = E[\mathbf{X}^H \mathbf{A} \mathbf{X}] = \text{tr}(E[\mathbf{X} \mathbf{X}^H] \mathbf{A}) = \text{tr}(\mathbf{C} \mathbf{A}) = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \quad (7-10)$$

式中, $\mathbf{C} = E[\mathbf{X} \mathbf{X}^H]$, λ_i 为矩阵 $\mathbf{C} \mathbf{A}$ 特征值。因为 \mathbf{C} 和 \mathbf{A} 均为 Hermitian 矩阵,易证明 $\mathbf{C} \mathbf{A}$ 的特征值 λ_i 均为正实数。类似地,式(7-9)分子可写为

$$\text{Var}[z] = \text{tr}(\mathbf{C} \mathbf{A})^2 = \sum_{i=1}^3 \lambda_i^2 \quad (7-11)$$

将式(7-10)和(7-11)均代入式(7-9), J 可表示为矩阵 $\mathbf{C} \mathbf{A}$ 特征值的函数,即

$$J = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \lambda_i^2} / \sum_{i=1}^3 \lambda_i \quad (7-12)$$

这样式(7-9)的优化问题就转化为式(7-12)的寻优。对式(7-12)关于 λ_i 求偏导,得

$$\begin{cases} \lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_3(\lambda_3 - \lambda_1) = 0 \\ \lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2) + \lambda_3(\lambda_3 - \lambda_2) = 0 \\ \lambda_1(\lambda_1 - \lambda_3) + \lambda_2(\lambda_2 - \lambda_3) = 0 \end{cases} \quad (7-13)$$

求解该方程组得 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda$ 。易证明,此时 J 取得最小值 $1/\sqrt{3}$,且若令 $\mathbf{C} \mathbf{A}$ 的特征矢量为 \mathbf{u} ,则 $\mathbf{u} \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{u}^{-1} = \lambda \mathbf{I}$,进而

$$\mathbf{C} \mathbf{A} = \lambda \mathbf{I} \text{ 或 } \mathbf{A} = \lambda \mathbf{C}^{-1} \quad (7-14)$$

可见,最佳矩阵 \mathbf{A} 与矩阵 \mathbf{C} 的逆相差一个比例常数 λ 。

最后,不失一般性,令 $\lambda = 1$ 或 \mathbf{A} 为酉矩阵,将式(7-14)代入式(7-8),成功率

$$z_{\text{PWF}} = \mathbf{X}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X} \quad (7-15)$$

若令 $\mathbf{Y} = \mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{X}$,式(7-15)可写为 $w = \mathbf{Y}^H \mathbf{Y}$ 。这样,该滤波可理解为首先对 \mathbf{X} 进行白化滤波,消除 \mathbf{X} 各元素之间相关性,然后求取白化后矢量 \mathbf{Y} 的总功率,故该滤波俗称为极化白化滤波,缩写为 PWF(Polarimetric Whitening Filter)。

在反射对称情形,协方差矩阵 \mathbf{C} 具有如下简化形式:

$$C = \sigma_{\text{HH}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho\sqrt{\gamma} \\ 0 & 2\epsilon & 0 \\ \rho^*\sqrt{\gamma} & 0 & \gamma \end{bmatrix} \quad (7-16)$$

其中

$$\begin{cases} \sigma_{\text{HH}} = E[|S_{\text{HH}}|] \\ \epsilon = \frac{E[|S_{\text{HV}}|^2]}{E[|S_{\text{HH}}|^2]} \\ \gamma = \frac{E[|S_{\text{VV}}|^2]}{E[|S_{\text{HH}}|^2]} \\ \rho = \frac{E[S_{\text{HH}}S_{\text{VV}}^*]}{E[|S_{\text{HH}}|^2]E[|S_{\text{VV}}|^2]} \end{cases} \quad (7-17)$$

若将上式代入式(7-15),则 PWF 输出强度可表示为一个简单的代数表达式,即

$$z_{\text{PWF}} = \frac{|S_{\text{HH}}|^2}{\sigma_{\text{HH}}(1-|\rho|^2)} + \frac{|S_{\text{VV}}|^2}{\sigma_{\text{HH}}(1-|\rho|^2)\gamma} + \frac{|S_{\text{HV}}|^2}{\sigma_{\text{HH}}\epsilon} - \frac{2\text{Re}(\rho S_{\text{HH}}^* S_{\text{VV}})}{\sigma_{\text{HH}}(1-|\rho|^2)\sqrt{\gamma}} \quad (7-18)$$

式中 $\text{Re}(\cdot)$ 为复数实部运算。可见, PWF 输出强度实质等于 hh 、 hv 、 vv 三个通道强度数据和 hh 与 vv 通道相关项的线性加权。

7.2.2 相干斑抑制性能分析

为便于分析 PWF 和 Span 总功率相干斑抑制性能,假设合成强度具有如下简化形式

$$z = |S_{\text{HH}}|^2 + k_2 |S_{\text{HV}}|^2 + k_3 |S_{\text{VV}}|^2 \quad (7-19)$$

式中 k_2 和 k_3 为正实数。显然, Span 总功率为其特殊情形,即 $k_2 = 2$ 和 $k_3 = 1$ 时。

类似于前文分析,有

$$CA = \sigma_{\text{HH}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & k_3\rho\sqrt{\gamma} \\ 0 & 2k_2\epsilon & 0 \\ k_3\rho^*\sqrt{\gamma} & 0 & k_3\gamma \end{bmatrix} \quad (7-20)$$

其特征值可表示为

$$\lambda_1 = \sigma_{\text{HH}} k_2 \epsilon \quad (7-21)$$

$$\lambda_{2,3} = \sigma_{\text{HH}} \frac{(1+k_3\gamma) \pm \sqrt{(1+k_3\gamma)^2 - 4(1-|\rho|^2)k_3\gamma}}{2} \quad (7-22)$$

将式(7-21)和式(7-22)代入式(7-12),相对标准差可表示为

$$\frac{s}{m} = \frac{\sqrt{1+k_2^2\epsilon^2+k_3^2\gamma^2+2|\rho|^2k_3\gamma}}{(1+k_2\epsilon+k_3\gamma)} \quad (7-23)$$

采用前文类似的方法,省略推导过程,最佳合成强度数据为

$$w = |S_{\text{HH}}|^2 + \frac{(1+|\rho|^2)}{\epsilon} |S_{\text{HV}}|^2 + \frac{1}{\gamma} |S_{\text{VV}}|^2 \quad (7-24)$$

此时的相对标准差为

$$\frac{s}{m} = \sqrt{\frac{3+4}{9+6} \left| \frac{\rho}{\rho} \right|^2 + \left| \frac{\rho}{\rho} \right|^4} \quad (7-25)$$

显然 s/m 为 ρ 的函数, 且当 $\rho=0$ 时, $s/m=1/\sqrt{3}$; 当 $\rho \rightarrow 1$ 时, $s/m=1/\sqrt{2}$ 。也就是说, 采用式(7-19)的最佳滤波效果相当于 3 视处理, 鉴于 Span 总功率为该式的特殊情形, 因而 Span 总功率的相干斑抑制效果小于 3 视处理。也就是, 它的相干斑抑制效果不如 PWF。

7.2.3 多视极化白化滤波(MPWF)

根据前文分析可知, PWF 只能用于单视复数据滤波处理, 因为它采用目标散射矢量定义。然而, 将它直接拓展到协方差矩阵或相干矩阵的多视数据是可行的^[171]。

令参与多视平均的 L 个像素的 PWF 处理具有如下形式:

$$z_i = X_i^H C^{-1} X_i = \text{tr}(C^{-1} X_i X_i^H) \quad (7-26)$$

式中 X_i 为参与多视平均像素中第 i 个的测量矢量。若假设这些像素具有相同的期望协方差矩阵 C , 那么多视处理的 PWF 处理为

$$z_{\text{MPWF}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L w_i = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \text{tr}(C^{-1} X_i X_i^H) = \frac{1}{L} \text{tr}(C^{-1} \sum_{i=1}^L X_i X_i^H) = \text{tr}(C^{-1} Z) \quad (7-27)$$

其中 Z 为重采样平均协方差矩阵。

7.3 基于线性最小均方误差准则的相干斑抑制算法

尽管极化白化滤波具有最佳的相干斑抑制能力, 但它仅能输出一幅功率图, 且它要用到同极化通道 HH 和 VV 之间的相关系数, 在通道间相关系数未知情况下, 该滤波器失效。由此, Lee 等提出了一种基于乘性噪声模型的相干斑抑制滤波器——最优加权滤波器^[166]。该滤波器仅利用强度数据, 适用于单视和多视数据。

7.3.1 最优加权滤波

令 z_i 为某通道强度测量数据, 其乘性噪声模型可表示为

$$I_i = g_i n_i \quad (7-28)$$

式中, g_i 为反射系数项, n_i 为单位均值和标准方差为 σ_{n_i} 的噪声项, i 表示通道, 如 hh、hv 和 vv。则 g_i 的线性无偏估计可表示为

$$\hat{g}_1 = (I_1 + aI_2/\epsilon + bI_3/\gamma)/(1 + a + b) \quad (7-29)$$

式中, $\epsilon = E[g_2]/E[g_1]$, $\gamma = E[g_3]/E[g_1]$, a 和 b 为加权系数, 可通过线性均方误差最

小得到,即

$$J = E[(\hat{g}_1 - g_1)^2] \quad (7-30)$$

在均匀区,易知 $g_i = E[g_i]$,由此 g_1 无偏估计式变为

$$\hat{g}_1 = (g_1 n_1 + a g_1 n_2 + b g_1 n_3) / (1 + a + b) \quad (7-31)$$

将其代入式(7-30),并整理得

$$J = \frac{(1 + a^2 + b^2 + 2ab\rho_{23} + 2a\rho_{12} + 2b\rho_{13}) E[g_1^2] \sigma_{n_1}}{(1 + a + b)^2} \quad (7-32)$$

式中 ρ_{12} 、 ρ_{13} 和 ρ_{23} 为相关系数,其定义为

$$\rho_{ij} = \frac{E[(n_i - 1)(n_j - 1)]}{\sigma_{n_i} \sigma_{n_j}} \quad (7-33)$$

即为 n_i 和 n_j 之间的相关系数。

对 J 关于 a 和 b 求偏导数,整理得到

$$\begin{cases} (\rho_{23} - 1)a^2 + (\rho_{23} + \rho_{13} - 2\rho_{12})a + (1 - \rho_{23})ab + (1 - \rho_{13})b = 1 - \rho_{13} \\ (\rho_{23} - 1)b^2 + (\rho_{23} + \rho_{12} - 2\rho_{13})b + (1 - \rho_{23})ab + (1 - \rho_{12})a = 1 - \rho_{12} \end{cases} \quad (7-34)$$

对该方程组联立求得

$$\begin{cases} a = \frac{(1 - \rho_{13})(1 - \rho_{23} + \rho_{13} - \rho_{12})}{(1 - \rho_{23})(1 + \rho_{23} - \rho_{13} - \rho_{12})} \\ b = \frac{(1 - \rho_{12})(1 - \rho_{23} - \rho_{13} + \rho_{12})}{(1 - \rho_{23})(1 + \rho_{23} - \rho_{13} - \rho_{12})} \end{cases} \quad (7-35)$$

将式(7-35)代入式(7-29)就得到 g_1 估计值。 g_2 和 g_3 的估计值分别为 $g_2 = \epsilon_1 \hat{g}$, $g_3 = \gamma_1$ 。

结合式(7-31)和式(7-35), \hat{g}_1 的相对标准差为

$$\frac{\sqrt{\text{Var}(\hat{g}_1)}}{E[\hat{g}_1]} = \frac{\sqrt{1 + a^2 + b^2 + 2ab\rho_{23} + 2a\rho_{12} + 2b\rho_{13}}}{(1 + a + b)} \times \frac{\sqrt{\text{Var}(I_1)}}{E[I_1]} \quad (7-36)$$

为便于理解,令 $\rho_{23} = \rho_{12} = 0$,此时 $a = 1 + \rho_{13}$ 和 $b = 1$,代入上式得

$$\frac{\sqrt{\text{Var}(\hat{g}_1)}}{E[\hat{g}_1]} = \sqrt{\frac{1 + \rho_{13}}{3 + \rho_{13}}} \times \frac{\sqrt{\text{Var}(I_1)}}{E[I_1]} \quad (7-37)$$

该滤波器输出为三幅强度或幅度图像,这是与 PWF 的主要区别,但它同样没对方差矩阵非主对角元素进行滤波处理,相位信息也完全丢失。该滤波处理利用了极化通道之间的统计相关性,处理后,各通道数据完全相关。该滤波器同样可用于多极化数据或多视处理数据。

7.3.2 矢量滤波

上述滤波均假设通道间统计独立,且它们均利用极化多样性,或在极化域进行了滤波。然而,它们并没有在空域进行平滑处理。矢量滤波是线性均方误差滤波拓展到多维

的一般形式。它在极化域和空域同时进行滤波处理^[4]。

若令 $\mathbf{x} = [g_1 \ g_2 \ g_3]^T$ 和 $\mathbf{z} = [I_1 \ I_2 \ I_3]^T$, 其中 g_i 和 I_i 均为实数, 则式(7-28)的乘性噪声模型可写为矢量形式, 即

$$\mathbf{z} = \mathbf{V}\mathbf{x} \quad (7-38)$$

式中 $\mathbf{V} = \text{diag}\{n_1, n_2, n_3\}$ 为噪声项。假设 \mathbf{x} 的线性估计为

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{z} \quad (7-39)$$

式中 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 为三维矩阵, 可通过线性均方误差最小获得, 即

$$J = E[\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2] \quad (7-40)$$

分别关于 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 对式(7-40)求偏导数, 得

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{A}} = 0, E[\bar{\mathbf{x}}(\mathbf{x} - \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{B}\mathbf{z})^T] = 0 \quad (7-41)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{B}} = 0, E[\mathbf{z}(\mathbf{x} - \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{B}\mathbf{z})^T] = 0 \quad (7-42)$$

根据乘性噪声模型, 有 $E[\mathbf{z}] = \bar{\mathbf{x}}$, 代入(7-41)整理得有

$$\mathbf{A} = \mathbf{I} - \mathbf{B} \quad (7-43)$$

将该式代入式(7-42), 有

$$E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\mathbf{z}^T + \mathbf{B}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\mathbf{z}^T] = E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\mathbf{z}^T] + \mathbf{B}E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\mathbf{z}^T] = 0 \quad (7-44)$$

由于上式两项可简化为

$$\begin{aligned} E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\mathbf{z}^T] &= E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\mathbf{z}^T] - E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\mathbf{z}^T] \\ &= E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^T] \\ &= E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{V}] = \text{Cov}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (7-45)$$

$$\mathbf{B}E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\mathbf{z}^T] = \mathbf{B}\{\mathbf{z}\mathbf{z}^T - E[\mathbf{z}\mathbf{z}^T]\} = -\mathbf{B}\text{Cov}(\mathbf{z}) \quad (7-46)$$

式中 $\text{Cov}(\cdot)$ 表示协方差矩阵。将(7-45)式和(7-46)式代入式(7-44), 整理得

$$\mathbf{B} = \text{Cov}(\mathbf{x}) / \text{Cov}(\mathbf{z}) \quad (7-47)$$

综上所述, 将式(7-43)和式(7-47)代入式(7-39), 矢量滤波输出为

$$\hat{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{z} \quad (7-48)$$

式中 $\mathbf{M} = \text{Cov}(\mathbf{x})$, $\mathbf{P} = \text{Cov}(\mathbf{z})$ 。显然 \mathbf{P} 可利用滑动窗内像素直接估计, 而 \mathbf{M} 无法直接获得。不过, 它可通过乘性噪声模型间接获得。因为 n_i 和 n_j 的相关系数为 ρ_{ij} , 则有

$$E[n_i n_j] = 1 + \rho_{ij} \sigma_{n_i} \sigma_{n_j} \quad (7-49)$$

$$P_{ij} = E[(I_i - \bar{I}_i)(I_j - \bar{I}_j)] = E[n_i n_j] E[g_i g_j] - \bar{g}_i \bar{g}_j \quad (7-50)$$

由此, \mathbf{M} 第 (i, j) 处元素可表示为

$$M_{ij} = (P_{ij} - \rho_{ij} \sigma_{n_i} \sigma_{n_j} \bar{I}_i \bar{I}_j) / (1 + \rho_{ij} \sigma_{n_i} \sigma_{n_j}) \quad (7-51)$$

值得注意, 求解矩阵 \mathbf{M} 时, 必须保证

$$M_{ii} \geq 0 \text{ 和 } |M_{ij}| \leq \sqrt{M_{ii} M_{jj}} \quad (7-52)$$

7.4 基于最优纹理估计的相干斑抑制算法

如前所述,协方差矩阵主对角线元素具有乘性噪声特性,非对角线元素则为乘性噪声和加性噪声的混合。当满足一定假设条件时,整个协方差矩阵仍可用乘积模型作为其相干斑噪声模型。正是基于此,Lopes 给出了不同的先验条件下纹理因子的各种估计器^[170]。

7.4.1 ML 纹理估计

根据乘积模型,多视样本协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{Z}_g = g\mathbf{Z} \quad (7-53)$$

式中, g 为纹理因子, \mathbf{Z} 为均匀区样本协方差矩阵,其均值为 \mathbf{C} 。

若均匀区样本协方差矩阵 \mathbf{Z} 服从多元复 Wishart 分布(即式(6-6)),那么 L 视样本协方差矩阵 \mathbf{Z}_g 的条件概率密度为

$$p(\mathbf{Z}_g | g\mathbf{C}) = \frac{L^p |\mathbf{Z}_g|^{L-p} \exp(-L \frac{1}{g} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g))}{\pi^{p(p-1)/2} \Gamma(L) \cdots \Gamma(L-p+1) g^L |\mathbf{C}|^L} \quad (7-54)$$

其中 p 为 \mathbf{Z}_g 的维数。对单静态互易情形, $p=3$; 对双静态非互易情形, $p=4$ 。

对(7-54)式求对数似然函数 $l_f = \log p(\mathbf{Z}_g | g\mathbf{C})$, 并忽略常数项得

$$l_f(g) = -L \frac{1}{g} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) - Lp \log g \quad (7-55)$$

关于 g 对(7-55)式求偏导数得

$$\frac{dl_f}{dg} = L \frac{1}{g^2} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) - \frac{Lp}{g} = 0 \quad (7-56)$$

从而得到

$$\tilde{g}_{\text{ML}} = \frac{1}{p} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) \quad (7-57)$$

该式即为纹理因子 g 的最大似然纹理估计。由(7-57)式可知:

(1)最大似然纹理估计 \tilde{g}_{ML} 与 MPWF 输出仅相差一个常数项,即两者数学关系式为

$$\tilde{g}_{\text{ML}} = \frac{1}{p} z_{\text{MPWF}} \quad (7-58)$$

由此说明 ML 具有最优的相干斑抑制能力。

(2)最大似然纹理估计 \tilde{g}_{ML} 为纹理因子 g 的无偏估计,因为

$$E(\tilde{g}_{\text{ML}}) = \frac{1}{p} E(\text{tr}(\mathbf{C}^{-1} g\mathbf{Z})) = g \frac{1}{p} E(\text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z})) = \mu \frac{1}{p} p = \mu \quad (7-59)$$

结合(7-57)式,最大似然纹理估计 \tilde{g}_{ML} 可重写为

$$\tilde{g}_{\text{ML}} = gF \quad (7-60)$$

式中 $F = p^{-1} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z})$ 。其概率密度函数可通过均匀区域 MPWF 的概率密度函数得出。由 z_{MPWF} 服从 $\Gamma(z_{\text{MPWF}} | p; Lp)$ 分布可知, $F = p^{-1} w$ 服从 $\Gamma(F | 1; Lp)$ 分布。对于非均匀区域, 在 (7-60) 式类似的标量关系下, \tilde{g}_{ML} 的概率密度函数为

$$p(\mathbf{Z}_g) = \int_0^{+\infty} p(\mathbf{Z}_g | g\mathbf{C}) p(g) dg \quad (7-61)$$

式中利用 \tilde{g}_{ML} 代替样本协方差矩阵 \mathbf{Z}_g , 利用条件概率密度 $\Gamma(\tilde{g}_{\text{ML}} | g; Lp)$ 分布代替条件 Wishart 分布。若 g 为 Gamma 分布 $\Gamma(g | \tilde{g}; \alpha)$, 则 \tilde{g}_{ML} 服从 K 分布。可以证明, 这个无偏估计的方差为 $\text{Var}(\tilde{g}_{\text{ML}}) = g^2/Lp$, 能达到 Cramer-Rao 下限, 且变异系数(即标准差与均值之比)达到最小值 $1/\sqrt{Lp}$ 。可见, 最大似然纹理估计 \tilde{g}_{ML} 为 g 的有效估计。

7.4.2 MMSE 纹理估计

借鉴 ML 纹理估计形式, 若令最优纹理估计表达式为

$$\tilde{g}_{\text{MMSE}} = \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{Z}_g) = g \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{Z}) \quad (7-62)$$

其目的是寻求一个最优矩阵 \mathbf{A} , 使得最优纹理估计具有最小均方误差, 即

$$J = E(\tilde{g}_{\text{MMSE}} - g)^2 = E(\tilde{g}_{\text{MMSE}}^2) + E(g^2) - 2E(\tilde{g}_{\text{MMSE}}g) \quad (7-63)$$

为了下文书写方便, 省略下标 MMSE。

根据矩阵分析理论有

$$E(\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{Z})) = \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{C}) \quad (7-64)$$

$$E(\text{tr}^2(\mathbf{A}\mathbf{Z})) = \text{tr}^2(\mathbf{A}\mathbf{C}) + \frac{1}{L} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{C})^2 \quad (7-65)$$

将 (7-62) 式、(7-64) 式和 (7-65) 式代入 (7-63) 式, 有

$$J = E(g^2) \left[\text{tr}^2(\mathbf{A}\mathbf{C}) + \frac{1}{L} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{C})^2 + 1 - 2\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{C}) \right] \quad (7-66)$$

令 $\mathbf{A}\mathbf{C}$ 的特征值记为 ϵ_i , 则最小均方误差 J 可重写为

$$J = E(g^2) \left[\frac{1}{L} \sum_{i=1}^p \epsilon_i^2 + \left(\sum_{i=1}^p \epsilon_i \right)^2 + 1 - 2 \sum_{i=1}^p \epsilon_i \right] \quad (7-67)$$

求 J 关于 ϵ_i 的偏导, 令其为 0, 可得

$$\epsilon_i = L(1 - \sum_{i=1}^p \epsilon_i) = \frac{L}{Lp+1} \quad (7-68)$$

那么最优矩阵 $\mathbf{A} = (L/(Lp+1))\mathbf{C}^{-1}$, MMSE 最优纹理估计器为

$$\tilde{g}_{\text{MMSE}} = \frac{L}{Lp+1} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}_g) = \frac{L}{Lp+1} w = \frac{Lp}{Lp+1} \tilde{g}_{\text{ML}} \quad (7-69)$$

该估计的均值为 $g(Lp/(Lp+1))$, 方差 $\text{Var}(\tilde{g}_{\text{MMSE}}) = g^2 Lp/(Lp+1)^2$, 变异系数为 $1/\sqrt{Lp}$, 达到了 ML 估计变异系数的最小值。可见, MMSE 估计为纹理因子的有偏估计。

7.4.3 Gamma MAP 纹理估计

最大似然纹理估计利用了样本协方差矩阵的先验概率,本节将利用样本协方差矩阵的后验概率密度估计纹理因子。

在贝叶斯准则下,样本协方差矩阵的后验概率密度可表示为

$$p(g|\mathbf{Z}_g) = \frac{p(\mathbf{Z}_g|g)p(g)}{p(\mathbf{Z}_g)} \quad (7-70)$$

式中, $p(g)$ 为 g 的概率密度函数, $p(\mathbf{Z}_g|g)$ 为条件概率密度函数,可由协方差矩阵 \mathbf{Z} 服从 Wishart 分布得到, $p(\mathbf{Z}_g)$ 为 \mathbf{Z}_g 的概率密度函数。

若 g 的概率密度为

$$p(\mu) = \Gamma(g|\bar{g}; \alpha) = \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)\bar{g}} \left(\frac{g}{\bar{g}}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\alpha \frac{g}{\bar{g}}\right) \quad (7-71)$$

式中 \bar{g} 和 α 分别为 g 的尺度和形状因子。

将(7-71)式代入(7-61)式,根据文献[20]中积分公式 3.471.9, \mathbf{Z}_g 的概率密度函数为

$$p(\mathbf{Z}_g) = \frac{2|\mathbf{Z}_g|^{L-p} (\text{tr}(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}_g))^{(\alpha-Lp)/2} (\alpha L)^{(\alpha+Lp)/2}}{\pi^{p(p-1)/2} \Gamma(L) \cdots \Gamma(L-p+1) \Gamma(\alpha) \bar{g}^{(\alpha+Lp)/2} |\mathbf{C}^{-1}|^L K_{\alpha-Lp} \left(2\sqrt{\alpha L \frac{\text{tr}(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}_g)}{\bar{g}}}\right)} \quad (7-72)$$

该式即为样本协方差矩阵的 K 分布。

将(7-71)式和(7-72)式代入(7-70)式可得样本协方差矩阵的后验概率密度。类似地,关于 g 对后验概率密度似然函数求偏导,整理得

$$\frac{d}{dg} \log p(\mathbf{Z}_g | g\mathbf{C}) + \frac{d}{dg} \log p(g) = \left[L \frac{1}{g^2} \text{tr}(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}_g) - \frac{Lp}{g} \right] + \left[\frac{\alpha-1}{g} - \frac{\alpha}{\bar{g}} \right] = 0 \quad (7-73)$$

显然该方程中第一个中括号项为 ML 估计的贡献量,第二个中括号项为先验分布的贡献量。纹理因子 g 的 Wishart Gamma-MAP 估计器为

$$\bar{g}_{\text{GMAP}} = \bar{g}(\alpha - Lp - 1)/2\alpha + \bar{g} \sqrt{(\alpha - Lp - 1)^2 + 4\alpha L \text{tr}(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}_g)/\bar{g}}/2\alpha \quad (7-74)$$

这是单通道到 p 通道 L 视 Gamma Gamma-MAP 滤波器和单视到 L 视 p 通道 L 视 Gaussian Gamma-MAP 滤波器的推广。进一步,可得

$$\bar{g}_{\text{GMAP}} = \bar{g}(\alpha - Lp - 1)/2\alpha + \bar{g} \sqrt{(\alpha - Lp - 1)^2 + 4\alpha L p \bar{g}_{\text{ML}}/\bar{g}}/2\alpha \quad (7-75)$$

与一维 Gamma Gamma-MAP 估计器相比,基于极化数据得到的纹理随机变量更精确。与 Gaussian Gamma-MAP 估计器相比,利用 L 视数据代替单视数据进行估计,使得估计器具有更广泛的应用范围。

7.4.4 ME - MAP 纹理估计

Gamma MAP 纹理估计用到的先验信息是待估计量的概率密度函数,如果已知的只是待估计量取值范围、均值、方差或高阶矩等先验信息,则有必要先通过某种途径获得概率密度函数,然后再利用概率密度函数进行 MAP 估计。根据已知限定条件获取概率密度函数的一种途径是最大熵(Maximum Entropy, ME)法。

纹理因子 g 在 $[0, +\infty]$ 上的熵 H 的定义为

$$H = - \int_0^{+\infty} p(g) \log p(g) dg \quad (7-76)$$

最大熵法是在对包含先验信息的 g 一定约束条件下,对 H 最大化。约束条件通常近似为 $A_k(g)$ 的一阶矩,其中 $A_0(g) = 1, d_0 = 1$ 。

$$E(A_k(g)) = \int_0^{+\infty} A_k(g) p_n(g) d\mu = d_k, \quad k = 0, 1, \dots, K \quad (7-77)$$

基于 Lagrange 乘因子法求最大熵 H , 可得到

$$p(g) = \frac{1}{Z} \exp \left[- \sum_{k=1}^K \lambda_k A_k(g) \right] \quad (7-78)$$

其中

$$Z(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K) = \int_0^{+\infty} \exp \left[- \sum_{k=1}^K \lambda_k A_k(g) \right] dg \quad (7-79)$$

为配分函数, λ_k 为 $\partial \log Z / \partial \lambda_k = -d_k$ 的解^[26]。

根据 ME 法,如果知道 μ 的取值范围 $[g_{\min}, g_{\max}]$, 则 ME 概率密度函数是 $[g_{\min}, g_{\max}]$ 上的均匀分布,若 g_{\min} 为 0, g_{\max} 为无穷, 则 ME - MAP 估计器为 ML 估计器;若仅知道待估计量 g 的均值 \bar{g} , 则 ME - MAP 估计为式(7-81)所示的指数 MAP(Exp - MAP)估计器;如果纹理因子的对数均值已知, 则 ME - MAP 估计为 Gamma - MAP 估计器;若仅知道纹理方差, 此时得不到纹理估计简单的解析解, 但可以用线性最小均方误差(标量 LMMSE)估计器得到一个非最优的简单解析解。

若(7-77)式中 $K=1$, 且 $A_1(g) = g, d_1 = E(g) = \bar{g}$, 可得到 $p(g)$ 的解为^[1]

$$p(g) = \frac{1}{d_1} \exp \left(- \frac{g}{d_1} \right) = \frac{\bar{g}}{g} \exp \left(- \frac{g}{\bar{g}} \right) \quad (7-80)$$

上式为单位方差指数分布的表达式, 即 $\Gamma(g | \bar{g}; 1)$ 分布。将(7-80)式代入(7-73)式中, 可得到 Exp - MAP 纹理估计, 为(7-75)式中 Gamma MAP 估计形状因子 $\alpha=1$ 的特殊情况, 即

$$\bar{g}_{\text{Exp}} = Lp\bar{g}/2 + \bar{g} \sqrt{Lp^2 + 4Lp\bar{g}_{\text{ML}}/\bar{g}}/2 \quad (7-81)$$

这种情况是介于极度不均匀区域($\alpha \rightarrow 0$)和均匀区域($\alpha \rightarrow \infty$)的中间情况。当参数 Lp 趋向于无穷时, Exp - MAP 估计器退化为 ML 估计器。在非均匀区域, 上述两种估计器并不是最优的纹理估计器, 因为其没有利用纹理因子统计量的信息。

7.4.5 矢量 LMMSE 纹理估计

对于方差已知情况,令 $A_2(g) = g^2$ 对应先验的方差参数,利用文献[20]中的积分公式,得到最大熵方法中

$$Z(\lambda_1, \lambda_2) = (2\lambda_2)^{-1/2} \exp(\lambda_1^2/8\lambda_2) D_{-1}(\lambda/\sqrt{2\lambda_2}) \quad (7-82)$$

其中 $D_{-1}(\cdot)$ 是阶数为 -1 的抛物柱面函数。(7-82) 式中 λ_1, λ_2 没有简单的解析解,但通过标量 LMMSE 估计可得到一种非最优的解析解。

根据(7-60)式标量乘积模型,利用强度 LMMSE 滤波器,我们可以得到

$$\tilde{g}_{\text{LMMSE}} = \tilde{g}_{\text{ML}}\omega + (1-\omega)E(\tilde{g}_{\text{ML}}) \quad (7-83)$$

式中 $E(\tilde{g}_{\text{ML}}) = \tilde{g}$ 和 $\omega = \text{Var}(g)/\text{Var}(\tilde{g}_{\text{ML}})$ 。该估计参数 ω 是局部纹理方差的递增函数,表示局部区域的均匀性,因而该估计非常适合于空间自适应滤波,可用于非均匀区域滤波。

综上所述,纹理估计的主要优点是充分利用了纹理的先验信息,并充分利用了斑点乘积模型,从而能极大程度的抑制相干斑,并较好的保持纹理特征。但从前面几种纹理估计器的表达式发现,最优纹理估计充分利用极化通道间的相关性后只得到一幅纹理图像,与极化白化滤波和原始的最优权值滤波一样,损失了数据的极化信息。

7.4.6 实验比较

7.4.1 节~7.4.5 节分别介绍了 5 种纹理估计。本节将利用两幅 AIRSAR 系统获取的 L 波段原始 4 视实测图像验证上述几种纹理估计的性能。一幅为美国 San Francisco 海湾地区的极化数据,图 7.2(a) 为其对应的 Pauli 基合成后数据伪彩色图像,图像尺寸为 226×236 。该场景包括城区、海洋和高尔夫球场;另一幅为荷兰 Flevoland 地区的极化数据,图

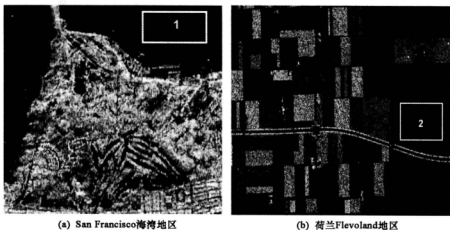


图 7.2 Pauli 基合成伪彩图

7.2(b)给出了该数据的伪彩色图像,图像尺寸为 370×450 。该场景主要包含大片农田。扫描窗口尺寸为 9×9 。考虑到 MMSE 与 ML 纹理估计仅相差一个常数,因而两者在相干斑抑制效果上是等价的。同时,与 MMSE 估计相比,ML 估计为纹理因子的无偏估计,因此,在下面的实验中只对 ML 估计进行实验验证与分析。

图 7.3 与图 7.4 分别给出了美国 San Francisco 海湾地区与荷兰 Flevoland 地区的 ML、Gamma - MAP、Exp - MAP、标量 LMMSE 估计的纹理估计图。可以看出:

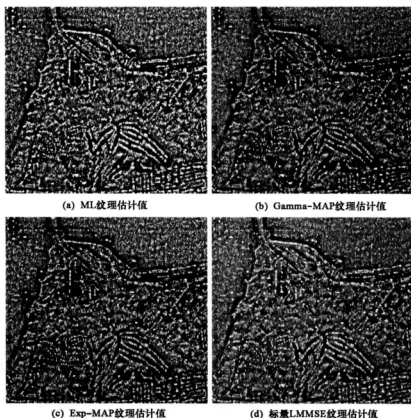


图 7.3 San Francisco 海湾地区全极化数据纹理估计图

(1)从纹理细节保持来看,这里纹理估计图的地物细节信息得到了不同程度的增强,其因为它们均滤出了相干斑噪声项;

(2)从相干斑抑制效果看,ML 纹理估计最差,Gamma - MAP 纹理估计和标量 LMMSE 纹理估计最强,Exp - MAP 纹理估计介于两者之间。这与理论分析是一致的,因为 Gamma - MAP 纹理估计、标量 LMMSE 纹理估计中所用的为局部区域的真实方差,该局部统计量包含了区域均匀度的信息,而 ML 与 Exp - MAP 估计器中使用的是与局部均匀度无关的方差,无法体现局部区域的均匀度信息,因此使用局部统计量的 Gamma - MAP、标量 LMMSE 纹理估计器非常适用于斑点滤波中。

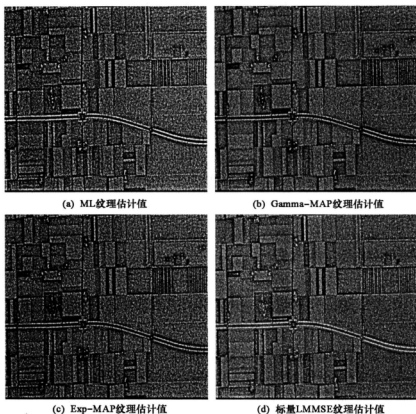


图 7.4 荷兰 Flevoland 地区全极化数据纹理估计图

为了定量评估这些纹理估计方法性能,分别在两幅场景中截取均匀区域进行分析验证,如图 7.2 所示。表 7.1 给出了两块均匀区域对应的均值、标准差、变异系数以及等效视数。从该表可以看出:

(1)对于所选的均匀区域 1、2,几种纹理估计器的均值都接近于 1,这是因为这里的纹理因子都经过了归一化处理。

(2)与理论上无偏的 ML、标量 LMMSE 估计器相比,Gamma - MAP、Exp - MAP 估计器的均值偏差相对较大,但该偏差仍在纹理估计可以接受的范围內;

(3)在四种纹理估计器中,按等效视数由小到大,标准差与变异系数由大到小排列对应的估计器分别为 ML、Exp - MAP、Gamma - MAP、标量 LMMSE 纹理估计器。由于等效视数和标准差、变异系数都是分别反映区域均匀度的参数,均匀区域 1、2 滤波实验计算得到的三种参数大小反映了相干斑抑制的程度。等效视数越大、标准差与变异系数越小,区域越均匀,相干斑抑制程度越高,区域平滑效果越好,表 7.1 中不同纹理估计器的参数统计结果与目视效果相符。

表 7.1 两块均匀区域纹理估计器的性能参数统计

区域 1	均值	标准差	等效视数	变异系数	区域 2	均值	标准差	等效视数	变异系数
ML	0.9947	0.3706	7.2034	0.3726		0.9967	0.3451	8.3401	0.3463
Exp - MAP	0.9468	0.3320	8.1339	0.3506		0.9563	0.3169	9.1063	0.3314
Gamma - MAP	0.9433	0.2619	12.9716	0.2777		0.9520	0.2495	14.5566	0.2621
LMMSE	0.9986	0.2363	17.8583	0.2366		0.9976	0.2236	19.9073	0.2241

综上所述,从相干斑抑制效果考虑,标量 LMMSE 纹理估计器的相干斑抑制效果最好, Gamma - MAP 估计器次之,而 Exp - MAP 与 ML 估计器抑制相干斑的效果较差;但从保持图像细节与空间分辨率来看,ML 估计器对图像细节信息与空间分辨率保持的最好,而 Exp - MAP、Gamma - MAP 与标量 LMMSE 纹理估计器保持细节信息与空间分辨率的效果依次变差。因此,在实际应用时需要折中考虑相干斑抑制与保持空间分辨率的要求,根据具体需求选择合适的纹理估计器。

7.5 基于空域类多视平均的相干斑抑制算法

前面三类相干斑抑制算法均利用了通道间的统计相关。从理论上讲,这必将在协方差矩阵各元素之间引入通道串扰,丢失了目标极化信息得不到保持。为了保持极化信息,避免引入通道串扰,借鉴多视处理思想, Lee 等提出了一种结合边缘检测窗和 MMSE 的滤波算法——改进 Lee 滤波^[172]。该滤波器采用一个矩形窗对 POLSAR 图像进行逐像素扫描。对于每个扫描像素,首先利用边缘检测窗在扫描窗口内筛选非边缘像素,然后利用这些像素进行 MMSE 滤波。

7.5.1 改进 Lee 滤波

Span 图像是 hh 、 hv 、 hw 通道强度数据之和,它具有更低的相干斑噪声水平。选择 Span 图像来选取均匀区像素和计算滤波权重。地物在不同通道的散射响应是不同的,而这些差异将集中体现在 Span 图像里。一旦边缘窗选取之后,窗内的像素将被用于计算协方差矩阵的均值和滤波权重,并被用于协方差矩阵每个元素的滤波。该方法不要求计算协方差矩阵所有元素的局部方差,因为滤波权重是通过 Span 图像确定的,只有 Span 图像的局部方差才被用于滤波权重的计算,采用相同的滤波权重提高了算法的效率。协方差矩阵各个元素都独立地进行滤波,用同样的边缘检测和滤波权重对协方差矩阵所有元素进行滤波,使得极化信息得到了保持,而且图像锐度也得到了保持,该滤波器可采用 7×7 或 9×9 的滑动窗,也可以采用 11×11 或者 5×5 的窗。大的窗口具有更好的滤波效果,小的窗口则能更好地保持纹理信息。该滤波器的具体步骤有如下三步。

1. 均匀区像素选取

为了保持边缘锐度,这里利用非矩形边缘检测窗来选取均匀区像素。图 7.5 给出了八个方向的非矩形边缘检测窗。在每个边缘检测窗中,黑色区为边缘纹理像素,白色区域为均匀像素。滤波时只有均匀区像素参与滤波运算。由于均匀区像素与中心像素具有相似的电磁辐射特性,因而能够提供较好的相干斑抑制效果。矩形窗内通常包含了多种电磁辐射特性不同的像素,若不加区分将造成图像边缘模糊。

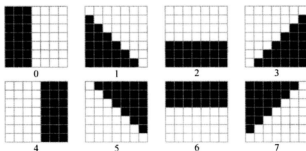


图 7.5 非矩形边缘检测窗

非矩形边缘检测窗的选取方法分为两步:

(1) 边缘方向确定。首先将 7×7 扫描窗分成 9 个 3×3 子窗口,并计算每个子窗内像素的 Span 总功率均值,得到一个 3×3 的子均值矩阵,如图 7.6 所示。采用像素均值降低相干斑噪声对边缘方向检测性能的影响。然后,通过边缘检测算子与均值矩阵的点乘运算确定边缘方向。点乘运算为 Matlab 程序中两个矩阵对应元素相乘,运算结果仍为矩阵。这里选择四个边缘检测算子,即

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

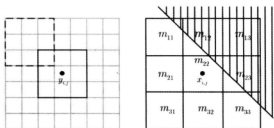


图 7.6 边缘检测窗口选取

当然,也可采用 Sobel 等其他边缘检测算子,但在有噪声污染的情况下,这些算子并不能可靠地检测出边缘方向。上述算子分别与均值矩阵点乘运算得到四个矩阵,在这些矩阵元素之和的绝对值中,最大值对应的就是边缘方向。

(2)非矩形边缘检测窗的确定。对于每个边缘方向,根据均值矩阵中垂直于边缘方向的两个元素与中心元素的相近程度来选取非矩形窗。例如,若 m_{ij} 表示均值矩阵元素的取值, m_{31} 比 m_{13} 更接近 m_{22} , 选取图 7.5 中非矩形窗 5 参与下一步的滤波处理。

2. 滤波权重计算

在上述非矩形窗内, Span 总功率被用于滤波权重计算。由于 Span 总功率等于各通道强度数据之和,因而 Span 图像中的相干斑噪声仍可采用乘性噪声模型表征。若令 I 为中心像素, n 为单位均值和方差为 σ_n^2 的噪声项, g 为纹理因子,根据乘性噪声模型

$$I = gn \quad (7-84)$$

纹理因子估计值 \hat{g} 可表示为先验均值 \bar{g} 和测量值 I 的线性加权组合,即

$$\hat{g} = a\bar{g} + bI \quad (7-85)$$

式中 a 和 b 为滤波权重,可通过线性均方误差(LMMSE)最小计算。也就是,对

$$J = E[(\hat{g} - g)^2] \quad (7-86)$$

分别关于 a 和 b 求偏导,整理得

$$\frac{\partial J}{\partial a} = 0, \quad E[\bar{g}(a\bar{g} + bI - g)] = 0 \quad (7-87)$$

$$\frac{\partial J}{\partial b} = 0, \quad E[I(a\bar{g} + bI - g)] = 0 \quad (7-88)$$

考虑到均匀区 $E[I] = \bar{g}$, 由式(7-87)有

$$a = 1 - b \quad (7-89)$$

将该式代入式(7-88),并整理得

$$E[I(g - \bar{g}) + b(\bar{g} - I)I] = 0 \quad (7-90)$$

注意到上式中两项可分别简化为

$$\begin{aligned} E[I(g - \bar{g})] &= E[gn(g - \bar{g})] = E[g(g - \bar{g})] \\ &= E[g(g - \bar{g}) - \bar{g}(g - \bar{g})] = E[(g - \bar{g})^2] \end{aligned} \quad (7-91)$$

$$\begin{aligned} E[b(\bar{g} - I)I] &= bE[(\bar{I} - I)I] \\ &= bE[(\bar{I} - I)I - \bar{I}(\bar{I} - I)] = -bE[(I - \bar{I})^2] \end{aligned} \quad (7-92)$$

上述推导中利用了 $E[\bar{g}(g - \bar{g})] = \bar{g}E[(g - \bar{g})] = 0$ 和 $\bar{I} = E[I] = \bar{g}$ 。将式(7-91)和式(7-92)都代入式(7-90),并整理得

$$b = \text{Var}(g) / \text{Var}(I) \quad (7-93)$$

式中, $\text{Var}(I)$ 为局部方差, $\text{Var}(g)$ 为纹理因子方差。对于非均匀区, $\text{Var}(g)$ 很大,此时 $b \approx 1$ 和 $a \approx 0$,代入式(7-85)有 $\hat{g} = I$;对于均匀区, $\text{Var}(g) \approx 0$,此时 $b \approx 0$ 和 $a \approx 1$,代入式(7-85)有 $\hat{g} = \bar{I}$ 。也就是说,该滤波器是自适应的,其滤波权重依赖于局部均匀程度和 σ_n^2 。

在计算权重系数时, $\text{Var}(I)$ 可直接在非矩形窗内计算,而根据式(7-3) $\text{Var}(g)$ 计算式为

$$\text{Var}(g) = \frac{\text{Var}(I) - \bar{I}^2 \sigma_n^2}{1 + \sigma_n^2} \quad (7-94)$$

式中, \bar{I} 为 I 局部均值, σ_n^2 为 Span 总功率图中相干斑噪声强度。需要指出,采用式(7-

94)时,由于采样点不足或采用了大于正常值的 σ_n^2 , $\text{Var}(g)$ 可能为负值。为确保 b 介于 0 至 1 之间,此时令 $\text{Var}(g) = 0$ 。

3. LMMSE 滤波

在上述非矩形窗内,采用相同的权重系数 b ,协方差矩阵各元素的线性均方误差估计为

$$\hat{C}_{i,j} = \bar{C}_{i,j} + b(C_{i,j} - \bar{C}_{i,j}) \quad (7-95)$$

式中 $C_{i,j}$ 为协方差矩阵第 i 行和 j 列元素, $\bar{C}_{i,j}$ 为其局部均值。其矩阵形式为

$$\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C} + b(\mathbf{C} - \mathbf{C}) \quad (7-96)$$

式中 $\bar{\mathbf{C}}$ 为协方差矩阵局部均值,可直接在非矩形窗内计算。

根据式(7-96)可知,该滤波器无需计算 \mathbf{C} 的方差,只需计算 Span 总功率的方差,以便求解滤波权重 b ,因此该滤波运算量较小。特别注意, b 的计算式是基于乘性噪声模型导出,而协方差矩阵的非主对角线元素为乘性噪声和加性噪声的组合。现有研究已表明,加性噪声的 MMSE 滤波器与乘性噪声的具有相同的形式,除了权重系数计算之外。为保持各通道的相关系数,非主对角线元素和主对角线元素有必要采用一致的滤波器和相同的滤波系数。否则,通道间相关系数将被改变,甚至出现大于 1 的情况。

7.5.2 IDAN 滤波

尽管采用非矩形窗提高了边缘纹理的保持效果,但仅用几种简单几何形状或方向难以描述千变万化的边缘纹理。改进 Lee 滤波采用非矩形窗的根本目的是选取与中心像素统计特性一致的像素或均匀区像素。与此类似,Vasile 等提出了一种基于区域增长技术和 Sigma 滤波的极化 SAR 图像相干斑抑制方法^[292]。该方法采用区域增长技术自适应地选取均匀区像素,然后采用类似改进 Lee 滤波的方法对中心像素进行滤波。Sigma 滤波则选取介于二倍 Sigma 置信区间的像素参与滤波。因为根据乘性噪声模型,均匀区 95% 的像素介于二倍 Sigma 置信区间,即 $[\bar{g} - 2\bar{g}\sigma_n, \bar{g} + 2\bar{g}\sigma_n]$,其中 \bar{g} 为先验均值, σ_n 为噪声标准差。

基于区域增长技术和 Sigma 滤波的均匀区像素选取是利用 Pauli 基矢量强度数据,即

$$\mathbf{u} = [|S_{HH} + S_{VV}|^2 \quad |S_{HH} - S_{VV}|^2 \quad 2|S_{HV}|^2]^T \quad (7-97)$$

其基本原理为:以待滤波像素为中心,沿八个方向向外辐射,逐一筛选相邻像素,若相邻像素取值介于单或双倍 Sigma 置信区间,则认为该像素为均匀区像素,否则,该像素为非均匀区像素,并直接进入下一相邻像素。终止条件为:若所有相邻像素筛选完毕,或均匀区像素个数达到某个上限值。具体流程采用如下两阶段区域增长实现。

1. 第一阶段

(1)粗略估计先验均值 $\bar{\mathbf{u}}$:对每个待滤波像素 $\mathbf{u}(m, n)$,在以该像素为中心的 3×3 矩形成窗内,选取窗内像素的中值作为先验均值的初始估计值 $\bar{\mathbf{u}}$ 。

(2)初始区域增长:以 Sigma 置信区间 $[\bar{\mathbf{u}} - \frac{2}{3}\bar{\mathbf{u}}\sigma_n, \bar{\mathbf{u}} + \frac{2}{3}\bar{\mathbf{u}}\sigma_n]$ 为依据,采用区域增长

技术对相邻像素进行逐一筛选。考虑到三个强度数据参与运算,该依据等效为

$$\sum_{l=1}^3 \frac{|u_i(k, l) - \bar{u}_i(m, n)|}{|\bar{u}_i(m, n)|} \leq 2\sigma_n \quad (7-98)$$

式中 $\bar{u}_i(m, n)$ 为先验均值初始估计值。选择 Sigma 置信区间是为了降低相干斑噪声对下一阶段先验均值精确估计影响,因为此时仅有 50% 采样点介于该区间上。

2. 第二阶段

(1) 精确估计先验均值 \bar{u} : 对上一阶段获得的均匀区像素进行平均处理,以获得先验均值的精确估计 \bar{u} 。

(2) 第二次区域增长: 以双倍 Sigma 置信区间 $[\bar{u} - 2\bar{u}\sigma_n, \bar{u} + 2\bar{u}\sigma_n]$ 为依据,对上一阶段非均匀区像素进行再次筛选。同样,考虑到三个通道强度数据,该依据等效为

$$\sum_{l=1}^3 \frac{|u_i(k, l) - \bar{u}_i(m, n)|}{|\bar{u}_i(m, n)|} \leq 6\sigma_n \quad (7-99)$$

式中 $\bar{u}_i(m, n)$ 为先验均值精确估计值。

均匀区像素选取之后,采用类似改进 Lee 滤波第二、三步方法对中心像素进行滤波处理。也就是,首先基于 Span 总功率图利用均匀区像素计算滤波权重,然后利用矩阵形式 LMMSE 滤波器对中心像素进行滤波。相较于改进 Lee 滤波,该滤波器的优势在于:

- (1) 均匀区像素不是在固定扫描窗内筛选,因而能够获得更好的相干斑抑制效果;
- (2) 均匀区像素是利用像素局部统计特性选取的,而不是利用简单的边缘检测窗,因而具有较好的边缘纹理保持效果。

然而,采用区域增长技术需不断跟踪像素间是否连通,从而极大地增加了算法的运算量。与此同时,对称 Sigma 置信区间应用于服从非对称分布 SAR 图像将造成有偏估计。

7.5.3 基于散射模型的相干斑抑制

前文研究表明,无论是改进 Lee 滤波,还是 IDAN 滤波,在像素筛选时均选取统计特性一致的像素用于 LMMSE 滤波。也就是它们均只考虑了图像边缘纹理信息的保持。实际上,除了边缘纹理信息之外, POLSAR 图像中还包含有散射特性等其他目标信息,而统计特性相同的像素有可能包含有不同的散射特性。

为了尽可能地保持 POLSAR 图像目标信息, Lee 等提出了一种基于散射模型的相干斑抑制方法^[63]。其基本原理为:首先对 POLSAR 图像进行散射分类,然后根据分类结果筛选与中心像素同一类别的像素参与滤波运算。最初,他们尝试直接基于 Freeman - Durden 分解的分类结果筛选同一类别的像素,然后对中心像素进行均值滤波,其结果造成大量边缘纹理的平滑。接着,他们采用 LMMSE 滤波替代将均值滤波,尽管边缘纹理信息保持得到改善,但仍无法达到改进 Lee 滤波,或 IDAN 滤波的效果。最后,他们认为,最佳的滤波组合方式为:首先采用基于 Freeman - Durden 分解和 Wishart 距离度量的无监督分类对 POLSAR 图像进行分类,然后基于该分类结果筛选像素进行 LMMSE 滤波。其具体实施步骤归纳如下三步。

1. Freeman - Durden 分解

Step 1 散射分类:利用 Freeman - Durden 分解将极化 SAR 图像所有像素分为三种散射类别,即表面散射(S)、偶次散射(DB)和体散射(V)。对于每个像素而言,依据上述三种典型散射对整个后向散射的贡献率来确定其散射类别,即若某种典型散射对后向散射贡献率最大,则它就被指定为该像素的散射类别。

2. 基于 Wishart 距离度量的无监督分类

Step 2 类别初始化:对于每种散射类别,根据该类像素 Span 总功率直方图,将其细分为 30 个或更多子类,且每一子类的像素个数大致相同。

Step 3 类别合并:利用子类间的距离度量将三十个子类合并为五个子类,即若某两个子类的类间距离最短,则将它们合并为一类。类间距离定义为

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \{ \ln(|V_i|) + \ln(|V_j|) + \text{tr}(V_i^{-1}V_j + V_j^{-1}V_i) \} \quad (7-100)$$

式中 V_i 和 V_j 分别为第 i 和第 j 子类的协方差矩阵均值。

Step 4 类别迭代调整:在同一散射类别中,利用 Wishart 距离度量对 POLSAR 图像像素子类别进行迭代调整,即若某像素与第 m 类的 Wishart 距离度量最短,则该像素类别就调整为第 m 类。像素与子类类中心的 Wishart 距离度量定义

$$d(C, V_m) = \ln(|V_m|) + \text{tr}(V_m^{-1}C) \quad (7-101)$$

式中 V_m 为第 m 子类的协方差矩阵均值, C 为像素协方差矩阵。限制像素跨散射类别调整是为了保持像素主散射机制,而迭代调整是为确保算法收敛。

3. 基于分类结果的相干斑抑制

Step 5 参与滤波的像素筛选:在 9×9 的扫描窗内,筛选与中心像素同一散射类别中的两个同一或邻近子类的像素。选取两个子类像素使得有足够的像素参与后续的滤波运算,进而提高 POLSAR 图像相干斑抑制效果。当然也可以采用更大尺寸的扫描窗作为替代。不过,针对以下两种情况需特殊处理:

(1)如果中心像素为每种散射类别中 Span 总功率最大或最小的子类,那么只选取与中心像素同一子类的像素;

(2)表面散射和偶次散射类中 Span 总功率最大的子类不进行滤波处理,以便保持点、线等目标特征。

Step 6 滤波权重及 LMMSE 滤波:采用类似改进 Lee 滤波第二、三步方法对中心像素进行滤波处理。即根据上一步筛选像素的 Span 总功率计算滤波权重和协方差矩阵均值,然后利用矩阵形式的 LMMSE 滤波器对中心像素进行滤波。

7.5.4 基于像素筛选的 POLSAR 图像相干斑抑制算法

与单通道 SAR 图像一样, POLSAR 图像中固有的相干斑噪声降低了图像的可视性,增加了图像解译的难度。因此,相干斑抑制是 POLSAR 图像解译中重要的一环。

与单通道 SAR 图像相干斑抑制不同, POLSAR 图像相干斑抑制在相干斑抑制同时不

仅需要保持目标纹理细节,还需要保持各通道之间的相关性,从而增加了 POLSAR 图像相干斑抑制的难度。目前, POLSAR 图像相干斑抑制研究中,能兼顾相干斑抑制和上述目标信息保持的算法有改进 Lee 滤波、IDAN 滤波、基于散射模型的相干斑抑制。这三种算法均可统称为类多视平均处理,因为它们都是在滑动窗内像素筛选的基础上,利用筛选像素依据局部线性最小均方误差(LLMS)准则估计滤波后的相干矩阵,即

$$\hat{T} = \bar{T} + b(T - \bar{T}) \quad (7-102)$$

式中 \bar{T} 为筛选像素相干矩阵的平均值, $b \in [0, 1]$ 为滤波系数,表示局部统计特性。所不同的是由于各种算法像素筛选策略的不同,使得参与 \bar{T} 和 b 估计的像素不同,从而造成这些算法的性能各不相同。因此,像素筛选策略是决定类多视平均一类相干斑抑制算法性能的关键。已有研究表明:参与 \bar{T} 和 b 估计的像素个数越多,图像相干斑抑制效果越明显;参与 \bar{T} 和 b 估计的像素特性越一致,相干斑抑制后的目标信息保持得越好。通常,通过增大滑动窗尺寸可提高相干斑抑制效果,但在筛选特性一致的像素方面,现有算法考虑还不够全面,存在以下不足:

(1) 均匀区选取:像素局部统计特性的一致性是有算法均考虑的,其目的在于保持图像纹理,它通过均匀区选取来实现。但在均匀区选取过程中,现有算法大多数都没考虑图像相干斑的影响。图 7.7 给出了不同相干斑噪声水平对均匀区选取的影响。该图表明,相干斑噪声水平越小,均匀区像素选取得越准确。改进 Lee 滤波基于 Span 总功率图来选取均匀区,不仅是因它包含了 POLSAR 图像各通道的纹理信息,而且还因它的相干斑噪声水平低于各通道图像。实际上,除了 Span 总功率图之外,最大似然(ML)纹理同样具有上述特征,且最重要的是它具有最低的相干斑噪声水平;

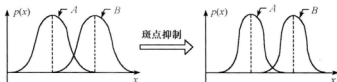


图 7.7 斑点强度对于均匀区域选取的干扰

(2) 主散射机制保持:主散射机制一致性是有大多数算法均未考虑的。基于散射模型的相干斑抑制尽管考虑了主散射机制一致性,但采用 POLSAR 图像地物分类的方法来筛选主散射机制一致的像素,运算量偏大,不利于大数据量的 POLSAR 图像处理;

(3) 小、线目标保持:在单通道 SAR 图像相干斑抑制研究中,几乎所有相干斑抑制算法均考虑了小、线目标(如图 7.8 所示)的保持,其目的在于图像边缘细节信息的保持。然而,在 POLSAR 图像相干斑抑制研究中,往往忽视了这类目标的保持。并且 IDAN 滤波采用中值滤波估计中心像素初值,很容易将这类目标平滑掉。

(4) 算法快速性:相干斑抑制作为 POLSAR 图像解译之前的预处理,这就要求它具有快速性,以满足大数据量的 POLSAR 图像处理的需要。尽管 IDAN 滤波、基于散射模型的相干斑抑制算法在兼顾相干斑抑制和目标信息保持方面均具有良好性能,但其运算量偏大限制了其应用。

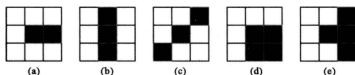


图 7.8 小尺寸或线性目标示意图

基于以上认知,本节提出了一种新的类多视平均相干斑抑制算法,其基本思想为对于不是点、线目标的像素,在矩形滑动窗内筛选与测试像素的局部统计特性、主散射机制等特征一致的像素参与 T 和 b 估计;而点、线目标像素则直接保留。具体内容安排为:7.7.1 节给出了基于 ML 纹理的均匀区像素筛选策略;7.7.2 节给出了基于目标散射相似性的主散射机制鉴别方法;7.7.3 节给出了点、线目标的检测方法;7.7.4 节总结了新类多视平均相干斑抑制算法的具体步骤。

1. 均匀区选取

类似于改进 Lee 滤波,考虑到 ML 纹理具有最低的相干斑噪声水平,这里将基于 ML 纹理来选取均匀区。不过,选取策略不是基于边缘检测的方法,而是基于 ML 纹理的实际统计分布。

由 ML 纹理的估计式^[156]可知,单位均值的 ML 纹理服从如下分布

$$p(I) = \frac{(3L)^{3L}}{\Gamma(3L)} (I)^{3L-1} \exp(-3LI) \quad (7-103)$$

其中 L 为视数, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数。显然该分布为非对称分布,尤其当 L 很低时。

根据改进 Sigma 滤波思想,在置信度为 α 情况下,非对称分布均值无偏估计的置信区间满足

$$\bar{I} = \frac{1}{\alpha} \int_{I_1}^{I_2} I \cdot p(I) dI \quad (7-104)$$

和

$$\int_{I_1}^{I_2} p(I) dI = \alpha \quad (7-105)$$

式中 \bar{I} 为均值, I_1 和 I_2 为置信区间下上限。显然即便已知 α , 根据式(7-104)和式(7-105)也无法得到 I_1 , I_2 的解析表达式。为此,这里以单位均值为例,给出了数值求解法:

- (1) 令 I_1 初值为 0.5, 根据式(7-104)可获得 I_2 , 代入式(7-105)可得 \bar{a} ;
- (2) 若 \bar{a} 小于(或大于) α , 令 I_1 初值减少(或增大)0.001, 并返回 1);
- (3) 上述迭代终止条件为 $\bar{a} - \alpha$ 的绝对值小于 0.001。

得 I_1 , I_2 后, 还可计算其对应的方差:

$$\eta^2 = \frac{1}{\alpha} \int_{I_1}^{I_2} (I - 1)^2 p(I) dI \quad (7-106)$$

表 7.2 给出了 α 分别取 0.5, 0.7, 0.9, L 分别为 1, 2, 3, 4 时, 根据上述方法得到的单位均值 ML 纹理均值无偏估计的置信区间及相应的方差。由该表知, 因单位均值的 ML 纹理服从

非对称分布, $1 - I_1$ 始终小于 $I_2 - 1$, 且随着 L 递减, 两者差别越大。

表 7.2 ML 纹理均值无偏估计置信区间及方差

视数	置信度 α	Sigma 区间下限 I_1	Sigma 区间上限 I_2	区间长度	方差 η^2
$L = 1$	0.90	0.316	2.212	1.8960	0.2007
	0.70	0.499	1.717	1.2180	0.1044
	0.50	0.650	1.428	0.7780	0.0471
$L = 2$	0.90	0.462	1.773	1.3110	0.0993
	0.70	0.627	1.461	0.8340	0.0500
	0.50	0.742	1.285	0.5430	0.0232
$L = 3$	0.90	0.539	1.600	1.0610	0.0658
	0.70	0.686	1.363	0.6770	0.0331
	0.50	0.785	1.225	0.4400	0.0153
$L = 4$	0.90	0.588	1.504	0.9160	0.0493
	0.70	0.722	1.307	0.5850	0.0248
	0.50	0.810	1.192	0.3820	0.0115

根据以上分析可知, 若已知 POLSAR 图像处理视数, 及确定了置信度 α , 由表 7.2 可查出单位均值 ML 纹理的均值无偏估计置信区间 (I_1, I_2) 。得到 (I_1, I_2) 之后, 就可计算先验均值为 \bar{x} 的 ML 纹理, 其均值的无偏估计置信区间 $(\bar{x}I_1, \bar{x}I_2)$ 。最后, 根据该置信区间选取均匀区, 即 ML 纹理灰度介于 $\bar{x}I_1$ 和 $\bar{x}I_2$ 之间的像素, 其统计特性是一致的。需指出的是, 置信度 α 的取值与实际应用背景密切相关, 一般对于地物分类应用, α 的取值较大。

2. 主散射机制鉴别

目前, 用于目标主散射机制鉴别的方法较多。不过, 为便于快速、有效地实现主散射机制鉴别, 这里给出一种基于目标散射相似性的简单方法。由前文可知, 若已知目标相干矩阵 \mathbf{T} 和某种规范散射的 Pauli 基矢量 \mathbf{k} , 散射相似性可定义为

$$r(\mathbf{k}, \mathbf{T}) = \frac{\mathbf{k}^H \mathbf{T} \mathbf{k}}{\text{tr}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}^H) \cdot \text{tr}(\mathbf{T})} \quad (7-107)$$

式中 $\text{tr}(\cdot)$ 为矩阵迹运算, 上标 H 为矢量共轭转置运算。根据该定义式, 可分别提取目标与球面散射、二面角散射和体散射的散射相似性, 即

$$r_s = \frac{T_{11}}{T_{11} + T_{22} + T_{33}} = \frac{2A_0}{2(A_0 + B_0)} \quad (7-108)$$

$$r_d = \frac{T_{22}}{T_{11} + T_{22} + T_{33}} = \frac{B_0 + B}{2(A_0 + B_0)} \quad (7-109)$$

$$r_v = \frac{T_{33}}{T_{11} + T_{22} + T_{33}} = \frac{B_0 - B}{2(A_0 + B_0)} \quad (7-110)$$

式中 T_{ii} 为相干矩阵的第 i 行 i 列元素, $2A_0$ 、 $B_0 + B$ 和 $B_0 - B$ 为 Huynen 参数, 分别对应球

面散射、二面角散射和体散射的后向散射功率, $2(A_0 + B_0)$ 为后向散射的总功率。于是, r_s, r_d, r_v 分别可理解为表面散射、偶次散射和体散射对整个目标后向散射的贡献率。

显然,这三种参数之和恒等于1。这表明,目标后向散射可看成这三种典型散射贡献之和,因而根据它们的相对大小关系可实现目标主散射机制鉴别。其大致思路为:选取最大散射相似性对应的散射机制作为目标的主散射机制,因为该散射对目标后向散射的贡献率最大。这样,若 r_s 大于其他两个参数,则目标以表面散射为主;若 r_d (或 r_v) 最大,则目标以偶次散射(或体散射)为主。

3. 点、线目标检测

点、线目标在 ML 纹理图中常常表现为一些相对较少、灰度较亮的“异常点”,且位于图像直方图的拖尾部分。因此,可根据图像直方图选取一个合适的全局阈值 T 来筛选点、线目标像素。

设 I 为 ML 纹理灰度,则在给定“是点、线目标像素的置信度”为 $1 - \varphi$ 的条件下,阈值可由下式确定:

$$P\{I > T\} = 1 - \varphi \quad (7-111)$$

其中 P 为概率值, $\varphi \in [0, 1]$ 为经验值,其物理含义为点目标像素在整个图像中所占的比例。一般情况, φ 值较大,接近于1。若根据待检测图像直方图得到的累积分布函数为 F , 则式(7-111)可改写为

$$1 - F(T) = 1 - \varphi \quad (7-112)$$

通过式(7-112),对整幅图像的直方图进行统计,可得到 T 。

得到全局阈值 T 之后,若像素的 ML 纹理灰度大于 T , 只能说明该像素可能为点、线目标像素,因它也可能是相干斑噪声引起的孤立点。因此,还必须进一步判定,即在以当前测试像素为中心的 3×3 矩形窗内 ML 纹理灰度大于 T 的像素是否超过某个门限 T_N , 若是,则该像素为点、线目标像素。

4. 算法流程

根据前文分析,基于像素筛选的类多视平均相干斑抑制算法的详细步骤可归纳为:

(1) 根据 POLSAR 图像计算 ML 纹理,并由 ML 纹理直方图获取检测点、线目标的全局阈值 T 。

(2) 计算 POLSAR 图像每个像素对应的 r_s, r_d, r_v , 并利用它们实现像素的主散射机制鉴别,得到主散射机制索引矩阵。

(3) 根据 POLSAR 图像的视数 L , 在表 7.2 中选取单位均值 ML 纹理在置信度为 0.9 时的均值无偏估计置信区间 (I_1, I_2) 和方差 η^2 。

(4) 采用一个 11×11 滑动窗对 POLSAR 图像进行逐点扫描。对于每一个当前测试像素:

① 判断该像素的 ML 纹理灰度是否大于 T 。若是,则在以该像素为中心 3×3 的窗口内,判断 ML 纹理灰度大于 T 的像素个数是否大于图像最小目标尺寸 T_N 。若是,该像素为点线目标像素,则进入下一个测试像素。

② 若该像素不是点、线目标,根据该像素灰度 \bar{x} , 计算置信区间 $(\bar{x}I_1, \bar{x}I_2)$, 并在当前 11×11 滑动窗内逐点判断像素的 ML 纹理灰度是否介于 $\bar{x}I_1$ 和 $\bar{x}I_2$ 之间,若是,则为均匀区

像素。

③根据主散射机制索引矩阵对已获得的均匀区像素进行筛选,去掉与当前测试像素的主散射机制不同的像素。

④利用剩余的相同主散射机制均匀区像素估计 \bar{T} 和 b ,并根据式(7-102)计算滤波后的相干矩阵。

⑤若当前测试像素不是 POLSAR 图像中最后一个像素,则返回 a) 进入下一个测试像素,否则,结束整个操作。

需指出,这里 \bar{T} 为同主散射机制均匀区像素相干矩阵平均值, b 是根据这些像素的 ML 纹理灰度估计^[4],即

$$b = \frac{\text{Var}(I) - \bar{I}^2 \eta^2}{\text{Var}(I)(1 + \eta^2)} \quad (7-113)$$

式中 $\text{Var}(I)$ 为同主散射机制均匀区像素 ML 纹理灰度方差, \bar{I} 为它们均值。

7.5.5 验证与评估

为了验证基于像素筛选的类多视平均相干斑抑制算法的有效性,这里将从相干斑抑制能力、算法运算效率及边缘细节、小线目标、主散射机制等目标信息保持三个方面综合评估。实验数据为 NASA/JPL AIRSAR 分别于 1990 年 5 月 30 日对新西兰 FLEVOLAND 农场地区和 1994 年对美国 San Francisco 海湾地区全极化成像 L 波段的两幅图像数据作为实验数据。其中前者以大片农田、耕地等地物为主,便于相干斑抑制效果评估,后者则以海洋、城区、公园等三类散射机制差别较大的地物为主,便于分析算法的主散射机制保持情况。两幅图像都经过 4 视处理,图像尺寸分别为 750×1024 和 900×1024 ,图 7.9 给出了两个地区极化 SAR 成像的总功率图。



图 7.9 NASA JPL 机载 AIRSAR 全极化成像 L 波段总功率图

1. 相干斑抑制分析

由式(7-102)可知,类多视平均一类算法主要是抑制均匀区域的相干斑噪声,而对边

缘等非均匀区域不做任何处理。因此,比较这类算法的相干斑抑制能力,可直接考察它们在均匀区域的相干斑抑制效果。

对均匀区域滤波时,式(7-102)中滤波系数 b 恒等于 0,算法滤波性能与参与滤波处理的像素个数成正比。同时,为便于定量分析各种类多视平均算法的相干斑抑制性能,这里做如下假设:

- (1)采用相同尺寸的滑动窗;
- (2)忽略相干斑噪声对均匀区像素选取的影响;
- (3)不考虑因操作数据的差异而引起的均匀区选取的差别,例如,改进 Lee 滤波基于 Span 总功率选取均匀区,基于像素筛选的类多视平均相干斑抑制算法基于 ML 纹理选取, IDAN 滤波则直接基于各通道数据选取。

在上述假设下,若滑动窗尺寸 $n = 11$,置信度 $\alpha = 0.9$,对每个测试像素而言,采用 Box 滤波、改进 Lee 滤波、IDAN 滤波和基于像素筛选的类多视平均相干斑抑制算法进行滤波处理时,参与滤波处理的像素个数分别为 $121(n^2)$ 、 66 、 $115(\alpha \times n^2)$ 和 $115(\alpha \times n^2)$ 。可见,Box 滤波相干斑抑制效果最明显,其次为 IDAN 滤波和基于像素筛选的类多视平均相干斑抑制算法,最后为改进 Lee 滤波。

为验证上述分析,在 Flevoland 农场地区选取一块均匀区域,分别采用上述四种算法对其进行相干斑抑制处理。滤波后,在 Span 总功率图中对应的相对标准差依次为 0.1397、0.2282、0.1726 和 0.1668。显然这与上述理论分析是一致的。

2. 边缘、细节保持

为了分析基于像素筛选的类多视平均相干斑抑制算法对边缘纹理保持情况,这里在图 7.9(a)左下角截取了一块尺寸为 250×200 的图像来显示滤波结果。图 7.10(a)为均值滤波后的总功率图,其中滑动窗尺寸为 5×5 。图像相干斑噪声得到了有效抑制,但却以牺牲空间分辨率为代价,表现在图中就是边缘、纹理等细节变得模糊。图 7.10(b)为改进 Lee 滤波后的总功率图,其中外窗尺寸为 7×7 ,内窗尺寸为 3×3 。相比于均值滤波,图像边缘、纹理等细节得到了适当保持,甚至有些区域得到了增强。然而,该算法同样造成空间分辨率的降低,某些边缘也被展宽,其原因为八个边缘检测方向不能较好地描述千变万化的实际边缘纹理情况。图 7.10(c)为 IDAN 滤波后的总功率图。与前相比两种滤波算法,图像边缘、纹理等细节得到了较好的保持,但图像中较多小、线等孤立目标被平滑掉。图 7.10(d)为基于像素筛选的类多视平均相干斑抑制算法滤波后的总功率图,其中滑动窗尺寸为 9×9 。显然,细节、线特征等得到最好的保持,各区域边界也得到了增强。同样,在图 7.9(b)中截取一块 250×200 的图像来显示滤波结果,如图 7.11。其结论同上。

在小、线目标保持方面,文献[6]中已证实改进 Lee 滤波优于 Box 滤波,这里只考察其他三种算法。为便于分析,在 Flevoland 农场地区的 POLSAR 图像中截取三个小、线目标放大显示。图 7.12(a_i) ~ (c_i)依次对应改进 Lee 滤波、IDAN 滤波和基于像素筛选的滤波算法处理后的 Span 总功率图,图 7.12(d_i)为对应的未经滤波处理的 Span 总功率图, i 为 1, 2, 3, 依次对应不均匀区域、线目标和小目标。由该图可知:

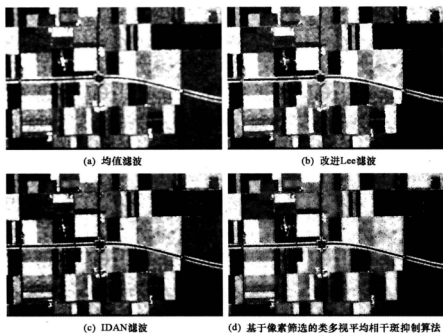


图 7.10 新西兰 FLEVOLAND 地区滤波后的总功率图

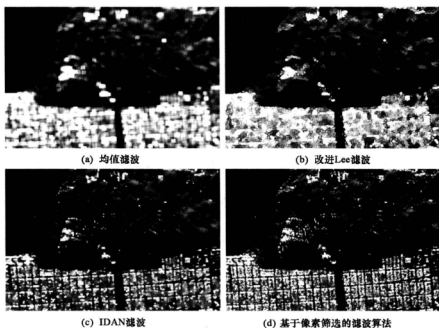


图 7.11 San Francisco 海湾地区滤波后的总功率图

- (1)改进 Lee 滤波易造成边缘细节的展宽;
 (2)IDAN 滤波易将小、线目标平滑掉,因它采用中值滤波估计先验均值;
 (3)在上述三种算法中,只有基于像素筛选的滤波算法在边缘、小线目标保持方面才是最佳的。

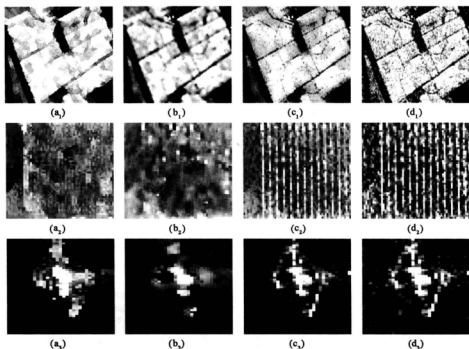


图 7.12 小、线性目标保持

3. 主散射机制保持

为分析各种多视平均算法在目标极化信息保持方面性能,定义如下参数^[13]

$$\bar{m} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |P_f(\phi_i, \tau_j) - P_0(\phi_i, \tau_j)| \quad (7-114)$$

$$std. = \sqrt{\frac{1}{(MN-1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (|P_f(\phi_i, \tau_j) - P_0(\phi_i, \tau_j)| - \bar{m})^2} \quad (7-115)$$

式中 $P(\phi, \tau) = J_r^T K J / 2$ 为天线接收功率, J 为 Stokes 矢量, 可表示为 $[1 \quad \cos 2\tau \cos 2\phi \quad \cos 2\tau \sin 2\phi \quad \sin 2\tau]^T$, τ 和 ϕ 分别为椭圆率 ($\tau \in [-\pi/4, \pi/4]$) 和极化方位角 ($\phi \in [-\pi/2, \pi/2]$), M, N 分别表示等分区间 $[-\pi/2, \pi/2]$ 和 $[-\pi/4, \pi/4]$ 的数目, 下标 $f, 0$ 分别代表滤波后和滤波前, K 为归一化 Kennaugh 矩阵。由式(7-114)和式(7-115)可知, \bar{m} 表示滤波前后天线接收功率的平均距离, $std.$ 表示滤波前后的天线接收功率差偏离 \bar{m} 的程度。 \bar{m} 和 $std.$ 均越小, 说明目标极化信息保持越好。

在 FLEVOLAND 地区截取两块不同区域, 采用上述准则评估不同算法在主散射机制

保持方面的性能(如表 7.3 所示)。从该表可知:

(1)在只有一种散射机制存在的均匀区域,Box 滤波、改进 Lee 滤波、IDAN 滤波和基于像素筛选的滤波算法的 \bar{m} 和 $std.$ 几乎相同,说明此时四种算法在保持主散射机制方面没有明显差别;

(2)在多种散射机制并存的均匀区域,前三种算法对应的 \bar{m} 和 $std.$ 均大于基于像素筛选的滤波算法的 \bar{m} 和 $std.$,说明此时基于像素筛选的滤波算法在保持主散射机制方面明显优于其他算法,因为基于像素筛选的滤波算法在均匀区像素选取的基础上,考虑了像素的主散射机制的差别。

表 7.3 各种算法在主散射机制保持方面的性能

各种算法	多种散射机制并存的均匀区域		只有一种散射机制的均匀区域	
	\bar{m}	$std.$	\bar{m}	$std.$
基于像素筛选的滤波算法	0.0023	0.0017	0.070	0.0054
改进 Lee 滤波	0.0053	0.0037	0.0076	0.0057
IDAN 滤波	0.0054	0.0038	0.0073	0.0055
Box 滤波	0.0055	0.0038	0.0072	0.0056

图 7.13 和图 7.14 分别采用基于 Pauli 基分解的 RGB 伪彩图来显示滤波前后两地区

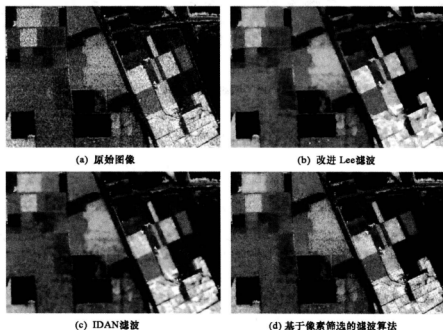


图 7.13 新西兰 FLEVOLAND 地区滤波后主散射机制保持情况

的图像数据,其中红色为 $|HH - VV|$,代表偶次散射;绿色为 $|HV|$,代表体散射;蓝色为 $|HH + VV|$,代表表面散射。这里主要考虑了改进 Lee 滤波、IDAN 滤波和基于像素筛选的滤波算法三者的地物主散射机制保持情况。没考虑均值滤波是因为它对滑动窗内像素并没有进行鉴别,因而其主散射机制无法保持是显然的。对于 San Francisco 海湾地区,与图 7.14(a)相比,改进 Lee 滤波造成了大量区域的色彩模糊,尤其是在二面角散射区域;IDAN 滤波结果相对保持较好;基于像素筛选的滤波算法相干斑抑制同时在图像空间分辨率保持和地物主散射机制方面具有最佳的保持性能。对于新西兰 Flevoland 地区,其结论同样如此。

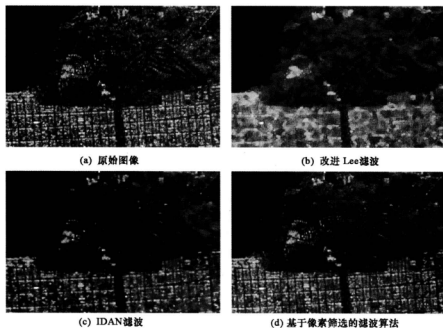


图 7.14 San Francisco 海湾地区滤波后主散射机制保持情况

4. 运算效率分析

为定量评估基于像素筛选的滤波算法的运算性能,这里分别对 Box 滤波、改进 Lee 滤波、IDAN 滤波和基于像素筛选的滤波算法的计算量进行了分析。表 7.4 分别给出了上述算法对每个测试像素的运算量,其中 n 为滑动窗尺寸, m 为改进 Lee 滤波的内窗口尺寸。由表可知,若一次加法运算和一次乘法运算计算时间相同,上述四种算法对每个测试像素滤波所需的总运算量依次为 n^2 、 $17n^2 + 9(n - 2m)^2 + 53$ 、 $39n^2 + 36$ 及 $18n^2 + 31$ 。也就是说,Box 滤波运算量最少,IDAN 滤波最多,基于像素筛选的滤波算法和改进 Lee 滤波的运算量相当,且几乎为 IDAN 滤波的一半,这与滑动窗口尺寸和 POLSAR 图像尺寸无关。IDAN 滤波耗时的原因在于区域增长过程需大量的运算,Box 滤波耗时少的原因在于无需进行像素筛选。

表 7.4 几种类多视平均相干斑抑制算法的运算量比较

算 法		均匀区/同散射均匀区选取	类多视平均滤波	总运算量
基于像素筛选 的滤波算法	加法	11	$9n^2 - 1$	$9n^2 + 10$
	乘法	$n^2 + 5$	$8(n^2 + 2)$	$9n^2 + 21$
改进 Lee 滤波	加法	$2 + 9(n - 2m)^2$	$9n^2 - 1$	$9n^2 + 9(n - 2m)^2 + 1$
	乘法	36	$8(n^2 + 2)$	$8n^2 + 52$
IDAN 滤波	加法	$13n^2 + 21$	$9n^2 - 1$	$22n^2 + 20$
	乘法	$9n^2$	$8(n^2 + 2)$	$17n^2 + 16$
Box 滤波	加法	-	$n^2 - 1$	$n^2 - 1$
	乘法	-	1	1

为验证上述分析,分别采用上述四种算法对 Flevoland 农场地区 POLSAR 图像进行滤波。滑动窗尺寸均为 $n = 11$,改进 Lee 滤波的内窗口尺寸 $m = 5$ 。在计算机硬件环境为 Intel(R) Pentium(R) CPU, 1.5GB 内存,采用未优化的 Matlab 代码,四种算法的运算时间分别为 12.1, 173.766, 262.172 和 126.469(s)。显然 Box 滤波运算时间最短,其次为基于像素筛选的滤波算法,再次为改进 Lee 滤波,最后为 IDAN 滤波。考虑到 Matlab 自身的编译时间及程序判决条件等耗时产生的偏差,这与上述理论分析是一致的。

综上所述,在兼顾运算效率、相干斑抑制和边缘、小线目标及主散射机制保持方面,基于像素筛选的 POLSAR 图像相干斑抑制快速算法是整体相对较优的一种类多视平均相干斑抑制算法。

第 8 章 POLSAR 图像地物分类

图像分类是图像解译的一项重要内容,它通过提取图像特征,并按照某种规则对图像进行分割、分类与描述,以达到对图像信息进行自动解译和评价的目的。在遥感图像处理领域,通过对遥感图像特征的深入分析,由计算机自动地解译和处理图像将有助于提高人们判读图像的效率,增强人们获取信息的能力。遥感图像分类技术在许多领域,如地球资源普查、洪涝灾害监测、植被种类辨识、海面船只检测及地物特性分析等均有着广泛应用。

近年来,随着 POLSAR 系统的出现及实用化,涌现了大量基于目标极化散射特性的分类方法和理论,为遥感图像分类研究与应用注入了新的活力。目前,基于 POLSAR 遥感数据的地物分类已成为国内外研究热点。根据分类过程是否存在人工干预,POLSAR 图像分类可分为有监督和无监督两种。其中有监督分类可达到很高的分类精度,但需选取足够多具有一定代表性的样本,这大大增加了这类算法工程实现的难度;相对而言,无监督分类由于已知先验知识少,且具有一定的分类精度,因而在 POLSAR 图像地物分类中更具有应用前景和研究价值。根据分类过程所用信息,又可分为利用统计特性的分类、利用极化散射特性的分类及综合利用统计特性和极化散射特性的分类。本章将不仅回顾各种经典 POLSAR 图像地物分类方法,还将介绍近年来我们在这一技术上的研究成果。

章节安排为:8.1 节讨论了利用统计特性的有监督分类,即首先分别介绍了 Gaussian ML 分类和 Wishart ML 分类两种经典算法,然后针对该类算法存在不足,提出了一种基于 G 分布和 MRF 的 MAP 迭代分类^[253];8.2 节讨论了利用极化散射特性的无监督分类,在回顾 H/α 分类基础上,提出了一种基于散射相似性和散射随机性相结合的无监督分类新方法^[254-256];8.3 节讨论了综合利用统计特性和极化散射特性的无监督分类,即首先分别介绍了基于 H/α 和 Wishart 分布的无监督分类、基于 Freeman 分解和 Wishart 分布的无监督分类,然后针对这两种算法的不足,介绍了一种基于散射相似性和差异度量的无监督分类^[257]。

8.1 利用统计特性的 POLSAR 图像有监督分类

在极化 SAR 图像分类中,有监督分类方法占据一大类。其基本目的是根据已知类别的训练样本,通过学习获取各个类别的特征,然后把图像像素指定为给定的几类。有监督分类的关键在于选择有代表性的训练样本、提取有效的特征和运用合适的判决准则。有监督分类通常包括两大类:一类直接从训练样本集出发设计分类器;另一类基于统计决策

理论设计分类器。其中前一类不必对数据的统计模型进行估计,常用的有判别函数法、支持矢量机和神经网络等;后一类以 Bayes 决策理论为基础,是不同分类决策与相应的决策代价之间的折衷,常用的有最小错误率准则、Neyman - Pearson 准则和极小化极大准则等。对于遥感图像分类来说,由于通常假设各个类别的错误分类代价相等,故一般采用最小错误率准则,且又以先验概率相等假设下的最大似然(ML)分类应用最为广泛。为此,本节将主要讨论基于各种概率分布的最大似然分类。

8.1.1 Bayes 决策理论与分类算法评估准则

8.1.1.1 Bayes 决策基本理论

假设有 L 类地物,其中第 u 类地物的像素 ω_u 集合记为 Ω_u 。令 \mathbf{Z} 为当前待分类像素的观测数据(可为标量,也可为矢量或矩阵), $p(\mathbf{Z}|\omega_u)$ 为第 u 类地物观测数据的条件概率密度函数, $p(\omega_u)$ 为第 u 类地物的先验概率。

令 α 为对像素进行分类决策的行动。假设可能的决策行动共有 M 种,记作 $\Omega_\alpha: \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M\}$ 。由于决策依赖于观测数据 \mathbf{Z} ,则行动 α 可认为是 \mathbf{Z} 的函数 $\alpha(\mathbf{Z})$,称为决策函数,其值域即为 Ω_α 。

令 $C(\omega_u, \alpha(\mathbf{Z}))$ 为对第 u 类像素采取行动 α 所付出的代价。很显然, $C(\omega_u, \alpha(\mathbf{Z}))$ 是一个随机变量,其均值为

$$R(\omega_u, \alpha) = \int C(\omega_u, \alpha(\mathbf{Z}))p(\mathbf{Z}|\omega_u)d\mathbf{Z} \quad (8-1)$$

显然 $R(\omega_u, \alpha)$ 表示对第 u 类像素采取行动 α 所付出的平均代价,也称为风险函数。考虑 L 类的情况,则总风险为

$$R(\alpha) = \sum_{u=1}^L R(\omega_u, \alpha)p(\omega_u) \quad (8-2)$$

Bayes 决策的目的就是找到一种决策 α^* (Bayes 解),使得总风险最小,即

$$R(\alpha^*) = \min_{\alpha} R(\alpha) \quad (8-3)$$

Bayes 解的求得可通过后验概率进行。利用 Bayes 公式, (8-2) 式可写为

$$R(\alpha) = \int R(\alpha|\mathbf{Z})p(\mathbf{Z})d\mathbf{Z} \quad (8-4)$$

式中

$$R(\alpha|\mathbf{Z}) = \sum_{u=1}^L C(\omega_u, \alpha(\mathbf{Z}))p(\omega_u|\mathbf{Z}) \quad (8-5)$$

称为后验风险(或条件风险), $p(\omega_u|\mathbf{Z})$ 为第 u 类地物的后验概率,由 Bayes 公式得

$$p(\omega_u|\mathbf{Z}) = \frac{p(\mathbf{Z}|\omega_u)p(\omega_u)}{p(\mathbf{Z})} \quad (8-6)$$

显然,若对每个 \mathbf{Z} , 决策 $\alpha(\mathbf{Z})$ 都使 $R(\alpha|\mathbf{Z})$ 达到最小,则总风险 $R(\alpha)$ 将被最小化。故 Bayes 决策可以表述为:对于给定的观测数据 \mathbf{Z} , 在行动集 Ω_α 中选择行动 α_i , 使得

$$R(a_i | Z) < R(a_j | Z), \quad i \neq j \quad (8-7)$$

假设将类别 v 的像素错分类 u 类的代价为 C_{uv} 。通常认为错误判决比正确判决付出的代价大,即 $C_{uv} > C_{uu}$, $C_{vu} > C_{vv}$ 。令 a_u 为把像素分为第 u 类的决策行动,则对于两类问题来说,(8-5)式的条件风险可写为

$$R(a_1 | Z) = C_{11}p(\omega_1 | Z) + C_{12}p(\omega_2 | Z) \quad (8-8)$$

$$R(a_2 | Z) = C_{21}p(\omega_1 | Z) + C_{22}p(\omega_2 | Z) \quad (8-9)$$

于是, Bayes 准则为:如果

$$(C_{21} - C_{11})p(\omega_1 | Z) > (C_{12} - C_{22})p(\omega_2 | Z) \quad (8-10)$$

则把像素分为第 1 类。以似然比的形式, (8-10)式可写为

$$\frac{p(Z | \omega_1)}{p(Z | \omega_2)} > \frac{(C_{12} - C_{22})p(\omega_2)}{(C_{21} - C_{11})p(\omega_1)} \quad (8-11)$$

采用“0-1 损失”,即正确分类的代价为 0, 错误分类的代价为 1, 则(8-11)式为

$$p(Z | \omega_1) / p(Z | \omega_2) > p(\omega_2) / p(\omega_1) \quad (8-12)$$

该式就是最小错误率分类,与最大后验概率(MAP)分类等价。

若先验概率相等,即 $p(\omega_1) = p(\omega_2) = 0.5$, 则(8-12)式可进一步简化为

$$p(Z | \omega_1) > p(Z | \omega_2) \quad (8-13)$$

这就是经典的极大似然(Maximum Likelihood, ML)分类。

两类问题很容易推广到多类问题。此时(8-11)式的判决为:如果

$$\frac{p(Z | \omega_u)}{p(Z | \omega_v)} > \frac{(C_{uv} - C_{uu})p(\omega_v)}{(C_{vu} - C_{vv})p(\omega_u)}, \quad u \neq v \quad (8-14)$$

则把像素分为第 u 类。MAP 准则和 ML 准则也可做类似处理。

在实际进行分类的时候,通常不会直接使用(8-14)式,而是采用距离度量,即若

$$d(s, u) < d(s, v), \quad v \neq u \quad (8-15)$$

则把待分类像素 s 分为第 u 类,其中 $d(s, u)$ 为当前像素到第 u 类的距离,一般通过对(8-14)式取负对数并去除公共项得到,其形式仅与类先验概率和统计模型有关。

通过上述分析可以看出,利用 Bayes 决策,在理论上可以得到最优的分类结果,但其前提是正确的类先验概率和合适的统计模型的获得。因此,在实际应用中,关键不在于如何用 Bayes 决策理论设计分类器,而在于如何较好地估计类先验概率和选择统计模型。

8.1.1.2 分类算法评价准则

极化 SAR 图像分类算法的性能评估通常分两种情况:一种是 8.2 节将要讨论的散射分类,其算法评估通常采用定性的方法,主要观察分类结果是否准确反映了地物的真实散射情况。对于这种情况,同一类地物不一定被分为同一个散射类别。另一种就是 8.1 节已讨论的有监督分类。此时地物通常被认为是具有相同属性、在空间上形成一个或多个连通区域的像素集合。实际的某类地物(如建筑区域)中可能含有少量离散(即不能形成连通区域)的与该类地物性质不一样的其他像素(如道路两旁的树木),但分类时认为这些像素也属于该类地物。故这种情况一般采用定量的评估准则,最常用的办法是利用混淆

矩阵计算各项指标。

混淆矩阵就是利用测试集对各个类别之间的正确分类和错误分类情况进行统计,然后把这种信息以矩阵的形式表示出来,又叫误差矩阵,如表 8.1 所示。假设有 L 类地物(表中仅给出了 3 类)。 N_{uv} ($u, v = 1, 2, \dots, L$) 表示第 u 类地物被分为第 v 类的像素数。第 u 行的元素表示测试集中第 u 类真实参考地物的分类情况, N_{u+} 为其总像素数。第 v 列的元素表示被分为第 v 类地物的像素分布情况, N_{+v} 为其总像素数。 $N = \sum_{u=1}^L N_{u+} = \sum_{v=1}^L N_{+v}$ 为测试集像素总数。

利用混淆矩阵,容易计算出分类的总体精度、用户判别精度、制图精度和 Kappa 系数等各项指标。其中总体精度定义为所有被正确分类的像素个数与总的像素个数之比,即

$$\text{Ov. Acc.} = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^L N_{uu} \quad (8-16)$$

用户判别精度定义为某类真实地物被正确分类的像素数与该类地物的总像素数之比。比如,对第 u 类地物而言,其用户判别精度可根据混淆矩阵的对角元素和最后一列元素算得为

$$\text{Us. Acc.} = N_{uu} / N_{+u} \quad (8-17)$$

与用户判别精度对应的是错分误差 $1 - \text{Us. Acc.}$ 。

制图精度(或称生产者精度)定义为分类结果图上,被分为某类地物的像素中,正确分类的像素个数与总数之比。比如,对分类结果图上被分为第 v 类的地物而言,其制图精度可根据混淆矩阵的对角元素和最后一行元素算得为

$$\text{Pr. Acc.} = N_{uv} / N_{+v} \quad (8-18)$$

与制图精度对应的是漏分误差 $1 - \text{Pr. Acc.}$ 。

表 8.1 混淆矩阵示意图

		分类图像上的地物类型			
		第 1 类	第 2 类	第 3 类	总数
真实参考地物类型	第 1 类	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{1+}
	第 2 类	N_{21}	N_{22}	N_{23}	N_{2+}
	第 3 类	N_{31}	N_{32}	N_{33}	N_{3+}
	总数	N_{+1}	N_{+2}	N_{+3}	N

Kappa 系数定义为

$$\text{Kappa} = \frac{N \sum_{k=1}^L N_{kk} - \sum_{k=1}^L N_{k+} N_{+k}}{N^2 - \sum_{k=1}^L N_{k+} N_{+k}} = \frac{\text{Ov. Acc.} - \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^L N_{k+} N_{+k}}{1 - \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^L N_{k+} N_{+k}} \quad (8-19)$$

Kappa 系数越大,分类效果越好。

总体精度是最简单也是最常用的指标,是像素正确分类的一种总体度量。用户判别精度是从用户的角度反映分类图的可靠性,而制图精度则是从编图和制图的角度反映图面上被标识为各类地物的可靠性。Kappa 系数既考虑了被正确分类的像素数目,又兼顾了各种错分和漏分误差,是一个能更全面地反映分类精度的指标。

8.1.2 Gaussian ML 分类

对单视 POLSAR 数据来说,由第6章研究可知,目标矢量 \mathbf{X} 服从多元复高斯分布,即

$$p(\mathbf{X}) = \frac{1}{\pi^3 |\mathbf{C}|} \exp(-\mathbf{X}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X}) \quad (8-20)$$

式中 $\mathbf{C} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H]$ 为复协方差矩阵, $|\mathbf{C}|$ 为 \mathbf{C} 的行列式。

利用(8-20)式, Kong 等提出了 Gaussian ML 分类。若以协方差矩阵为类别表征,第 ω_m 类的协方差矩阵由训练样本估计,则目标矢量 \mathbf{X} 属于 ω_m 类的条件为

$$p(w_m | \mathbf{X}) \geq p(w_j | \mathbf{X}), \text{ 对所有 } j \neq m \quad (8-21)$$

根据 Bayes 准则

$$p(w_m | \mathbf{X}) = \frac{p(\mathbf{X} | w_m) p(w_m)}{p(\mathbf{X})} \quad (8-22)$$

将(8-22)式代入(8-21)式,并考虑到概率密度 $p(\mathbf{X})$ 与类别无关,故假设所有类别的 $p(\mathbf{X})$ 相等,那么 \mathbf{X} 属于类 ω_m 条件为

$$p(\mathbf{X} | \omega_m) P(\omega_m) > p(\mathbf{X} | \omega_j) p(\omega_j), \text{ 对所有 } j \neq m \quad (8-23)$$

式中 $p(\mathbf{X} | \omega_m)$ 为零均值、期望协方差矩阵为 $\mathbf{C}_m = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H | \omega_m]$ 的复高斯分布, $P(\omega_m)$ 为第 ω_m 类的先验概率。

对(8-23)式两端取自然对数,则左端为

$$d_1(\mathbf{X}, w_m) = \mathbf{X}^H \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{X} + \ln |\mathbf{C}_m| + 3 \ln(\pi) - \ln[P(w_m)] \quad (8-24)$$

式中 $d_1(\mathbf{X}, w_m)$ 为目标矢量 \mathbf{X} 与 ω_m 类的类中心之间的距离度量。忽略常数, (8-24)式简写为

$$d_1(\mathbf{u}, w_m) = \mathbf{u}^H \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{u} + \ln |\mathbf{C}_m| - \ln[P(w_m)] \quad (8-25)$$

类似地,对(8-23)式右端取自然对数,可得目标矢量 \mathbf{X} 与第 ω_j 类的类中心之间的距离度量 $d_1(\mathbf{X}, w_j)$ 。利用该距离度量,目标矢量 \mathbf{X} 属于第 ω_m 类的判决条件可写为

$$d_1(\mathbf{X}, w_m) < d_1(\mathbf{X}, w_j), \text{ 对所有 } j \neq m \quad (8-26)$$

8.1.3 Wishart ML 分类

为了相干斑抑制或数据压缩,常对 POLSAR 图像进行多视处理。多视处理就是对多个单视数据进行平均,即

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{X}(k) \mathbf{X}^H(k) \quad (8-27)$$

式中, L 为处理视数, $X(k)$ 为第 k 个单视样本目标矢量。

若令

$$A = LZ = \sum_{k=1}^L X(k)X^H(k) \quad (8-28)$$

根据第 6 章可知, A 服从多元复 Wishart 分布, 即

$$p(A) = \frac{|A|^{L-q} \exp[-\text{tr}(C^{-1}A)]}{K(X, q) |C|^L} \quad (8-29)$$

式中 q 为目标矢量 X 的维数。单静态互易情形, $q=3$; 双静态情形, $q=4$ 。

利用(8-29)式可给出多视 POLSAR 图像的 Wishart ML 分类。类似地, 对(8-23)式两端取自然对数, 不过需将 $p(X|\omega_m)$ 和 $p(X|\omega_j)$ 分别替换为 $p(A|\omega_m)$ 和 $p(A|\omega_j)$ 。其中 $p(A|\omega_m)$ 为 A 属于第 ω_m 类的条件概率密度, $p(A|\omega_j)$ 类似定义。根据最大似然准则, A 与第 ω_m 类的类中心之间的距离度量为

$$d(A, w_m) = L \ln |C_m| + \text{tr}(C_m^{-1}A) - \ln[P(w_m)] - (L-q) \ln |A| + \ln K(L, q) \quad (8-30)$$

忽略常数项, 并将(8-28)式代入(8-30)式, (8-30)式可简化为

$$d(Z, w_m) = L \ln |C_m| + L \text{tr}(C_m^{-1}A) - \ln[P(w_m)] \quad (8-31)$$

显然, 随着视数 L 的增大, 先验概率 $P(w_m)$ 在分类中的作用越来越小。同时, 若 $L=1$, (8-31)式可退化为(8-25)式, 说明在单视情况下两者是等价的。

当每类先验概率未知时, 一般假设所有类别的先验概率相等, 此时(8-31)式可简化为

$$d(Z, w_m) = \ln |C_m| + \text{tr}(C_m^{-1}A) \quad (8-32)$$

该式被称为 Wishart 距离度量。从(8-32)式可以看出, 它是一个与处理视数 n 无关的量, 因此多视处理不会对 Wishart 距离度量产生影响。对于监督分类, 可先手动选取训练样本计算类中心, 然后根据像素点与各类中心的 Wishart 距离度量把像素划归距离最近的类别。

需要指出, 该距离度量适用于任意维数的 SAR 数据。其中 $q=1$ 时为单极化 SAR 数据; $q=2$ 时为双极化 SAR 数据; $q=3$ 时为单静态 POLSAR 数据; $q=4$ 时为双静态 POLSAR 数据; $q=6$ 时为单基线极化干涉 SAR 数据; $q=9$ 时为双基线极化干涉 SAR 数据。

由(8-32)式可以看出, Wishart 距离度量具有以下良好特性^[4]:

(1) 适用于各种滤波后数据: Wishart 距离度量与处理视数无关, 这一特点使得它可应用于多视角处理或其他类多视相干斑抑制处理之后的 POLSAR 图像, 尽管不同滤波像素可能经过了不同视数的平均处理。

(2) 与极化基变换无关: 无论是协方差矩阵, 还是相干矩阵, 或是圆极化基下矩阵形式, 其 Wishart 距离度量产生分类结果是相同的。不仅如此, 对目标矢量 X 各元素乘以不同的权重系数, 由此形成的协方差矩阵数据的 Wishart 距离度量分类结果也是一样的。具体证明过程如下: 令 X_1 为另一种极化基下的目标矢量, 它与 X 之间关系为

$$X_1 = PX \quad (8-33)$$

式中 \mathbf{P} 为极化基过渡矩阵。根据目标矢量 \mathbf{X}_1 定义的多视协方差矩阵为

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{X}_1(k) \mathbf{X}_1^H(k) = \mathbf{P} \mathbf{Z} \mathbf{P}^H \quad (8-34)$$

其期望均值为

$$\mathbf{B} = E[\mathbf{Z}_1] = \mathbf{P} \mathbf{C} \mathbf{P}^H \quad (8-35)$$

类似于(8-32)式, Wishart 距离度量为

$$d(\mathbf{Z}_1, w_m) = \ln |\mathbf{B}| + \text{tr}(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{Z}_1) \quad (8-36)$$

将(8-34)式和(8-35)式代入(8-36)式,有

$$d(\mathbf{Z}_1, w_m) = \ln |\mathbf{P} \mathbf{C} \mathbf{P}^H| + \text{tr}((\mathbf{P}^H)^{-1} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{Z} \mathbf{P}^H) \quad (8-37)$$

应用 $\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{A})$, (8-37)式进一步简化为

$$d(\mathbf{Z}_1, w_m) = \ln |\mathbf{P} \mathbf{C} \mathbf{P}^H| + \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}) \quad (8-38)$$

因为 $|\mathbf{A}\mathbf{B}| = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}|$, 则(8-38)式变为:

$$d(\mathbf{Z}_1, w_m) = \ln |\mathbf{C}| + \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}) + \ln |\mathbf{P}| + \ln |\mathbf{P}^H| \quad (8-39)$$

显然,最后两项可以去掉,因为它们不依赖类 w_m ,不会影响到分类结果。由此说明基于 Wishart 距离度量的分类结果与极化基变换无关。不过,这里矩阵 \mathbf{P} 有一个约束条件:(8-34)式中矩阵 \mathbf{Y} 是 \mathbf{P} 的函数,要求矩阵 \mathbf{Y} 是 Hermitian 半正定矩阵,且服从复 Wishart 分布。

(3)可直接拓展到多频 POLSAR 数据分类:通过扩展(8-32)式中 \mathbf{C}_m 和 \mathbf{Z} 维数, Wishart 距离量可直接应用于多频 POLSAR 数据,如 JPL AIRSAR 的 P, L, C 波段 POLSAR 数据。但必须满足:①雷达频段不重叠;②每个频段的相干斑噪声统计独立。Lee 等已证实,对于 JPL AIRSAR 的 P, L, C 波段 POLSAR 数据,不同频段极化通道间的相关性远小于同一频段极化通道间的相关性。对于统计独立数据,其联合概率密度等于各波段数据概率密度之积,由此似然函数为

$$\begin{aligned} & p(\mathbf{Z}(1), \mathbf{Z}(2), \dots, \mathbf{Z}(j) | w_m) P(w_m) \\ &= p(\mathbf{Z}(1) | w_m) P(w_m) p(\mathbf{Z}(2) | w_m) P(w_m) \cdots p(\mathbf{Z}(j) | w_m) P(w_m) \end{aligned} \quad (8-40)$$

式中 $\mathbf{Z}(j)$ 为第 j 个频段的协方差矩阵。对(8-40)式取对数,多频 POLSAR 数据的距离度量为:

$$d_4(\mathbf{Z}, w_m) = \sum_{j=1}^J n_j [\ln |\mathbf{C}_m(j)| + \text{tr}(\mathbf{C}_m^{-1}(j) \mathbf{Z}(j))] - \ln [P(w_m)] \quad (8-41)$$

式中 $\mathbf{C}_m(j)$ 为第 j 频段中第 m 类的类协方差矩阵, $\mathbf{Z}(j)$ 为像素协方差矩阵, n_j 为第 j 频段的视数, J 为频段数。需要指出,在应用(8-41)式进行分类之前,不同波段的数据应该先进行配准。

(4)Wishart 距离度量的类内距和类间距:在无监督分类中,类内距和类间距通常作为类合并或类划分的依据。根据 Wishart 距离度量, Lee 定义了平均类内距:

$$D_{ii} = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} d_4(\mathbf{Z}_k, \mathbf{C}_i) = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} \{ \ln |\mathbf{C}_i| + \text{tr}(\mathbf{C}_i^{-1} \mathbf{Z}_k) \}$$

或

$$D_i = \ln(|C_i|) + \text{tr}(C_i^{-1} \sum_{k=1}^{n_i} Z_k) = \ln(|C_i|) + \text{tr}(C_i^{-1} C_i) = \ln(|C_i|) + q \quad (8-42)$$

考虑到 q 为常数, (8-42) 式平均类内熵可简化为

$$D_i = \ln(|C_i|) \quad (8-43)$$

显然, D_i 是衡量第 i 类紧凑性的量。所有 i 的 D_i 之和可作为收敛性的指标。类间距 D_y 定义为

$$D_y = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} \{ \ln(|C_j|) + \text{tr}(C_j^{-1} Z_k) \} + \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} \{ \ln(|C_i|) + \text{tr}(C_i^{-1} Z_k) \} \right] \quad (8-44)$$

或

$$D_y = \frac{1}{2} \{ \ln(|C_i|) + \ln(|C_j|) + \text{tr}(C_i^{-1} C_j + C_j^{-1} C_i) \} \quad (8-45)$$

显然, D_y 越大说明两类可分离性越高。

8.1.4 基于 G 分布和 MRF 的 MAP 迭代分类

对于 ML 分类来说, 其分类性能主要取决于: 一是能否建立一个精确拟合测量数据的统计模型; 二是统计模型的参数能否准确估计; 三是各个类别的先验概率能否准确估计。在统计建模方面, 目前在 POLSAR 图像分类领域应用最为广泛的是协方差矩阵的复 Wishart 分布。利用该分布可以得到一个比较简洁的距离度量。但正如第 6 章指出一样, 复 Wishart 分布比较适合于均匀区域数据的描述, 对森林、城市等非均匀区域的描述能力较弱, 因此在分类中表现并不是很好。考虑到 \mathcal{N}_p 分布在一般不均匀区域的拟合效果较好, 而 \mathcal{S}_p^0 分布比较适合于极不均匀区域数据的描述, Frery 等把复 Wishart 分布、 \mathcal{N}_p 分布和 \mathcal{S}_p^0 分布同时用于极化 SAR 图像的分类之中, 各个类别具体使用哪个分布根据数据的拟合优度自适应挑选。Frery 等的方法可以取得比较高的分类精度, 但同时使用三个分布代价太大。在第 3 章中, 我们发现新提出的 \mathcal{S}_p^1 分布在均匀区域具有最佳的拟合效果, 而在一般不均匀区域和极不均匀区域则是 \mathcal{N}_p 分布和 \mathcal{S}_p^0 分布好的“折衷”。因此利用该分布代替复 Wishart 分布、 \mathcal{N}_p 分布和 \mathcal{S}_p^0 分布, 可以在分类精度下降不大的情况下, 极大地降低操作复杂度。

在参数估计方面, 类条件分布的参数一般要在大样本条件下才能比较准确地估计, 但实际中往往得不到大量的训练样本, 同时已有的少量训练样本中有些可能还不具有代表性, 这样一来, 参数估计不准确必将使后续的分类受损, 数据维数与训练样本个数的比值越大, 该现象越严重。为此, 一个直观的想法是在分类中引入反馈, 采用迭代分类, 使每次分类结束后分属各类的样本连同训练样本一起参与到该类条件分布的参数估计中去, 然后利用新的估计参数进行 ML 分类, 如是反复迭代, 直至满足给定的收敛条件。考虑到每

次迭代可能出现的错分现象, Jackson^[249]在研究高光谱图像的分类时,对参与估计的样本进行加权处理得出均值和协方差矩阵的估计式。但文献[249]仅考虑了高斯分布的情况,我们将借鉴这种思路,但不采用加权估计的办法,而是利用类出现概率挑选参与估计的样本。

在先验概率估计方面,传统的 ML 分类得不到最小的分类错误率,除非各类地物的先验概率相等。但各类地物先验概率相等的假设有时是不合理的,比如,若当前待分类像素邻域内出现的都是某类地物,那么有理由认为该类地物的先验概率比其他所有地物的都要高。为使错误率最小,有必要采用 MAP 分类,为此必须对类先验概率进行合理估计, MRF 是实现这一目的的有效工具。MRF 最先由 Rignot 等^[249]引入到极化 SAR 图像的分类当中,但针对的是高斯分布的情况,而且没有考虑到训练样本较少时估计可能不准确的问题。

基于上述分析,本节利用 \mathcal{Z}_p^2 分布对极化 SAR 数据进行统计描述,利用 MRF 估计类先验概率,并据此对参与参数估计的样本进行挑选,从而提出一种新的统计分类方案。

8.1.4.1 MAP 分类

为阐述的方便,对符号再做一些规定和说明。图像上的像素位置用 s 表示, $s = 1, 2, \dots, N$ (严格地说,像素位置应采用二维坐标描述,这里的表示方式只起一种指示作用,不是真实的像素坐标), N 为总的像素数,整个图像点阵用 \mathcal{S} 表示。像素 s 处的测量数据记为 $Z(s)$, 整幅图像的测量数据记为 \mathcal{Z} 。地物类别标号记为 u , $u = 1, 2, \dots, L$, L 为类别总数, \mathcal{Z} 上所有像素的类别标号记为 \mathbf{u} 。为使分类错误率最小,采用 MAP 分类,则最优的标号 \mathbf{u} 为

$$\mathbf{u}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{u}} \{p(\mathbf{u} | \mathcal{Z}_0)\} = \arg \min_{\mathbf{u}} \{-\ln(p(\mathcal{Z} | \mathbf{u})) - \ln(p(\mathbf{u}))\} \quad (8-46)$$

式中 $p(\mathbf{u} | \mathcal{Z})$ 为给定测量数据 \mathcal{Z} 属于 \mathbf{u} 类的后验概率, $p(\mathcal{Z} | \mathbf{u})$ 为 \mathcal{Z} 的类条件概率密度函数, $p(\mathbf{u})$ 为属于 \mathbf{u} 类的先验概率。假设像素间类条件独立,则

$$p(\mathcal{Z} | \mathbf{u}) = \prod_{s=1}^N p(z(s) | u_s) \quad (8-47)$$

式中 u_s 为第 s 个像素的类标号。 $p(\mathbf{u})$ 的获得常借助于 MRF。

8.1.4.2 MRF 随机场

用一个 MRF(马尔可夫)描述 \mathbf{u} , 则

$$p(u_s = u | \mathbf{u}_{\mathcal{S} \setminus \{s\}}) = p(u_s = u | \mathbf{u}_{\partial s}) \quad (8-48)$$

式中 $\mathcal{S} \setminus \{s\}$ 表示 \mathcal{S} 中除 s 外的点集, ∂s 为两条性质确定的 s 去心邻域(如图 8.1): (1) $s \notin \partial s$; (2) $t \in \partial s \Leftrightarrow s \in \partial t$, 这里 ∂t 为像素 t 的去心邻域。对于方形网格来说, r (r 为大于 0 的整数)阶邻域 ∂s 可定义为: $\partial s = \{t \in \mathcal{S} | d(t, s) \leq \sqrt{r}, t \neq s\}$, 其中 $d(t, s)$ 为 t 和 s 间的欧氏距离。

根据 Hammersley - Clifford 定理,局部特性描述的 MRF 与全局特性描述的 Gibbs 随机场(GRF)等价。利用 Gibbs 分布,先验概率可表示为

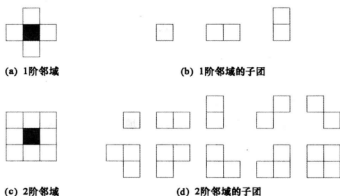


图 8.1 邻域系统及子团

$$p(\mathbf{u}) = \frac{1}{Z} \exp \left\{ -\frac{U(\mathbf{u})}{T} \right\} \quad (8-49)$$

式中 Z 为归一化常数, T 为“温度”常数(通常 $T=1$), $U(\mathbf{u})$ 为能量函数, 定义为

$$U(\mathbf{u}) = \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(\mathbf{u}) \quad (8-50)$$

式中 c 为定义在 \mathcal{S} 及其邻域系统上的子团。像素子集 c 成为子团的条件是: (1) c 为单点集, 或 (2) c 中任意两个像素相邻(如图 8.1)。 \mathcal{C} 为子团集合。 $V_c(\mathbf{u})$ 为 \mathbf{u} 在子团 c 上的势。通常利用模拟退火法实现(8-50)式的最大化, 但运算量很大, 而且仍会受到局部最小的影响。为减小运算量, 采用迭代条件模式(ICM)算法。

由(8-49)式和(8-50)式, 给定邻域 ∂s 中各像素的标号之后, 标号 u_s 的概率为

$$p(u_s = u | \mathbf{u}_{\partial s}) = \frac{1}{Z_s} \exp \left\{ -\sum_{c \in \mathcal{C}^s} V_c(\mathbf{u}) \right\} \quad (8-51)$$

式中 \mathcal{C}^s 表示包含 s 的子团集合, Z_s 为归一化常数。采用像素个数不大于 2 的子团, 并假设势函数均匀各向同性, 则根据多层逻辑(MLL)模型有

$$p(u_s = u | \mathbf{u}_{\partial s}) = \frac{1}{Z_s} \exp \left\{ \beta_1 \delta(u_s - u) + \beta_2 \sum_{\{s, t\} \in \mathcal{E}_s} \delta(u_s - u) \right\} \quad (8-52)$$

其中 \mathcal{E}_s 为包含 s 的点对子团, $\delta(\cdot)$ 为 Delta 函数, β_1, β_2 为正常数, 反映子团内相邻像素间相互作用的重要性。

8.1.4.3 新的分类方案(GMMAP 迭代分类)

由 \mathcal{D}_p^2 分布的表达式, 可得一个 MAP 准则下像素 s 到第 u 类地物的距离度量为

$$d_{\text{MAP}}(s, u) = d_{\text{ML}}(s, u) - \ln(p(u_s = u | \mathbf{u}_{\partial s})) \quad (8-53)$$

式中 $d_{\text{ML}}(s, u)$ 为 ML 分类的距离。通过对似然函数取负对数并去除公共项, 可得

$$d_{\text{ML}}(s, u) = q_u + 3n \ln(p_u) - \ln(K_{3n}(p_u)) \quad (8-54)$$

其中 $\omega_u > 0$ 为第 u 类地物的粗糙度参数,

$$p_u = \sqrt{\omega_u \left(2n \frac{K_1(\omega_u)}{K_0(\omega_u)} \text{tr}(\mathbf{C}_u^{-1} \mathbf{z}) + \omega_u \right)}$$

$$q_u = n \ln(|\mathbf{C}_u|) + \ln(K_0(\omega_u)) - 3n \ln \left(\omega_u \frac{K_1(\omega_u)}{K_0(\omega_u)} \right)$$

这里 \mathbf{C}_u 为第 u 类地物的协方差矩阵。

ML 分类和 MAP 分类中像素 s 的类别分别由以下式子确定,即

$$u_{\text{ML}} = \arg \min_{1 \leq u \leq L} d_{\text{ML}}(s, u) \text{ 和 } u_{\text{MAP}} = \arg \min_{1 \leq u \leq L} d_{\text{MAP}}(s, u)$$

分类之前需利用训练样本估计出参数 \mathbf{C}_u 和 α_u , 考虑到训练样本较少时可能得不到准确的估计, 在分类过程中引入反馈, 根据前一次分类的结果, 选择新样本参与到参数的估计中去。样本选择过程为: 设像素 s 已被分为第 u 类, 给定一个门限 P_t , 若

$$p(u_s = u | \mathbf{u}_{s_s}) > P_t \quad (8-55)$$

则像素 s 被选为训练样本。

记基于 \mathcal{S}_p^s 分布和 MRF 的 MAP 分类为 GMMAP, 分类步骤如下:

Step 1 利用训练样本估计各类的参数。

Step 2 利用(8-54)式的距离度量进行 ML 分类。

Step 3 根据 Step 2 的分类结果, 由(8-53)式求取各类的先验概率, 并利用(8-53)式的距离度量进行 MAP 分类。

Step 4 判断是否收敛: 若是, 结束分类, 输出结果; 若否, 转到 Step 5。

Step 5 根据 Step 3 求得的先验概率, 利用(8-55)式挑选样本, 并与训练样本一起对参数进行估计, 然后回到 Step 2。

迭代收敛条件为“转移像素比例小于 0.015”或“迭代次数大于 8”。GMMAP 迭代分类框图如图 8.2 所示。



图 8.2 GMMAP 迭代分类框图

8.1.5 三种分类算法性能比较

实验采用 AIRSAR 传感器在 San Francisco 海湾地区获取的 L 波段全极化数据进行。该地区主要包含海洋、植被(主要是公园和山脉)和城区三类目标, 这三类目标的散射差异较大, 从而导致粗糙度的不同, 对算法的评价比较有代表性。

图 8.3 给出了 San Francisco 地区数据直序展开的伪彩色合成图像, 图像尺寸为 900×700 。图中勾画出的 6 个方形区域中, 红色小框为训练区, 蓝色大框为测试区。编号 1、2 和 3 分别对应海洋、植被和城区。

在训练区域的选择上,这里特意选择了小区域,而且测试集与训练集的差别很大(比如海洋区域)。这样做的目的是为了说明小训练(区域)样本代表性的不足及所提算法在这个问题处理上的优势。

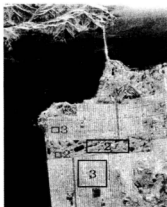


图 8.3 San Francisco 地区 GMMAP 分类的训练和测试区域选择

为了验证本方法的有效性,下面先对基于复 Wishart 分布的迭代 ML 分类(简记为 WML)进行分析,然后用 \mathcal{S}_F^2 分布代替复 Wishart 分布,分析基于 \mathcal{S}_F^2 分布的迭代 ML 分类(简记为 GML),最后在 GML 的基础上中引入 MRF,分析 GMMAP 的分类性能。

8.1.5.1 WML 迭代分类

首先进行基于复 Wishart 分布的迭代 ML 分类。每次迭代都根据上一次的分类结果重新估计每一类的参数(协方差矩阵)。用于估计每一类参数的样本为训练样本和前一次被划分为该类的样本。分类流程与图 8.2 类似,但没有 MAP 分类这一步。WML 迭代分类结果如图 8.4 和表 8.2 所示。

表 8.2 WML 迭代分类结果

迭代次数	转移像素比率	总体精度	Kappa 系数
0	1.0000	0.8810	0.7752
1	0.0820	0.8757	0.7617
2	0.0308	0.8696	0.7492
3	0.0125	0.8669	0.7438

从实验结果可以看出,WML 的初始分类结果比较差,原因主要有以下三点:一是训练样本较少,参数估计不准确;二是复 Wishart 分布对数据的描述能力较弱(特别是均匀程度较差的区域),数据拟合不够精确;三是训练区域的样本不能代表整类地物,比如,同是海

洋,图像右上角的区域 A1 与图像中部左侧的区域 A2 明显不一样,但训练样本是从 A2 区域挑选的,根据该区域估计出的参数不能很好地代表 A1 区域,结果 A1 区域的像素被错分成了城区和植被(山脉附近的海洋也如此)。

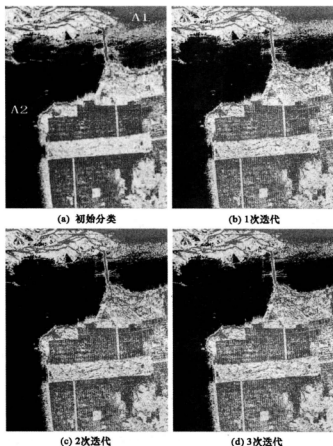


图 8.4 WML 迭代分类结果

8.1.5.2 GML 迭代分类

GML 迭代分类采用(8-54)式的距离度量。与前一节的 WML 分类一样,迭代中某一类的参数估计样本为训练样本和上次迭代被划分为该类的样本,分类结果如表 8.3 和图 8.5 所示。

表 8.3 GML 迭代分类结果

迭代次数	ω 的估计值			转移像素比率	总体精度	Kappa 系数
	海洋	植被	城区			
0	8.9579	2.5501	0.7726	1.0000	0.9179	0.8415
1	1.8014	1.3458	0.2853	0.0907	0.9167	0.8387
2	0.9086	1.2641	0.3241	0.0379	0.9126	0.8309
3	0.5329	1.2150	0.3048	0.0152	0.9119	0.8286
4	0.3987	1.1940	0.3028	0.0131	0.9128	0.8308

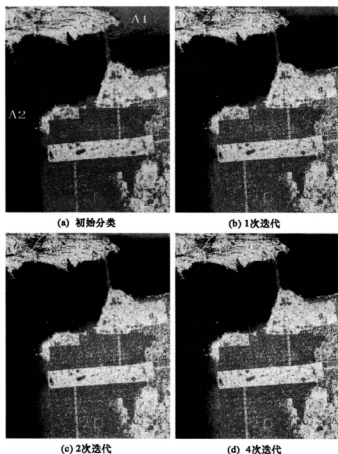


图 8.5 GML 迭代分类结果

比较 WML 和 GML 的实验结果, 可得:

(1) 定量地来看, GML 的分类精度比 WML 高大约 4 个百分点, Kappa 系数比 WML 高大约 8 个百分点 (Kappa 系数能更加全面地反映分类性能的好坏)。

(2)视觉上,与 WML 相比,GML 分类得到的各类地物更为“干净”,尤其是海洋,从图 8.5 中的(c)和(d)可以看出,右上角的海洋得到了很好的划分(山脉附近的海洋也一样)。

GML 比 WML 分类效果好的主要原因是 GML 中的 \mathcal{S}_p^2 分布采用了两个参数,在数据的描述上比复 Wishart 分布更完备。以 A1 区域的分类为例,GML 方法在利用初始分类数据估计协方差矩阵的时候,利用了被错分的 A1 区域数据,使得城区协方差矩阵的估计值出现较大的偏差。然而,协方差矩阵估计上的偏差在粗糙度参数 ω 上可以得到一定的补偿。从表 8.3 可知,迭代使各类地物的 ω 值发生了变化,虽然植被区域和城市区域 ω 值的变化很大,但海洋区域 ω 值的变化更大,于是当 ω 与协方差矩阵进行一种非线性组合之后,2 次迭代就使 A1 区域的大部分像素被正确分为海洋。

仔细考察迭代对粗糙度参数 ω 的影响。从表 8.3 可以看出,迭代到第 2 次时,海洋区域的 ω 值竟然比植被区域的还小,也就是说此时海洋的均匀性显得比植被还要差。这与通常的理解似乎有冲突。其实不然。 ω 表征的是单位均值目标 RCS 的一种起伏程度(第 3 章在统计建模的时候,已把 RCS 因子的均值归一化)。当考察区域较小时,海洋的起伏确实比植被的小,比如初始分类的时候(ω 利用人工选取的小区域的训练样本算得)。但当考察区域扩展到整个海域时,植被区域的起伏就未必会强于海洋了。图 8.5(a)表明 A1 区域的海洋散射要远强于其他区域(比如 A2),于是利用整个海域估计出的粗糙度参数一定很大。0 次迭代到 1 次迭代之间海洋区域 ω 值的大幅下降便是这样造成的。

迭代造成的粗糙度参数的这种变化是很有用处的,因为它对地物的代表性更强了。初始分类时,各类地物粗糙度参数的差别都比较大,这恰好反映出各类地物均匀程度的不同,但由于训练样本较少,这种反映并不是很充分。比如根据训练样本算得的海洋区域的 ω 值只能表征训练区海洋的粗糙程度,并不能恰当地反映右上角及山脉附近海洋的粗糙程度,因此在初始分类时,右上角及山脉附近的海洋分得不太好。但迭代之后,由于新添加的样本中既包含有训练区的数据,又包含有右上角及山脉附近的数据,重新估计得到的参数便不仅能较好地描述训练区的海洋,也能较好地描述右上角及山脉附近的海洋,进而改善了后两个区域的分类效果。植被和城区的分类也是如此。

进一步考察迭代对分类的作用。从图 8.5 可以看出,随着迭代的深入,分类效果越来越好。但是表 8.3 给出的总体精度和 Kappa 系数并没有很好地反映出分类效果的改善,这是因为测试集没有包含图像右上角的海洋区域。

迭代 4 次之后,发生类转移的像素比率下降到 0.0131,低于预设值 0.015,再迭代对分类效果的改善不会很大。此时,总体精度和 Kappa 系数分别稳定在 0.913 和 0.831 左右,图像右上角的海洋基本上已完全正确分类,但仍有部分像素被错分为城区。

8.1.5.3 GMMAP 迭代分类

WML 和 GML 都仅利用单一像素数据进行分类,没有考虑像素的上下文信息。实际上,无论是从实际地物在空间上具有一定的连通性这点出发,还是从分类的最小错误率出发,都有必要利用上下文信息,这也是采用 MRF 的原因。根据第 8.1.4.3 节和图 8.2 的分类方案,采用 5 阶邻域,参数设置为 $\beta_1 = \beta_2 = 1$, $P_i = 0.95$,则得到如表 8.4 和图 8.6 所示的 GMMAP 分类结果。

表 8.4 GMMAP 迭代分类结果

迭代次数	ω 的估计值			转移像素比率	总体精度	Kappa 系数
	海洋	植被	城区			
0	8.9579	2.5502	0.7725	1.0000	0.9652	0.9419
1	0.8767	0.9350	0.2687	0.0873	0.9610	0.9359
2	0.4146	0.8783	0.2400	0.0221	0.9492	0.9116
3	0.3386	0.8606	0.2400	0.0133	0.9489	0.9117

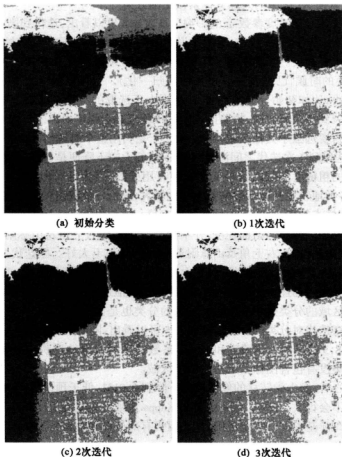


图 8.6 GMMAP 迭代分类结果

由实验结果,很明显,MRF 极大地改善了统计分类的效果! 2 次迭代之后,GMMAP 便能得到很好的分类。主要体现在:

(1) 定量地来看,GMMAP 分类的总体精度比 GML 提高了大约 4 个百分点,而 Kappa 系数则提高了大约 9 个百分点。

(2)在视觉效果上,GMMAP 分类得到的各类地物连通性更好,这也是 MRF 巨大作用。

(3)利用 Frery 等提出的方法,3次迭代之后,可以得到与图 8.6(d)相似的结果(由该方法得到的同类地物的连通性略好),总体精度为 0.9613,Kappa 系数为 0.9232。虽然分类精度比 GMMAP 方法略高,但 Frery 等所提的方法需要同时对复 Wishart 分布、 \mathcal{N}_p 分布和 \mathcal{S}_p^+ 分布进行处理,需要进行拟合优度检验以及不同分布的参数估计,操作复杂度很高。

在 GMMAP 分类中,MRF 需要事先确定,主要包括邻域阶数的选择和子团势函数的确定。为了方便,仅使用单点子团和点对(两点)子团(即认为其他子团上的势都为零),仅需确定(8-52)式中 β_1 和 β_2 的值即可。邻域阶数越高,平滑越厉害,属于同一类的大区域的分类效果会更好,但处于边界附近的占据区域较小的类的像素被分为占据区域较大的类的可能性也增加了,同时运算量也会增大。因此,邻域阶数必须适中。在确定先验概率时, β_1 和 β_2 的取值有很大影响,两者分别体现当前像素和邻域像素的重要程度。 $\beta_1 \gg \beta_2$ 时,邻域的影响力很小,MRF 对分类的影响很小, $\beta_2 = 0$ 时,GMMAP 退化为 GML。 $\beta_1 \ll \beta_2$ 时,当前像素对于确定先验概率的作用不大,但对分类性能的影响也不会很大。比如,在 5 阶邻域下, $\beta_1 = 0, \beta_2 = 1$ 时,利用实验设计,迭代 1 次之后,GMMAP 的总体分类精度为 0.9587,Kappa 系数为 0.9312,与 $\beta_1 = \beta_2 = 1$ 时的结果差不多。

另外,值得指出的是,利用 AIRSAR 系统在 Flevoland 地区获取的 L 波段全极化数据也能得到同样的结论,从而验证了 GMMAP 算法的有效性,考虑到在实验结果的分析上并无多少特别之处(地物的典型性不如 San Francisco 地区的数据),为节省篇幅,这里不对其进行讨论。

8.2 利用散射特性的 POLSAR 图像无监督分类

由于 POLSAR 图像较单极化 SAR 图像具有更为丰富的信息,因此人们提出了许多利用散射特性的 POLSAR 图像无监督分类。这其中有代表性的有:Van Zyl 于 1989 年首次提出的地物四类划分,即奇次散射、偶次散射、体散射及“不可分类”,并详细分析了镜面散射、微粗表面散射、二面角散射以及森林区域散射。这些分析对后续一些优秀分类方法产生具有深远的影响;Cloude 于 1997 年提出的基于 H/α 极化分解的分类^[118]。该方法是目前使用最为广泛的分类方法。 H/α 分类比较核心的一步是对 $H-\alpha$ 平面进行划分,然后根据 $H-\alpha$ 值把各像素化为相应区域的类别。 H/α 分类存在的不足:区域的划分过于武断,当同一类的数据分布在两类或几类的边界上时,分类器性能将变差;当同一个区域里共存几种不同的地物时,将不能有效区分。针对 H/α 分类不足,本节提出了一种新的基于散射相似性和散射随机性的 POLSAR 图像分类新方法。

8.2.1 利用 $H - \alpha$ 平面的散射分类

在目标散射为某种散射机制上的随机起伏的假设下,鉴于 H 和 α 分别表征了目标散射随机性和平均散射机制,所有可能散射均可采用 $H - \alpha$ 平面上的点表示,Cloude - Pottier 提出了一种基于 $H - \alpha$ 平面的无监督分类方案。其基本思想为:首先将 $H - \alpha$ 平面分为 9 个不同子区域,每个区域对应不同的散射行为,然后将 POLSAR 数据投射到该平面上,并根据数据点所在的子区域确定其散射类别。图 8.7 给出了 $H - \alpha$ 平面的子区域划分。

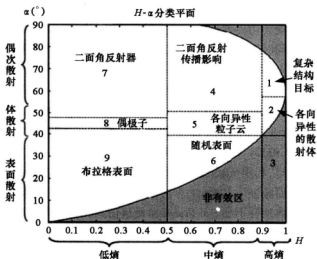


图 8.7 二维 $H - \alpha$ 平面^[4]

在该图中,每个子区域对应的散射特征可描述为:

(1)区域 9 低熵表面散射:该区域对应 α 小于 42.5° 的低熵散射,这包括几何光学(GO)和物理光学(PO)的表面散射、Bragg 表面散射以及在 HH 和 VV 分量间引起 180° 相移的镜面发射。实际上,一些诸如 L 和 P 波段下的水域、L 波段的海洋冰面、及非常光滑的陆地表面等均属于该区域散射。

(2)区域 8 低熵偶极子散射:属于本区域的散射在 HH 和 VV 分量的幅度上会有较大差异。孤立的偶极子散射体、具有较强的各向异性的植被区均属于该区域散射。该区域范围可根据雷达测量 HH/VV 比率的能力,或定标精度决定。

(3)区域 7 低熵多重散射:该区域为低熵偶次或二次散射,例如孤立非导体或金属二面角散射。本区域散射类型 α 角大于 47.5° 。此散射区域下边界选择取决于散射目标的介电常数和雷达测量精度。举例来说,当多重散射的每个散射面均可用 Bragg 表面散射模型近似,并且其介电常数 $\epsilon_R > 2$ 时, $\alpha > 50^\circ$ 。

上述三个区域均为低熵散射,其上边界选取主要依据一阶散射的混乱容忍度。通过

估计第二和更高阶散射引起的熵变化,容忍度可用于分类中,从而重要的一阶散射过程仍然能被正确的识别。同时,系统噪声也是造成极化散射熵增加的原因,因而选取边界时系统噪声水平也是需要考虑的。选择 $H=0.2$ 作为考虑上述两种作用后得到的典型值。

(4)区域6 中熵表面散射:该区域极化散射熵的增加源于散射体表面粗糙度增加和电磁波在树冠层的传播影响。根据表面散射理论,低频布拉格散射和高频几何光学散射对应的极化散射熵均等于零。然而,介于这两种极限情况之间,第二次波传播和散射机制的物理特性将造成极化散射熵的增加。因此,伴随着表面粗糙度或表面变化相关长度增加,极化散射熵也会增加。例如,覆盖扁圆散射体(树叶或圆盘)的地表,其极化散射熵介于0.6至0.7之间。

(5)区域5 中熵植被散射:该区域为以偶极子散射为主的中熵散射。其极化散射熵的增加源于单元散射体空间取向角的中心统计分布。该区域包含各向异性的植被、散射体取向相关等的散射。

(6)区域4 中熵多重散射:该区域为中熵二面角散射,较为典型的例子有森林区和城区。对于森林区域而言,L或P波段的电磁波能够穿过树冠层,与树干和地表构成的二面角相互作用,电磁波树冠层的传播增加了整个散射过程散射随机性,或极化散射熵。对于城区而言,稠密的散射中心也能产生中熵多重散射。

中熵与高熵的边界设定为 $H=0.9$,这种边界选取基于在应用随机分布之前的表面散射、体散射、二面角散射的上限。

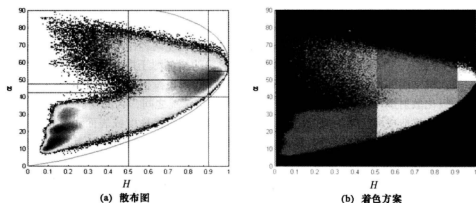
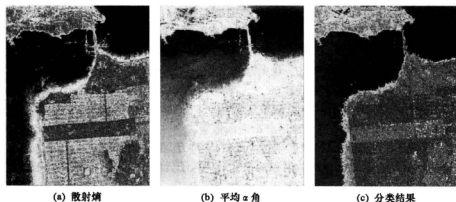
(7)区域3 高熵表面散射:该区域不是 $H-\alpha$ 平面上的有效分类区域,因为对于极化散射熵大于0.9的情形,已无法区分出表面散射。

(8)区域2 高熵体散射:该区域对应 $\alpha=45^\circ$ 和 $H>0.9$ 的散射。这类散射主要来自于各向异性针状粒子云的单次散射和低损耗对称粒子云的多次散射。森林树冠层散射和高随机各向异性植被覆盖散射均属于这一类。在 $H-\alpha$ 平面上,随着极化散射熵的增大,该区域有效分类面积逐渐收缩,极限情况为: $H=1$ 时,收缩为一点。

(9)区域1 高熵多重散射:该区域仍能区分出偶次散射。同样,该类散射主要出现在森林区域,或在树枝和树冠结构完全发育的植被区域。

当然,从某种意义上讲,上述区域边界选取具有任意性,尽管它考虑了诸如雷达校正、测量噪声水平等 POLSAR 系统因素。但这种选取是一种简单的无监督分类策略,并强调了物理散射过程的几何分割。这是与数据无关的无监督分类方法的典型特征。

图8.8给出了 San Francisco 地区 AIRSAR 数据在二维 $H-\alpha$ 平面散布图(左)和着色方案(右)。图8.9为对应分类结果。从图中可以看出,海洋主要为表面散射,因而被分到第9区;公园等存在植被主要分布在第5和第1两区之内;城市区域主要属于二面角散射,因此分布在第4和第7区之内。显然,这种分类结果与实际场景基本吻合,反映了实际地物散射特性。而且,该方法并不需要训练样本,因此是一种较好的非监督分类方法。

图 8.8 San Francisco 地区 AIRSAR 数据 H/α 分类散布图图 8.9 San Francisco 地区 AIRSAR 数据 H/α 分类^[236]

8.2.2 采用 H/α 替代参数的分类方法

正如前文所言,在 POLSAR 图像地物散射分类中,基于 $H-\alpha$ 平面的分类算法是目前应用最为广泛的一种。然而,该算法在实际应用中存在两个不容忽视的问题:一是区域的线性划分过于武断,不符合真实的实际地物情形,以至于当同一类地物的参数分布在两个以上区域的边界上时,分类效果将变差,或者当同一区域内共存几种散射机制相似的不同地物时,它们将不能被有效地区分开来;二是 H 和 α 参数的提取运算量偏大,因为它涉及复杂的矩阵特征值和特征矢量分解,不利于大数量的 POLSAR 图像实时处理。

为克服 H/α 分类算法存在的问题, Lee 提出采用 Freeman 分解替代 Cloude 分解的解决方案,取得了较好的效果。但 Freeman 分解存在反射对称这一假设,而实际地物并不总能满足该假设条件。不仅如此, Freeman 分解只考虑了目标主散射机制差别,其分类结果不

能很好地反映目标散射随机性。

基于以上分析,结合第5章所提取的散射特征,本节将首先提出一种基于球面散射相似性和极化散射熵替代参数的散射分类,克服了 H/α 分类运算量偏大的不足。在此基础上,8.2.3节又提出了一种基于多散射相似性和散射随机系数的散射分类方案,并在该方案框架下给出了一种具体的散射分类方法。最后结合实测 POLSAR 图像验证了算法的有效性。

5.6节研究表明,球面散射相似性具有表征目标散射类型的功能,因而可用来替代平均 α 角,它与极化散射熵构成新的分类平面—— $H-r_s$ 平面。

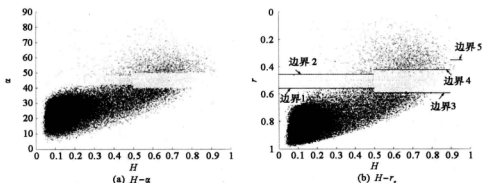


图 8.10 San Francisco 地区 AIRSAR 数据分类结果散布图比较

不过,采用 $H-r_s$ 平面进行散射分类,仍面临边界人工选取的问题。这里为了便于将基于 $H-r_s$ 平面和基于 $H-\alpha$ 平面的地物散射分类进行比较,将根据 H/α 分类确定 $H-r_s$ 分类平面类别边界。图 8.10(左)给出了基于 H/α 分类平面的旧金山地区地物散射分类结果散布图。图中色彩代表散射类别。根据该分类结果,将相同的点转移到 $H-r_s$ 平面上,且对应色彩保持不变,如图 8.10(右)所示。该图中相同色彩的点分布在同一区域,说明相同散射类别的地物在 $H-r_s$ 平面上同样集中在同一区域,这为我们通过 $H-r_s$ 平面区域划分区分地物散射类别提供了依据。不仅如此,尽管不同区域交界处存在少许混淆,但区域边界仍较为明显,这使得我们可以依据 H/α 散射分类确定 $H-r_s$ 平面的类别区域边界。

利用区域边界附近的数据点,根据最小二乘法可拟合出区域边界直线,如表 8.5 第三行所示。表 8.5 第二行给出了平均 α 角边界值。显然平均 α 角和 r_s 的边界近似满足 $r_s = \cos^2 \alpha$ 关系。

表 8.5 平均 α 角边界值和 r_s 边界估计值

类别边界	1	2	3	4	5
平均 α 角类别边界	42°	48°	40°	50°	55°
r_s 类别边界	0.5524	0.4472	0.5861	0.4133	0.3291

尽管相对于平均 α 角, r_s 计算简便,但由于极化散射熵提取仍需进行矩阵特征值和特征矢量分解,若直接采用 $H - r_s$ 平面进行散射分类,其运算量仍然偏大。为此,采用 5.3 节提出参数 H' 替代极化散射熵。在平均 α 角、 r_s 选取表 8.5 边界值,而 H' 和 H 边界相同的情形下,图 8.11 分别给出了基于 $H - \alpha$ 平面(左)和基于 $H' - r_s$ 平面(右)的旧金山地区地物散射分类结果图。由该图可看出,两种散射分类结果图中相同地物的色彩几乎一致,即城区以红色为主,公园以绿色为主,海洋以蓝色为主,这说明两种分类方法具有一致的分类效果。当然,也有少许色彩差别,这源于平均 α 角与 r_s 之间和 H 与 H' 之间并非一一对应的映射关系,但这并不影响整幅 POLSAR 图像地物散射分类效果。

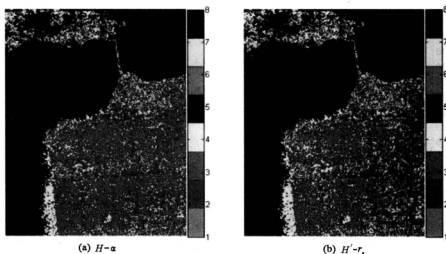


图 8.11 San Francisco 地区 AIRSAR 数据分类结果比较(一)

在 Matlab 7.1.0.246(R14)Service Pack3 软件环境,若矩阵特征值和特征矢量采用解析公式计算,基于 $H - \alpha$ 平面分类法所费时间至少是基于 $H' - r_s$ 平面分类法的 5 倍;若采用 Matlab 内带 eig 函数求解特征值,前者运算时间至少为后者的 35 倍。其原因为球面散射相似性系数计算只涉及简单的加、除和平方运算。

综上所述,尽管基于 $H' - r_s$ 平面和基于 $H - \alpha$ 平面的散射分类几乎相同,但在算法效率方面前者则明显优于后者,因而兼顾算法效率和分类精度两方面,采用 $H' - r_s$ 平面替代 $H - \alpha$ 平面进行地物散射分类将是一个不错的选择。但必须明确的是, $H' - r_s$ 散射分类仍然无法克服 H/α 散射分类类别边界人为确定的不足。

8.2.3 基于散射相似性和散射随机性相结合的无监督分类方案

正如前文分析,相对于 H/α 分类而言, $H' - r_s$ 分类具有明显的运算优势,但它仍存在 H/α 分类类别边界人为确定带来的不足。不仅如此,这两种方法还存在目标信息利用不充分的缺陷:(1)根据相干矩阵特征分解可知, H/α 分类只利用了相干矩阵特征值和特征矢量中的 α 角,而忽略了 β_i 、 δ_i 和 γ_i 三个参数(见式(4-16))。(2) $H' - r_s$ 分类也只利用了目标散射随机性和球面散射相似性特征,而忽略了其他散射相似性特征。实际上,从信息论角度看,综合利用目标各方面信息将有助于提高目标散射分类效果。基于此,这里将讨论多散射相似性参数与散射随机性的目标散射分类。

8.2.3.1 基于多散射相似性参数与散射随机性的散射分类

根据散射相似性定义可知,由于它度量了目标散射与典型散射的相似程度,利用它可实现目标散射分类。但仅根据单个散射相似性参数只能进行粗略的散射分类:当散射相似性参数较大,接近或等于1时,目标以典型散射为主;反之,目标不以典型散射为主。为对目标进行更精细的散射分类,就必须考虑增加典型散射种类。也就是,根据多散射相似性参数实现目标散射分类。其基本思想为:首先计算目标与 N 类典型目标的散射相似性参数,然后在其中选取散射相似性最大对应的典型散射作为目标散射类别。

然而,由于实际地物散射的复杂性,简单地用某种散射机制来刻画目标散射,或用主散射机制作为目标散射类别将过于粗糙。实际上自然地物往往包含多种散射类别,每种散射对目标后向散射的贡献不一。根据散射相似性参数,仅能分辨这些散射中哪种散射对目标后向散射贡献较大,而无法辨识不同散射对目标后向散射贡献的分布情况,即目标散射随机性。不仅如此,采用目标主散射机制和散射随机性相结合的描述方式,其合理性在目标散射随机性较高时将受到质疑,因为此时目标主散射机制并不绝对占主导,甚至目标各种散射对目标后向散射的贡献几乎相同。

基于以上认知,考虑采用散射相似性和散射随机性相结合的目标散射分类方案,并针对不同的目标散射随机性,采取不同的散射类别描述方式。其大致思路为:首先,根据散射随机性将目标分为高、中、低三种情形;然后对于低散射随机性情形,根据多个散射相似性参数大小关系,将散射相似性参数最大的典型散射作为目标散射类别;对于中散射随机性情形,同样根据多个散射相似性参数大小关系进一步细分。不过,此时选取散射相似性参数较大的几种典型散射联合表征目标散射类别;对于高散射随机性情形,目标散射类别描述为高熵散射。

需说明的是:(1)对于低散射随机性情形,采用一种散射机制来描述目标后向散射是合理的。因为此时主散射机制在目标后向散射中占绝对支配地位。(2)对于中散射随机性情形,采用少数几种散射机制来描述目标后向散射也是合理的,因为此时主散射机制对目标后向散射贡献并不绝对占优,而散射相似性参数较大的几种散射机制对目标后向散射贡献之和占绝对主导。(3)对于高散射随机性情形,由于目标包含的散射机制对后向散

射贡献几乎相当,因而该情形不讲进一步细分。

综上所述,新方案具有以下三个方面的特点:(1)充分考虑了目标散射随机性差异,对不同散射随机性的目标采用不同的类别描述方式,相对于现有的目标散射描述更为合理。(2)根据散射相似性参数大小关系确定散射类别,不存在 Cloude 的类别边界人工确定等的不足。(3)采用多目标散射相似性参数和散射随机性,充分利用了目标信息。因此,从整体上讲,该方案是比现有目标散射分类方案更优。不过,在采用上述方案进行地物散射分类时,还需注意以下三点:

(1)被选取的典型散射应能较好地反映实际地物散射情况,这样才能使分类结果与实际地物很好地吻合;

(2)被选取的典型散射,它们相互之间的相似性应尽可能小,以减少出现目标与这些典型散射相似性参数相等或接近的可能;

(3)典型散射选取的个数要适当,过少无法有效地区分不同散射的地物目标,过多则会增加大量运算。

8.2.3.2 目标散射分类算法

作为上述新方案的具体应用,下文将给出一种相应的目标散射分类方法。

根据第4章研究可知,球面散射相似性 r_s 、偶次散射相似性 r_d 和体散射相似性 r_v 可理解为对应典型散射对目标后向散射的贡献,且它们之和等于1。这说明任意目标后向散射均可看成这三种典型散射的叠加。不仅如此,这三种典型散射是对实际地物的散射建模,能真实地反映地物散射情况。为此,以 r_s 、 r_d 和 r_v 为例,给出了基于多散射相似性和散射随机性的地物散射分类具体流程(如图8.12所示)。

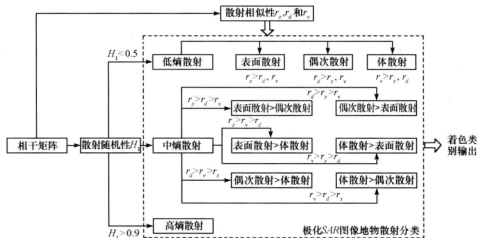


图 8.12 基于散射相似性和散射随机性的 POLSAR 图像地物散射分类流程图

算法的具体实施步骤为:

(1)若原始 POLSAR 图像数据没有经过相干斑抑制处理,或缺乏足够的多视平均,可

首先采用 7.5 节中提出的相干斑抑制算法进行预处理;

(2) 计算 POLSAR 图像对应的极化散射熵、球面散射相似性参数 r_s 、偶次散射相似性参数 r_d 和体散射相似性参数 r_v ;

(3) 根据极化散射熵取值, 将 POLSAR 图像中像素划分为低散射随机性 ($H < 0.5$)、中散射随机性和高散射随机性 ($H > 0.95$) 三类;

(4) 根据散射相似性参数进一步细分上述三类, 即对于低散射随机性情形, 利用最大散射相似性参数进一步, 将像素划分为以球面散射 ($r_s > r_d$ 且 $r_s > r_v$)、偶次散射 ($r_d > r_s$ 且 $r_d > r_v$) 或体散射 ($r_v > r_d$ 且 $r_v > r_s$) 为主的三类散射;

(5) 对于中散射随机性情形, 利用较大的两个散射相似性参数进一步将像素划分为六类, 即若 $r_s > r_d > r_v$, 则像素散射类别为表面散射 > 偶次散射, 其他散射类别参见表 8.6;

(6) 对于高散射随机性情形, 不做进一步处理, 将该情形看成一个散射类别。

表 8.6 根据散射相似性的中散射随机性情形类别细分表

序号	判决条件	散射类别
1	$r_s > r_d > r_v$	表面散射 > 偶次散射
2	$r_s > r_v > r_d$	表面散射 > 体散射
3	$r_d > r_s > r_v$	偶次散射 > 表面散射
4	$r_d > r_v > r_s$	偶次散射 > 体散射
5	$r_v > r_s > r_d$	体散射 > 表面散射
6	$r_v > r_d > r_s$	体散射 > 偶次散射

需说明, 这里将 $H < 0.5$ 分为低散射随机性, 其原因为: 若假设 $P_1 \geq P_2 \geq P_3$, 结合 $P_1 + P_2 + P_3 = 1$, 式 (5-77) 重写如下

$$H = -(P_1 \log_3(P_1) + P_3 \log_3(P_3) + (1 - P_1 - P_3) \log_3(1 - P_1 - P_3)) \quad (8-56)$$

图 5.13 给出了 H 在 (P_3, P_1) 平面上的等高线图。从图中可以看出, 当 $H < 0.5$ 时, 主散射机制对目标后向散射最小贡献超过了 75%, 此时可以认为它占绝对主导。

同样, 将 $H > 0.95$ 分为高散射随机性, 因为此时主散射机制对目标后向散射最大贡献小于 50%, 即目标各种散射机制对后向散射贡献接近。

当然, 上述散射分类是在 8.2.3.1 节方案下的一次大胆尝试。根据典型散射选取的不同, 类似的散射分类方法可以有许多种, 这里仅以球面散射相似性、偶次散射相似性、体散射相似性为例, 不仅是因为它们具有一些特殊性质, 而且也是对新方案应用的展示。

8.2.4 对比实验与分析

为了验证新的散射分类方案, 这里选取 NASA/JPL AIRSAR 于 1994 年对 San Francisco 海湾地区成像的 L 波段全极化数据进行散射分类演示。选择该 POLSAR 图像的原因为: (1) 该地区地物类型已知, 主要包含海洋、城区、植被三类典型地物, 这些地物之间的散射差别较大, 有利于散射分类算法的评估; (2) 现有众多文献中均采用该幅 POLSAR 图像作

为演示数据,这里选取它有利于与现有算法比较分析。图 8.13(a)给出该地区的光学图像。原始 POLSAR 图像经过 4 视处理。为抑制图像相干斑噪声,这里采用 7.5 节算法对其进行进一步滤波。图 8.13(b)给出了滤波后的 Span 总功率切片图。图像尺寸为 600×600 ,图中标识了一些具体的地物目标:海洋、高尔夫球场、城区、金门公园和马球场。

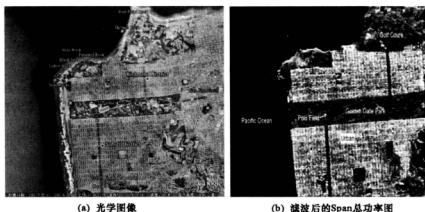


图 8.13 San Francisco 海湾地区

为对该地区地物进行散射分类,首先分别计算该地区地物的极化散射熵,以及球面散射、偶次散射和体散射相似性参数,并在海洋、城区和植被区域分别选取一块矩形切片数据进行分析。图 8.14(a)给出了这三个切片区域极化散射熵的直方图拟合曲线。由该图可知,海洋区域的 H 基本上集中在 0.1 至 0.3 之间,城区的 H 主要分布在 0.1 至 0.95 之间,植被区则主要分布在 0.6 至 1 之间。也就是说,海洋区域为低散射随机性,城区为中散射随机性,植被为高散射随机性。

图 8.14(b)~(d)分别给出了三个切片区域相似性参数统计直方图拟合曲线。表 8.7 给出了三个切片区域对应的散射相似性参数均值和标准差。从图表可看出:(1)在海洋区,球面散射相似性参数远大于其他两个散射相似性参数,说明球面散射对目标后向散射贡献远大于其他两种散射;(2)在城区,球面散射、偶次散射的相似性参数取值比较接近,说明两者对目标后向散射的贡献相当;(3)在植被区,三种散射相似性参数取值差别很小,说明三种散射对后向散射的贡献差别不大。

表 8.7 不同地物的散射相似性参数的均值和标准差

地物	表面散射相似性		偶次散射相似性		体散射相似性	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
海洋	0.8613	0.0264	0.3486	0.1022	0.0250	0.0081
城区	0.3486	0.1022	0.5349	0.1069	0.1165	0.0365
植被区	0.4112	0.0709	0.3360	0.0797	0.2528	0.0695

可见,对低散射随机性海洋区,采用球面散射表征其散射是合理的;对中散射随机性

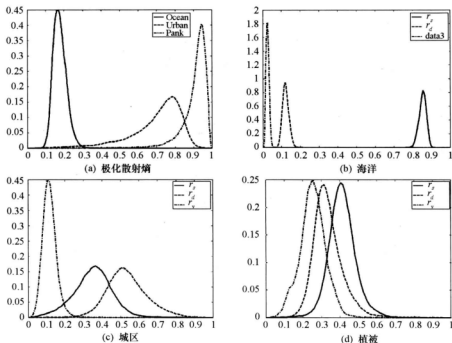


图 8.14 不同地物的极化散射熵和散射相似性的直方图拟合曲线

城区,采用球面散射和偶次散射联合表征其散射更为合理;对高散射随机性植被,区分目标散射已无意义。显然,这与前文分析是一致的。

接着,基于上述四个参数对该地区地物进行散射分类。图 8.15(a)给出了本节算法的散射分类结果。由该图可知:

- (1)海洋区被分为低熵球面散射,因海洋区几乎只有球面散射;
- (2)城区被分为低熵偶次散射、中熵偶次散射 > 表面散射和中熵偶次散射 < 表面散射三种散射情形。鉴于该区域包含了墙体与地面的偶次散射,以及墙体、地面、屋顶等的表面散射,故这种划分是合理的;
- (3)植被区被分为高熵散射,因植被包含树冠层的体散射、树干和地面的偶次散射,以及树叶、树枝、树干和地面的球面散射,散射情况较为复杂,散射随机性较大。

显然,基于多散射相似性参数与散射随机性的散射分类算法的结果能较好地对应实际地物散射情况,从而验证了该分类方法是有效的,也说明了对应的散射分类方案合理可行。

作为比较,图 8.15(b)给出了基于 $H-\alpha$ 平面的散射分类结果。当然,也可与基于 $H'-r_s$ 平面的散射分类进行比较。不过,8.2.2 节已说明基于 $H-\alpha$ 平面和基于 $H'-r_s$ 平面的散射分类效果相同,因而这里只考虑与基于 $H-\alpha$ 平面的散射分类结果进行比较。显然,由图 8.15 的分类结果可知,本节算法和基于 $H-\alpha$ 平面的散射分类均能有效地将该地区三种典型地物区分开。然而,基于 $H-\alpha$ 平面的散射分类结果却出现了误分,例如

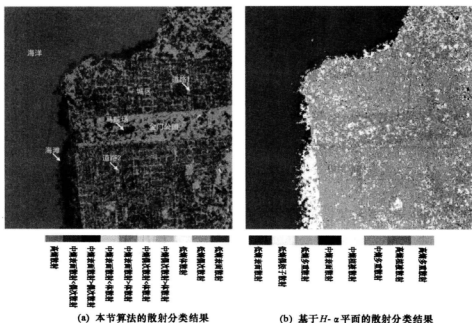


图 8.15 San Francisco 地区 POLSAR 图像地物散射分类结果比较(二)

海滩被分为中熵植被散射。实际上,由于该地物为松软沙地结构(如图 8.16 所示),应是以表面散射为主的散射。本节算法将其分为中熵表面散射 > 体散射是合理的。不仅如此,从分类细节上看,本节算法的分类结果中城区与植被的边界更加明显;城区中的道路更加清楚;城区的平行或垂直结构也能有所体现(如图 8.17 和图 8.18 所示)。也就是说,本节算法的散射分类能更准确地体现实际地物的散射差异。其原因在于本节算法根据散



图 8.16 旧金山地区海滩光学图

射相似性参数大小确定类别,克服了人工确定 α 类别边界带来的不足;球面散射、偶次散射和体散射为实际地物散射类型,选取它们的相似性进行散射分类,其分类结果能很好地对应实际地物散射情况。

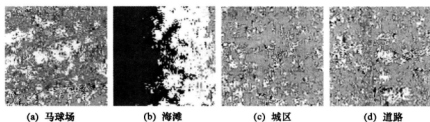


图 8.17 四块切片图像的 H/a 分类结果

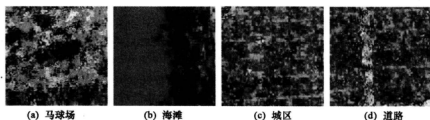


图 8.18 四块切片图像的本节散射分类结果

同样,为提高本节算法运算效率,可采用 5.3 节中参数替代极化散射熵。此时,在计算机硬件环境为 Intel (R) Pentium (R) 2.5GHz CPU, 1.5GB 内存,软件环境为 Matlab 7.1.0.246(R14) Service Pack3,采用未优化的 Matlab 代码分别运行本节算法和 H/a 分类法。本节算法的运算时间仅为 3.0470(s),不到 H/a 分类法运算时间的 1%,其原因为本节算法仅涉及一些简单加、减、乘和除操作,故其运算速度远快于后者。同时,与基于 $H' - r_s$ 平面的散射分类进行比较,后者运算时间为 2.8180(s),可见,两者运算速度几乎相当。

综上所述,兼顾目标散射分类效果和运算效率两方面,本节算法性能最优。

8.3 综合利用统计特性和散射特性的 POLSAR 图像分类

在没有任何先验知识的情形下,根据地物散射分类结果也能大致了解地物实际散射情况,这是基于散射特性的 POLSAR 图像无监督分类备受青睐的原因。然而,由于实际地物散射的复杂性,即不同类型的目标可能包含同种散射,如海洋、城区等均包含表面散射;或同类目标可能包含多种散射,如森林地区包含表面散射、偶次散射、体散射等,散射分类结果不一定与实际地物类型相一致,造成实际散射分类结果视觉效果较差,甚至由于相干

斑噪声、校正误差等干扰因素,可能造成错分。为此,有必要对上一节地物散射分类结果进行类别调整。

8.3.1 H/α + Wishart 的无监督分类

基于散射特性的 H/α 目标分解理论为像素分类提供了合理的依据,但该方法在一些情况下的分类结果并不能达到较为理想的效果。原因在于:首先: H/α 分解只利用了相干矩阵中部分极化信息;并且 H/α 区域边界的设定具有一定的任意性,某一类别可能落在几个独立区域交汇的边界附近,两个或更多的类可能落在同一区域,使得分类结果存在一定模糊性;最后,为了得出较好的 H 与 α 结果,需要进行平均处理操作,而该操作又进一步损失了细节信息。

为了改善分类的性能, Lee 等进一步考虑了用于 H/α 分解的多视相干矩阵的统计特性,将监督分类中常用的基于统计知识的方法引入到 H/α 分类中,提出了基于 H/α 分类和复 Wishart 分类器的联合分类算法,以下简称 H/α + Wishart 分类器。该算法首先应用 H/α 无监督分类的结果形成训练集,将其作为 Wishart 分类器的输入进行二次迭代分类。一般地, H 和 α 值通过多视数据获取,视数较小时会严重低估熵 H 值,为了得到理想的 H 和 α 值,需要对多视数据的协方差矩阵或相干矩阵进行滤波处理。传统的矩形窗滤波严重降低了图像质量,使得靠近边界的极化信息因为不加选择的平均而发生变化,为了保持图像分辨率并且减少相干斑, Lee 等应用改进的 Lee 滤波器对相干矩阵滤波,再由滤波图像计算 H 和 α 。根据 H 和 α 结果,将初次分类图分为 8 个区域,利用其训练 Wishart 分类器。

在初始分类图中,令第 m 个聚类中心的相干矩阵为 T_m ,它的最大似然估计为属于类别 m 的所有像素相干矩阵的平均,即

$$T_m = \frac{1}{n_m} \sum_{i=1}^{n_m} T_i \quad (8-57)$$

式中, n_m 为类别 m 的像素个数, T_i 为类别 m 中第 i 个像素的相干矩阵。每个像素与类别 m 的 Wishart 距离度量为

$$d(T, T_m) = \ln |T_m| + \text{tr}(T_m^{-1}T) \quad (8-58)$$

由此根据(8-58)式,将待分类像素归为第 m 类的条件为

$$d(T, T_m) \leq d(T, T_j), \text{ 对于所有 } j \neq m \quad (8-59)$$

经过 Wishart 再次分类后的结果在保持细节方面有了明显改进。

利用迭代处理思路可以进一步改进分类结果在保持细节方面的能力。可基于 Wishart 距离度量分类后的图像修正 T_m ,然后再利用(8-58)式和(8-59)式对图像再次分类,当变换类别的像素个数小于某一预定值或达到某个终止条件时,迭代停止。可以证明:这种迭代分类是模糊分类的特殊情况,满足收敛条件。归纳起来, H/α + Wishart 分类步骤为:

(1)如果原始 POLSAR 图像没有进行足够的多视平均,可对其进行相干斑抑制。通常

相干斑抑制可改善分类效果,但并不是必需的,主要依原始数据的等效视数而定;

(2)利用(8-60)式将协方差矩阵变换为相干矩阵,即

$$T = Q_3 C Q_3^T, \quad Q_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (8-60)$$

(3)用 Cloude 分解计算极化散射熵和 α 角;

(4)根据 $H-\alpha$ 二维平面将图像初始分成 8 类;

(5)对每一类,利用(8-57)式计算其类中心 $T_m^{(k)}$ (k 为迭代次数);

(6)根据(8-58)式计算待分类像素与所有类的 Wishart 距离度量,并根据(8-59)式将像素归为 Wishart 距离度量最小的类;

(7)判定是否达到终止条件。如果没有,令 $k = k + 1$,返回第 5)步。

可选的迭代终止条件为:(1)像素变换类别的数目小于某预定值;(2)类内距离总和达到最小值;(3)预定的迭代次数。通常选取一定的迭代次数作为终止条件。分类算法的类别数目不限于 8 类,如果需要更多的类别,可应用类间分裂或聚合将 $H-\alpha$ 平面上的区域划分成更多的类别。

8.3.2 Freeman 分解 + Wishart 的无监督分类

2004 年, Lee 等又提出一种基于 Freeman 分解与复 Wishart 分类器的地物无监督分类算法。该算法有效地利用了地物的散射机理信息,保持了每一类地物中散射机制的同一性,比基于 H/α 的迭代分类方法具有更稳定的收敛特性,并且分类个数可以灵活选取,分类结果保持了空间分辨率。

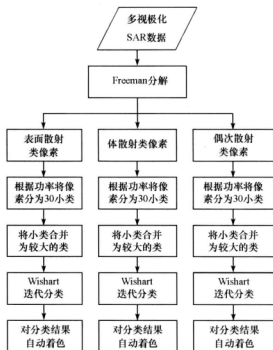
其基本思路为:首先利用 Freeman 分解将 POLSAR 图像分为三个散射类别:表面散射、偶次散射和体散射,并对每个散射类别进行标记;然后将每个散射类别进一步细分为若干小类;最后采用 Wishart 距离度量进行类合并和调整。需指出,类合并时只有被标记为同一散射类别的小类才能合并为一类,从而很好地保持了散射特性的同一性,防止统计特性相似而散射特性不同的像素分为一类。图 8.19 给出了该分类的流程图。根据该流程图,归纳起来,具体的分类步骤为四类。

1. 初始类划分

(1)利用改进 Lee 滤波对 POLSAR 图像进行相干斑抑制。如果原始数据没有进行足够的多视平均,则在尽可能保持图像分辨率的情况下,可对协方差矩阵或相干矩阵的所有元素进一步滤波。相干斑抑制改善了图像分类结果,但过度滤波会降低图像空间分辨率。可以证明 4 视处理的 POLSAR 数据足以满足地物分类精度要求。

(2)利用 Freeman 分解将 POLSAR 图像分为三大类。逐像素计算偶次散射(DB)、体散射(V)和表面散射(S)对应的散射功率 P_{DB} 、 P_V 和 P_S ,将待分类像素归为散射功率最大的类别,并将像素散射类别进行标记。

(3)将每个散射类的像素按该散射类型功率的大小划分为 30 个或更多的小类,这些

图 8.19 基于 Freeman 分解和 Wishart 分类器的分类流程图^[122]

小类中像素数目大致相等。例如,表面散射类型的像素基于其 P_s 值可划分为 30 个小类,则初始用于聚类数目总共有 90 个或更多的小类。

2. 小类合并

(1) 计算每一小类的平均协方差矩阵 C_i 。

(2) 根据小类之间的类间距进行类别合并。根据 Wishart 距离度量,类间距定义为

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \{ \ln(|C_i|) + \ln(|C_j|) + \text{tr}(C_i^{-1}C_j + C_j^{-1}C_i) \} \quad (8-61)$$

若某两个小类之间的 D_{ij} 最小,则将其合并为同一类。为防止某一类合并后远大于其他类别而吞噬其他小类,限制合并后类中像素数目不超过 N_{\max} ,其定义为

$$N_{\max} = 2N/N_d \quad (8-62)$$

其中 N 为图像像素的总数目。在小类合并时,为保持散射特性的纯度,首先将较小的小类合并,并且在同一散射类型内对小类进行合并。在实际地物分类中,偶次散射类型的像素数目远小于表面散射和体散射的数目,为了更好地对小数目的偶次散射类型进行划分,限制每一散射类型最终合并完后的类数目至少为 3;

3. Wishart 分类

(1) 计算合并后 N_d 个类的平均协方差矩阵,将这些矩阵作为类中心,根据待分类像素与所有类中心的 Wishart 距离度量,对像素重新分类,将每个像素归为与其具有最小

Wishart 距离的某一类中。

$$d(\mathbf{Z}, \omega_m) = \ln |\mathbf{C}_m| + \text{tr}(\mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{Z}) \quad (8-63)$$

其中 \mathbf{Z} 为像素多样本协方差矩阵, ω_m 表示第 m 类, \mathbf{C}_m 为第 m 类像素的样本协方差矩阵的平均值。为确保每一类中像素散射特性的同一性,标示为“DB”,“V”或“S”的像素只能归类为同一标示类别。例如,主散射机制为偶次散射的像素点不能归属于表面散射类,即使其与表面散射类的 Wishart 距离最短。

(2) 为了具有更好的收敛特性,在类别限制条件下,迭代应用 Wishart 分类器 2 至 4 次完成分类过程。

4. 自动着色

每一类的合理着色对于最终分类结果的视觉评估很重要,利用三种颜色系对散射类别标示可以很容易实现着色。对最终分类结果采取如下的自动颜色选取规则:首先,表面散射指定为蓝色系,体散射指定为绿色系,偶次散射指定为红色系;其次,在表面散射类中,具有最高表面散射功率的类将被指定为白色,表示该类接近于镜面反射;最后,每种散射类型中各小类颜色的深浅由该小类像素对应散射类型的平均功率大小决定—功率越大颜色越浅,功率越小颜色越深。

通过上述四个步骤,即可实现基于 Freeman 分解和 Wishart 分布的地物分类。

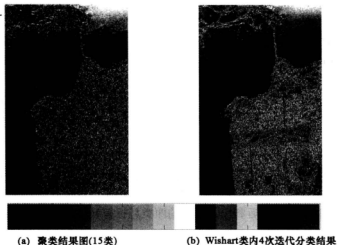


图 8.20 Freeman + Wishart 分类结果

对分解后的每种散射类型,基于功率把像素分为 30 个聚类,并基于第二类的合并准则将其合并为预定的 15 个类别,图 8.20(a)给出了合并结果。每一类都用图 8.20 所示的自动色码标签的颜色着色。其中 3 个体散射类、9 个表面散射类及 3 个偶次散射类的颜色按图中彩条从左到右的顺序选取,在每一类内按平均功率大小从左到右排列,功率越大颜色越浅,功率越小颜色越深。对经过聚类合并的 15 类别,进一步利用 Wishart 分类器迭代分类。采用同样的着色方式,可以看出迭代之前的分类结果(图 8.20(a))与 4 次迭代后

的分类结果(图 8.20(b))整体分类效果类似,但经过 4 次迭代后的地物细节信息更清楚,从而说明该算法具有良好的收敛性。与前几节的分类算法相比,该算法对于场景中各种地物细节信息的描述更加准确、细致。特别是场景中城区与街道排列的细微结构、海洋表面的变化、植被的不同起伏、山脉的局部轮廓等细节都清楚地显示出来。

由以上分析可知:由于在合理利用散射机理信息与统计分布信息的基础上,采取了较为精细的小类划分与合并,Freeman 和 Wishart 分类方法可以得到相当高的地物分类准确率,对细节的刻画较为准确,是目前几种分类效果较好的先进算法之一。然而,也正是由于大量小类划分与合并的使用,导致该算法存在严重的运算量问题,极大地影响了算法的时效性。

8.3.3 基于散射相似性和差异度的无监督分类

无论是基于 $H - \alpha$ 平面和 Wishart 距离度量的 POLSAR 图像无监督分类,还是基于 Freeman 分解和 Wishart 距离度量的 POLSAR 图像无监督分类,都需用到 Wishart 距离度量进行类别迭代调整。但应当指出,采用 Wishart 距离度量存在以下不足:

(1) Wishart 距离度量是在目标协方差矩阵或相干矩阵服从 Wishart 分布这一假设条件下导出。实际上,由于自然场景和人造目标的复杂性,该假设并不总是成立,例如在城区、森林等非均匀区或极不均匀区。此时统计分类器的最优性能将得不到充分体现,因为特征量的实际统计分布与统计先验假设并不吻合。

(2) 在 Wishart 迭代分类的过程中,由于频繁使用矩阵求逆运算和对数运算,将造成运算量偏大,从而降低了算法的实用性。

(3) 下面分析 Wishart 距离度量包含功率部分和散射部分,通常功率部分对距离度量的贡献大于散射部分,因而随着迭代次数增加,类别调整将更多依赖于功率特征,可能造成大量散射类型调整的不合理。

为此,本节将提出一种基于两类目标新差异度量的类别迭代调整方法。

针对基于 $H - \alpha$ 平面散射分类的不足,8.2 节给出了一种基于散射相似性和散射随机性的分类。实验已证明新散射分类不存在 H/α 散射分类的不足。因此,本节将采用新散射分类进行初始分类,然后利用新定义的两类目标差异度量进行类别迭代调整。

8.3.3.1 两类目标的差异度量定义

在雷达极化中,通常可采用一个相干矩阵来表征目标的变极化效应,且该矩阵包含了目标全部的信息。该矩阵可表示为

$$T = \underbrace{\text{tr}(T)}_{\text{功率特征}} \times \underbrace{T_{\text{anis}}}_{\text{散射特征}} = \underbrace{\text{Span}}_{\text{功率特征}} \times \underbrace{T_{\text{anis}}}_{\text{散射特征}} \quad (8-64)$$

式中 $\text{tr}(T) = \text{Span} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$, $T_{\text{anis}} = T/\text{tr}(T)$ 。可见,目标特性可分为功率特性和散射特性两大类。

为定义两类目标差异度量,这里首先将归一化相干矩阵矢量化为

$$k = [T_{11} \quad T_{12} \quad T_{13} \quad T_{22} \quad T_{23} \quad T_{33}]^T \quad (8-65)$$

式中 T_{ij} 为相干矩阵 T_{unit} 中元素。显然矢量 k 包含的目标信息与 T_{unit} 相同。若已知两类目标的矢量 k_i 和 k_j , 那么两类目标散射特性差异可定义为

$$d_{ij} = 1 - |k_i^H k_j| / (\|k_i\|_2 \|k_j\|_2) \quad (8-66)$$

式中 $\|\cdot\|_2$ 为 2-范数运算, $d_{ij} \in [0, 1]$ 。同样, 若已知两类目标的 Span 总功率, 那么目标功率特性差异可定义为

$$d_{\text{sp}} = 1 - 2 \times \text{Span}_i \times \text{Span}_j / (\text{Span}_i^2 + \text{Span}_j^2) \quad (8-67)$$

根据两类特征对目标差异的重要性, 两类目标的差异度量可定义为

$$d_y = c \underbrace{\{1 - 2\text{Span}_i \text{Span}_j / (\text{Span}_i^2 + \text{Span}_j^2)\}}_{\text{功率差异}} + d \underbrace{\{1 - |k_i^H k_j| / (\|k_i\|_2 \|k_j\|_2)\}}_{\text{极化散射差异}} \quad (8-68)$$

式中 c 和 d 为权重系数, 且为保证该极化差异度量动态范围介于 0 至 1 之间, 这两个系数满足 $c + d = 1$ 。

由目标特征极化理论知, 天线接收功率是收发天线极化状态的函数。利用相干矩阵与 Kennaugh 矩阵之间对应关系, 并结合式(3-1), 天线接收功率可表示为

$$P = \text{Span} \times \frac{1}{2} J_R^H K_{\text{unit}} J_T = \text{Span} \times P_a \quad (8-69)$$

式中 K_{unit} 为 T_{unit} 对应的 Kennaugh 矩阵, $P_a \in [0, 1]$ 。由此可见, 天线接收功率比 Span 总功率多一个可变量 P_a , 且 P_a 也为天线极化状态函数。

若采用天线接收功率替代式(8-68)中 Span 总功率, 则两类目标增强差异度量为

$$\begin{aligned} d_{\text{pi}} &= a \{1 - 2P_i P_j / (P_i^2 + P_j^2)\} + b \{1 - |k_i^H k_j| / (\|k_i\|_2 \|k_j\|_2)\} \\ &= c \{1 - 2/(ab + 1/ab)\} + d \{1 - |k_i^H k_j| / (\|k_i\|_2 \|k_j\|_2)\} \end{aligned} \quad (8-70)$$

式中, $a = P_{ai}/P_{aj}$, $b = \text{Span}_i/\text{Span}_j$ 。显然, d_{pi} 比 d_y 多了一个可变量 a , 而 a 为收发天线极化状态的函数, 故 d_{pi} 也为收发天线极化状态的函数。式(8-70)中, d_{pi} 包含两项, 在两类目标已知, 权重系数确定的情况下, 第二项为一常数, 可改变 d_{pi} 的只有第一项。若令 $y = 1 - 2/(ab + 1/ab)$, 图 8.21(a) 给出了 y 随 a 和 b 变化的等高线图, 图 8.21(b) 给出了 y 随 a

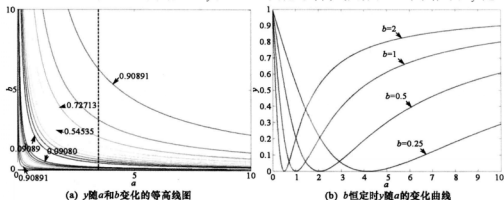


图 8.21 y 随着 a 和 b 变化情况

和 b 变化的曲线。从图中可知, b 恒定的情况下, 在 $a \in [0, 1/b]$ 区间上, y 单调递减, $a \in [1/b, +\infty]$ 区间, y 单调递增。这样, 通过调整收发天线极化状态, 可增大 $\max\{a, 1/a\}$, 进而实现 $d_{pq} > d_g$ 。由于两类目标差异度量越大, 两类目标越容易区分, 因而 d_{pq} 比 d_g 具有更好的类别可分性。

8.3.3.2 基于两类目标差异度的无监督迭代分类

类似于 8.3.2 节, 图 8.22 给出了基于两类目标增强差异度量的地物散射类别迭代调整流程图, 其具体实施步骤可归纳为:

(1) 采用 8.2.3 节算法对 POLSAR 图像进行散射分类;

(2) 将待增强散射类别地物的特征极化作为天线极化状态, 并计算每个像素对应的天线接收功率;

(3) 计算第 i 次迭代时的类别中心

$$k_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} k_{ij} \text{ 和 } P_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} P_{ij} \quad (8-71)$$

式中, N_i 为第 i 类像素个数, k_i 和 P_i 分别为第 i 类的平均目标矢量和天线接收功率;

(4) 利用式(8-70)计算待分类像素与各类中心的距离, 将该像素指定为与其距离最短的那一类;

(5) 判断是否满足终止条件: 是, 退出迭代; 否则, 令 $k = k + 1$, 返回到(3)。

同样, 终止条件采用如下三种及其组合: (1) 改变类别的像素个数小于某个预设值;

(2) 类内距离之和达到最小; (3) 达到了预设的迭代次数。

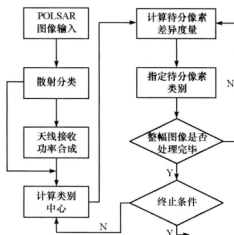


图 8.22 基于两类目标增强差异度量的类别迭代调整流程图

需说明, 根据雷达极化理论可知, 改变两类目标天线接收功率差别, 既可采用特征极化理论, 也可采用相对最优极化理论, 且采用后者能使不同目标天线接收功率比最大。但由于后者需要更多的先验知识, 且目前无法处理多类目标增强问题, 因而这里退而取其

次,选取特征极化理论。第4章研究表明,特征极化理论能改变不同目标天线接收功率差别的依据为:同散射类别的目标,调整收发天线可改变其天线接收功率;不同散射类别的目标,采用相同极化状态的收发天线,它们的天线接收功率是不同的。正因为如此,这里根据地物散射分类结果来提取天线接收功率特征。

8.3.4 实验分析及与 Wishart 迭代法的比较

为了验证本节的分类法,这里仍选取 NASA/JPL AIRSAR 于 1994 年对 San Francisco 海湾地区成像的 L 波段全极化数据作为演示数据。在原始数据 4 视处理基础上,首先采用 7.5 节算法对其进行相干斑抑制处理,然后采用 8.2.3.2 节算法对该地区地物进行散射分类,其分类结果见图 8.15(a)。接下来将对该散射分类结果进行类别调整。

8.3.4.1 不同收发天线极化组合下目标天线接收功率比较

在 POLSAR 图像中,通常以偶次散射为主的地物表现为亮纹(或天线接收功率较大),以表面散射为主的地物表现为暗纹(或天线接收功率较小),而以体散射为主的地物天线接收功率介于两者之间。若增大表面散射地物与其他散射地物之间的天线接收功率差距,通常可选取表面散射地物的最小天线接收功率对应的特征极化作为收发天线极化状态,或偶次散射地物的最大天线接收功率对应的特征极化作为收发天线极化状态。考虑到自然界中大多数以二面角散射或体散射为主的地物也同时包含了表面散射,若采用它们的特征极化作为收发天线极化状态,对于提高表面散射地物和其他散射地物的天线接收功率差异效果并不明显。而自然界中许多地物都能表现出散射随机性较低的表面散射,如海洋、湖面、道路、平坦的空地等,因而选择表面散射地物特征极化作为收发天线极化状态,对于提高表面散射地物和其他散射地物的天线接收功率差异具有显著作用。为此,这里选取表面散射地物最小天线接收功率对应的特征极化作为收发天线极化状态。

第4章研究告诉我们,根据收发天线之间的极化约束关系,天线接收功率可分为通道情形和全局情形,且不同约束情形的天线接收功率均有其最小值,及其对应的天线最佳极化状态。以提高表面散射和其他散射的地物目标天线接收功率之比为目的,首先计算海洋区的同极化通道、正交极化通道和全局情形的最小功率特征极化,并将它们作为收发天线极化状态逐像素计算该地区目标的天线接收功率。图 8.23(a)~(c)分别给出了三种情形下 San Francisco 地区地物天线接收功率图。从图中可以看出,不同收发天线极化组合形式时,同一地物的天线接收功率是不相同的,从而为通过调整收发天线极化状态来改变不同地物天线接收功率之比提供了可能,这正是目标特征极化理论的优势所在。

类似地,实验也选取了城区最大天线接收功率对应的特征极化作为收发天线极化状态,然后计算极化 SAR 图像的天线接收功率。表 8.8 给出了在三种情形下,分别以海洋区和城区的特征极化作为收发天线极化状态时海洋、城区和公园三类地物的天线接收功率及相互之间的功率比。其中, $cpmin$ 表示以目标最小同极化通道天线接收功率的特征极化作为收发天线极化状态时的天线接收功率,而 $xpmax$ 为以目标最大正交极化通道天线接收功率的特征极化作为收发天线极化状态时的天线接收功率, $pmin$ 为收发天线之间不存

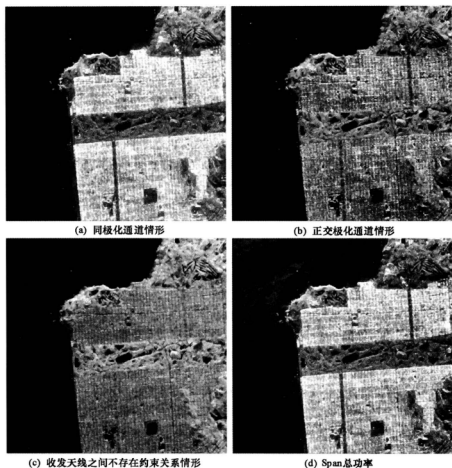


图 8.23 海洋特征极化为天线极化状态时天线接收功率图

在约束关系情形且以目标最小天线接收功率的特征极化作为收发天线极化状态时的天线接收功率,其他符号定义类似。从表中可以看出:

(1)相比于 Span 总功率图,在 cp_{min} 、 xp_{min} 、 p_{min} 、 cp_{max} 、 xp_{max} 和 p_{max} 六幅天线接收功率图中,海洋区与城区(或公园区)的天线接收功率之比都更小,说明目标特征极化处理确实能够增大表面散射和其他散射的地物目标天线接收功率差别。

(2)相比于收发天线极化状态选择城区特征极化,选择海洋特征极化时海洋与城区(或公园区)的天线接收功率之比普遍更小,其原因为城区尽管以偶次散射为主,但还包含表面散射等,因而选择它的特征极化作为天线极化状态对增大表面散射和其他散射的地物目标天线接收功率差别并不显著。

(3)在 cp_{min} 、 xp_{min} 和 p_{min} 三幅天线接收功率中, p_{min} 中的海洋与城区(或公园区)的天线接收功率之比都最小,说明采用收发天线之间不存在极化约束关系情形的海洋特征

极化能最大限度地增大表面散射和其他散射的地物目标天线接收功率差别。

(4)在六幅天线接收功率图中,公园与城区的天线接收功率之比有减小,也有增大,从这里并没有考虑增大其散射目标天线接收功率差别。

由此可见,以上实验结论都与前文分析吻合。

表 8.8 不同地物的天线接收功率及功率比

项目		海洋	城区	公园	海洋/城区	海洋/公园	公园/城区
海洋	cpmin	2.6098e-004	0.0330	0.0165	0.0079	0.0158	0.4988
	xpmin	0.0033	0.1639	0.0340	0.0200	0.0962	0.2075
	pmin	2.5598e-004	0.0328	0.0164	0.0078	0.0156	0.5000
城区	cpmax	0.0042	0.2476	0.0441	0.0170	0.0952	0.1781
	xpmax	0.0017	0.1401	0.0215	0.0121	0.0791	0.1535
	pmax	0.0048	0.2526	0.0467	0.0190	0.1028	0.1849
Span		0.0232	0.4949	0.1352	0.0470	0.1720	0.2731

8.3.4.2 本节算法与 Wishart 迭代法比较

图 8.24(a)~(d)给出了采用本节散射差异度量的旧金山地区地物类别四次迭代调整结果。其中权重系数均为 0.5。与图 8.15(a)相比,地物类别迭代调整使得同类目标的聚合效果更为明显,一些在图 8.15(a)中无法看见的地物目标,在图 8.24(a)~(d)中却能辨识,从而极大地改善了图像视觉,例如高尔夫球场、马球场、道路等;类别调整后的分类结果更符合实际地物散射情形,例如城区中散射分类为中熵表面散射>二面角散射的一些区域调整为中熵二面角散射>表面散射,尽管缺乏先验知识,但这种调整是合理的,毕竟城区包含大量人造二面角反射器。

与图 8.20 的 Wishart 距离度量类别调整结果相比,基于本节散射差异度量的类别调整,其同类地物的聚类效果更为明显,图像视觉效果得到更大幅度改观,尤其在图 8.20 无法辨识的道路(图 8.24(b)中标注),在图 8.24 中却清晰可见。同时,随着迭代次数增加,也未出现 Wishart 距离度量类别错误调整(如图 8.20(d)中城区部分区域中熵表面散射>偶次散射调整),其原因为选取以表面散射为主的地物天线特征极化作为天线极化状态,增大了该两类地物的天线接收功率差别,进而增大了其极化散射差异度量,从而降低了发生类别错误调整的可能。

不仅如此,在运算效率方面本节算法也具有巨大优势。分别采用本节算法和 Wishart 距离度量法进行地物类别调整。在计算机硬件环境为 Intel(R) Pentium(R)CPU,1.5GB 内存,采用未优化的 Matlab 程序,本节算法和 Wishart 距离度量法所需运算时间分别为 13.5 和 99.6(s)。显然,本节算法较 Wishart 距离度量法运算时间大幅减少,其原因是本节算法不涉及复杂的矩阵求逆运算和对数运算。

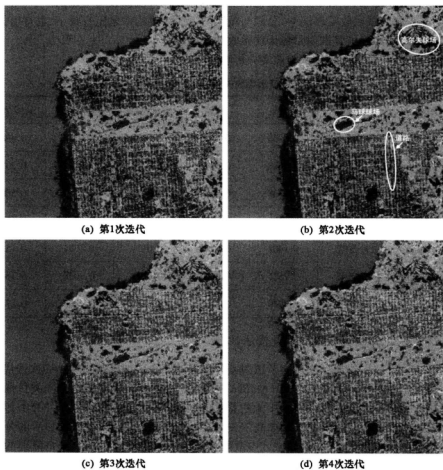


图 8.24 基于两类目标增强差异度量的地物无监督分类

参 考 文 献

- [1] 庄钊文, 肖顺平, 王雪松. 雷达极化信息处理及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [2] 王雪松. 宽带极化信息处理的研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 1999.
- [3] Sinclair G. The Transmission and Reception of Elliptically Polarized Radar Waves[J]. Proceedings of the IRE, Feb. 1950, 38: 148 - 151.
- [4] Lee J S, Pottier E. Polarimetric Radar Imaging from Basics to Applications[M]. 2009.
- [5] Boerner W M. Direct and Inverse Methods in Radar Polarimetry[M]. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1992.
- [6] Mott H. Remote Sensing with Polarimetric Radar[M]. IEEE press, 2007.
- [7] Van Zyl J J, Zebker H A, Elachi C. Imaging Radar Polarization Signatures: Theory and Observation[J]. Radio Science, 1987, 22(4): 529 - 543.
- [8] Zebker H A, Van Zyl J J. Imaging Radar Polarimetry: A Review[J]. Proceedings of the IEEE, 1991, 79(11): 1583 - 1606.
- [9] Lee J S, et al. A Review of Polarimetric SAR Algorithms and Their Applications[J]. Taiwan Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2004, 9(3): 31 - 80.
- [10] Touzi R, et al. A Review of Polarimetry in the Context of Synthetic Aperture Radar: Concepts and Information Extraction[J]. Canadian Journal of Remote Sensing, 2004, 30(3): 380 - 407.
- [11] Boerner W M. Basics of SAR Polarimetry I [R]. Neuilly-sur-Seine, France: Research and Technology Organisation (NATO), 2007.
- [12] Boerner W M. Basics of SAR Polarimetry II [R]. Neuilly-sur-Seine, France: Research and Technology Organisation (NATO), 2007.
- [13] Boerner W M. Recent Advances in Extra-wide-band Polarimetry, Interferometry and Polarimetric Interferometry in Synthetic Aperture Remote Sensing, and Its Applications[J]. IEE Proceedings-radar Sonar Navigation, Special Issue of the EUSAR - 02, 2003, 150(3): 113 - 125.
- [14] Boerner W M. Recent Advances in Radar Polarimetry and Polarimetric SAR Interferometry [R]. Neuilly-sur-seine, France: Research and Technology Organisation (NATO), 2004.
- [15] Van Zyl J J. On the Importance of Polarization in Radar Scattering Problems [D]. Pasadena, CA, USA: California Institute of Technology, 1985.
- [16] Agrawal A P. A Polarimetric Rain Backscatter Model Developed for Coherent Polarization

- Diversity Radar Applications[D]. Chicago, IL, USA: University of Illinois, 1986.
- [17] Yang J. On Theoretical Problems in Radar Polarimetry[D]. Niigata-shi, Japan: Niigata University, 1999.
- [18] 苏瑞龙. 基因演绎法于全偏极合成孔径雷达影像对比强化最优化之研究[D]. 台湾: 国立中央大学, 2003.
- [19] 代大海. 极化雷达成像及目标特征提取研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008.
- [20] Kennaugh E M. Polarization Properties of Radar Reflections [D]. M.S. thesis, Ohio State University, Columbus, Ohio, 1952.
- [21] Huynen J R. Phenomenological Theory of Radar Targets[D]. Delft, Netherlands: Technical University of Delft, 1970.
- [22] Deschamps G A. Geometrical Representation of the Polarization State of a Plane EM Wave [J]. Proceeding of the IRE, 1951, 39: 540 – 544.
- [23] Gent H. Elliptically Polarized Waves and Their Reflections from Radar Targets: A Theoretical Analysis [J]. Telecommunications Research Establishment, Cheltenham, England, UK: TRE-MEMO 584, March 1954.
- [24] Copeland J D. Radar Target Classification by Polarization Properties[J]. Proceeding of the IRE, 1960, 48: 1290 – 1296.
- [25] ESA. Input data sources: airborne missions[EB/OL]. [200 – 12 – 20]. <http://earth.esa.int/polsarpro/input.html>.
- [26] ESA. Input data sources: spaceborne missions[EB/OL]. [2006 – 12 – 20]. http://earth.esa.int/polsarpro/input_space.html.
- [27] Van Zyl J, et al. The NASA/JPL Three-frequency Polarimetric AIRSAR System[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'92), Houston, TX, USA, 1992: 649 – 651.
- [28] Chu A, et al. The NASA/JPL AIRSAR Integrated Processor[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'98), Washington, USA, 1998: 1908 – 1910.
- [29] Horn R, Werner M, Mayr B. Extension of the DLR Airborne Synthetic Aperture Radar, E-SAR, to X-band [C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'90), Maryland, USA, 1990: 2047 – 2049.
- [30] Horn R. The DLR airborne SAR project E-SAR[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'96), Nebraska, USA, 1996: 1624 – 1628.
- [31] Scheiber R, et al. Overview of Interferometric Data Acquisition and Processing Modes of the Experimental Airborne SAR System of DLR[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'99), Hamburg, Germany, 1999: 35 – 37.
- [32] Livingstone C E, et al. CCRS/DREO Synthetic Aperture Radar Polarimetry—Status Report [C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'90),

- Maryland, USA, 1990: 1671 – 1674.
- [33] Livingstone C E, et al. The Canadian Airborne R&D SAR Facility: The CCRS C/X SAR [C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'96), Nebraska, USA, 1996: 1621 – 1623.
 - [34] Skou N, et al. A High Resolution Polarimetric L-band SAR—Design and First Results[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'95), Florence, Italy, 1995: 1779 – 1782.
 - [35] Christensen E L, et al. EMISAR: An Absolutely Calibrated Polarimetric L-and C-band SAR [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, 36(6): 1852 – 1865.
 - [36] Christensen E L, Dall J. EMISAR: A Dual-frequency, Polarimetric Airborne SAR[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'02), Toronto, Canada, 2002: 1711 – 1713.
 - [37] Uratsuka S, et al. High-resolution Dual-bands Interferometric and Polarimetric Airborne SAR[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'02), Toronto, Canada, 2002: 1720 – 1722.
 - [38] Uratsuka S, et al. Disastrous Environment After Earthquake Observed by Airborne SAR (Pi-SAR)[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'05), Seoul, Korea, 2005: 4081 – 4083.
 - [39] Vant M, Livingstone C, Rey M. Canadian Experience on RADARSAT – 1 and RADARSAT – 2 GMTI for surveillance[C]//Proc. AIAA/ICAS International Air and Space Symposium and Exposition: The Next 100 Year, Dayton, OH, USA, 2003: 1 – 10.
 - [40] Van der Sanden J J, Thomas S J. Applications Potential of RADARSAT – 2-supplement one [R]. Ottawa, Canada: Natural Resources Canada, Canada Centre for Remote Sensing, 2004.
 - [41] Mieras H. Optimum Polarizations of Simple Compound Targets [J]. IEEE Trans. Antennas Propagate, 1983, Ap – 31(11): 996 – 999.
 - [42] Kostinski A B, et al. On Foundations of Radar Polarimetry [J]. IEEE Antennas Propagate., 1986, Ap – 34: 1395 – 1404.
 - [43] Agrawal A P, Boerner W M. Redevelopment of Kennaugh's Target Characteristic Polarization State Theory Using the Polarization Transformation Ration Formalism for the Coherent Case[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1989, 27(1): 2 – 14.
 - [44] Xi An-Qing, et al. Determination of the Characteristic Polarization States of the Target Scattering Matrix for the Coherent Monostatic and Reciprocal Propagation Space[J]. SPIE Polarimetry: Radar, Infrared, Visible, Ultraviolet and X-ray, 1990, 1317: 166 – 190.
 - [45] Boerner W M, et al. On the Basic Principles of Radar Polarimetry: The Target Characteristic Polarization State Theory of Kennaugh, Huynen's Polarization Fork Concept, and Its Extension to the Partially Polarized Case[J]. Proceedings of the IEEE, 1991, 79

- (10): 1538 – 1550.
- [46] Yamaguchi Y, et al. On Characteristic Polarization States in the Cross-polarized Radar Channel[J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 1992, 30(5):1078 – 1081.
 - [47] Yan W L, et al. Optimal Polarization States Determination of the Stokes Reflet Alion Matrices for the Coherent Case, and of the Mueller Matrix for the Partially Polarized Case in Direct al and Inverse Methods in Radar Polarimetry(Part 1). Kluwer academic publishers, Netherlands, 1992: 351 – 385.
 - [48] Yang J, et al. The Formulae of the Characteristic Polarization States in the Co-pol Channel and the Optimal Polarization State for Contrast Enhancement[J]. IEICE Trans. Commun. 1997, E80-B: 1570 – 1575.
 - [49] Yang J, et al. Simple Method for Obtaining Characteristic Polarization States [J]. Electronics Letters, 1998, 34(5): 441 – 442.
 - [50] Davidovitz M, et al. Extension of Kennaugh's Optimal Polarization Concept to the Asymmetric Matrix Case[J]. IEEE. Trans. Antennas Propag., 1986, 34(4):569 – 574.
 - [51] Chu C M. Optimal Polarization in Bistatic Scattering[J]. IEEE, 1988, 30(3): 530 – 532.
 - [52] Lin S M. Elgenvalue Problem and Kennaugh's Optimal Polarization for the Asymmetric Scattering Matrix Case[J]. IEEE, 1990, 25(4): 562 – 565.
 - [53] Germond A L, et al. Bistatic Radar Polarimetry Theory[C]//Ultra-wideband Radar, Edited by Taylor J D, 2001.
 - [54] Van Zyl, et al. On the Optimum Polarizations of Incoherently Reflected Waves[J]. IEEE Antennas Propag., 1987, 35(7): 818 – 825.
 - [55] Kostinski A B, et al. Optimal Reception of Partially Polarized Waves[J]. J. Opt. Soc Am. A, 1988, 5:58 – 64.
 - [56] Tragl K. Polarimetric Radar Backscattering from Reciprocal Random Targets[J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 1990, 28(5):856 – 864.
 - [57] Tragl K, et al. A Polarimetric Covariance Matrix Concept for Random Radar Targets[J]. Preprints of the International Conference on Antennas and Propagation, 1991, IEE Pul. 333: 396 – 399.
 - [58] Kingsbury J, et al. Radar-partially Polarized Backscatter Description Algorithms and Applications[C]//IGARSS92, 1992: 74 – 76.
 - [59] Ziegler V, et al. Mean Backscattering Properties of Random Radar Targets; A Polarimetric Covariance concept[J]. IEEE, 1992: 266 – 288.
 - [60] Lee J K, et al. Optimum Polarizations in the Bistatic Scattering from Layered Random Media [J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 1994, 32(1): 169 – 175.
 - [61] McCormick G. The Theory of Polarization Diversity Systems; The Partially Polarized Case [J]. IEEE Trans. On Ant. And Prop., 1996, 44: 425 – 433.
 - [62] Hubbert J C. A Comparision of Radar, Optic and Specular Null Polarization Theories[J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, 1994, 32(3):658 – 671.

- [63] Yang J. Kennaugh's Optimal Polarization for the Multistatic Radar[J]. IEEE AP-S, 1992, 2: 842 - 844.
- [64] Titin-Schnaider C. Power Optimization for Polarimetric Bistatic Random Mechanisms [J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 2007, 45: 3646 - 3660.
- [65] Ioannidis G A, et al. Optimum Antenna Polarizations for Target Discrimination in Clutter [J]. IEEE Trans. Antenna Propagat, 1979, AP - 27: 357 - 257.
- [66] Kostinski A B, et al. On the Polarimetric Contrast Optimization[J]. IEEE trans. Antennas and Propagation, 1987, AP - 35(8): 989 - 991.
- [67] Tanaka M. Polarimetric Contrast Optimization for Partially Polarized Waves[J]. IEEE, 1989.
- [68] Yang Jian, et al. On the Problem of the Polarimetric Contrast Optimization[J]. IEEE, 1990.
- [69] Touzi R G S, et al. Assessment of Polarimetric Contrast Optimization Techniques for Completely Polarized Waves[J]. IEEE, 1991.
- [70] Tanaka M, et al. Optimum Antenna Polarizations for Polarimetric Contrast Enhancement [C]//Proc. 1992 Int. Symp. Antennas and Propagation, Sapporo, Japan 1992, 2: 545 - 548.
- [71] Verbout S M, et al. Polarimetric Techniques for Enhancing SAR Imagery[J]. SPIE Vol. 1630 Synthetic Aperture Radar, 1992.
- [72] Santalla V, et al. A Method for Polarimetric Contrast Optimization in the Coherent Case[J]. IEEE, 1993.
- [73] Optimum Antenna Polarizations for Target Discrimination in Clutter[R]. Northwestern Polytechnical Univ, Xi'an, China, 1994.
- [74] Yamaguchi Y, et al. Polarimetric Enhancement of Pol-SAR Imagery Applied to JPL-air sar Polarimetric Image Data [J]. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 1995.
- [75] Mott H, et al. Polarimetric Contrast Enhancement Coefficients for Perfecting High Resolution POL-SAR/SALK Image Feature Extraction[C]//SPIE, Wideband Interferometric Sensing and Imaging Polarimetry, 1997, 3120: 106 - 117.
- [76] Yang Jian, et al. Numerical Methods for Solving the Optimal Problem of Contrast Enhancement[J]. IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(2): 965 - 971.
- [77] Yang J, Peng Y N, Lin S M. Similarity Between Two Scattering Matrices[J]. Electro. Lett., 2001, 37(3): 193 - 194.
- [78] Yang J, et al. Generalized Optimization of Polarimetric Contrast Enhancement[J]. IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing Letters, 2004.
- [79] 杨健,等. 相对最优极化的最新进展[J]. 遥感技术与应用, 2005, 20(1): 38 - 41.
- [80] 余海坤,等. 极化 SAR 目标相对最优极化研究[J]. 雷达科学与技术, 2006, 4(5): 297 - 300.

- [81] Sarabandi K, et al. Characterization of Optimum Polarization for Multiple Target Discrimination Using Genetic Algorithms[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation, 1997, 45(12): 1810 – 1817.
- [82] Stapor D P. Optimal Receive Antenna Polarization in the Presence of Interference and Noise[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 1995, 43(5): 473 – 477.
- [83] 王雪松, 庄钊文, 肖顺平, 等. 极化信号的优化接收理论: 完全极化情形[J]. 电子学报, 1998, 26(6): 42 – 46.
- [84] 王雪松, 徐振海, 代大海, 等. 干扰环境中部分极化信号的最佳滤波[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(4): 593 – 597.
- [85] 王雪松, 肖顺平, 陈志杰, 等. 部分极化情况下 SINR 极化滤波器性能研究[J]. 应用科学学报, 1999, 17(2): 177 – 182.
- [86] 王雪松, 代大海, 徐振海, 等. 极化滤波器的性能评估与选择[J]. 自然科学进展, 2004, 14(4): 442 – 448.
- [87] 徐振海, 王雪松, 施龙飞, 等. 信号最优极化滤波及性能分析[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(3): 498 – 501.
- [88] Yang Y F, Tao R, Wang Y. A New SINR Equation Based on the Polarization Ellipse Parameters[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 2005, 53 (4): 1571 – 1577.
- [89] Cloude S R, Pottier E. A Review of Target Decomposition Theorems in Radar Polarimetry[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1996, 34(2): 498 – 518.
- [90] Cameron W L, Youssef N N, Leung L K. Simulated Polarimetric Signatures of Primitive Geometrical Shapes[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1996, 34 (3): 793 – 803.
- [91] Freeman A, Durden S L. A Three-component Scattering Model for Polarimetric SAR Data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, 36(3): 963 – 973.
- [92] Dong Y, Forster B C, Ticehurst C. A New Decomposition of Radar Polarization Signatures[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, 36(3): 933 – 939.
- [93] Touzi R, Charbonneau F. Characterization of Target Symmetric Scattering Using Polarimetric SARs[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(11): 2507 – 2516.
- [94] Yamaguchi Y, et al. Four-component Scattering Model for Polarimetric SAR Image Decomposition[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(8): 1699 – 2005.
- [95] Cameron W L, Rais H. Conservative Polarimetric Scatterers and Their Role in Incorrect Extensions of the Cameron Decomposition[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44(12): 3506 – 3516.
- [96] Yamaguchi Y, Yajima Y, Yamada H. A Four-component Decomposition of POLSAR Images Based on the Coherency Matrix[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2006, 3 (3): 292 – 296.

- [97] Touzi R. Target Scattering Decomposition in Terms of Roll-invariant Target Parameters[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2007, 45(1): 73–84.
- [98] Kong J A, et al. Identification of Terrain Cover Using the Optimal Polarimetric Classifier [J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 1988, 2(2): 171–194.
- [99] Yueh H A, et al. Bayes Classification of Terrain Cover Using Normalized Polarimetric data [J]. Journal of Geophysical Research, 1988, 93(B12): 15261–15267.
- [100] Lim H H, et al. Classification of Earth Terrain Using Polarimetric Synthetic Aperture Radar Images[J]. Journal of Geophysical Research, 1989, 94(B6): 7049–7057.
- [101] Van Zyl J J, Burnette C F. Bayesian Classification of Polarimetric SAR Images Using Adaptive a Prior Probability[J]. International Journal of Remote Sensing, 1992, 13(5): 835–840.
- [102] Lee J S, Grunes M R, Kwok R. Classification of multi-look Polarimetric SAR Imagery Based on Complex Wishart Distribution[J]. International Journal of Remote Sensing, 1994, 15(11): 2299–2311.
- [103] Chen K S, et al. Classification of Multifrequency Polarimetric SAR Imagery Using a Dynamic Learning Neural Network[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1996, 34(3): 814–820.
- [104] Benz U C. Supervised Fuzzy Analysis of Single and Multichannel SAR Data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(2): 1023–1037.
- [105] Fukuda S, Hirose H. A Wavelet-based Texture Feature Set Applied to Classification of Multifrequency Polarimetric SAR Images [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(5): 2282–2286.
- [106] Keshava N, Moura J M F. Matching Wavelet Packets to Gaussian Random Processes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(6): 1604–1614.
- [107] Lee J S, Grunes M R, Pottier E. Quantitative Comparison of Classification Capability: Fully Polarimetric Versus Dual and Single-polarization SAR[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(11): 2343–2351.
- [108] Chen C T, Chen K S, Lee J S. The Use of Fully Polarimetric Information for the Fuzzy Neural Classification of SAR Images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(9): 2089–2100.
- [109] Pellizzeri T M, et al. Multitemporal/multiband SAR Classification of Urban Areas Using Spatial Analysis: Statistical Versus Neural Kernel-based Approach[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(10): 2338–2353.
- [110] Lombardo P, et al. Optimum Model-based Segmentation Techniques for Multifrequency Polarimetric SAR Images of Urban Areas [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(9): 1959–1975.
- [111] Kouskoulas Y, Ulaby F T, Pierce L E. The Bayesian Hierarchical Classifier (BHC) and Its Application to Short Vegetation Using Multifrequency Polarimetric SAR [J]. IEEE

- Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(2): 469 – 477.
- [112] Van Zyl J J. Unsupervised Classification of Scattering Behavior Using Radar Polarimetry Data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1989, 27(1): 36 – 45.
- [113] Rignot E, Chellappa R, Dubois P. Unsupervised Segmentation of Polarimetric SAR Data Using the Covariance Matrix[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1992, 30(4): 697 – 705.
- [114] Rignot E, Chellappa R. Segmentation of Polarimetric Synthetic Aperture Radar Data[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1992, 1(3): 281 – 300.
- [115] Wong Y F, Posner E C. A New Clustering Algorithm Applicable to Multispectral and Polarimetric SAR Images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1993, 31(3): 634 – 644.
- [116] Pierce L E, et al. Knowledge-based Classification of Polarimetric SAR Images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(5): 1081 – 1086.
- [117] Hara Y, et al. Application of Neural Networks to Radar Image Classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(1): 100 – 109.
- [118] Cloude S R, Pottier E. An Entropy Based Classification Scheme for Land Applications of Polarimetric SAR[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1997, 35(1): 549 – 557.
- [119] Lee J S, et al. Unsupervised Classification Using Polarimetric Decomposition and the Complex Wishart Classifier[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(5): 2249 – 2258.
- [120] Ferro-Famil L, Pottier E, Lee J S. Unsupervised Classification of Multifrequency and Fully Polarimetric SAR Images Based on the $H/A/\alpha$ -Wishart Classifier[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(11): 2332 – 2342.
- [121] Dong Y, Milne A K, Forster B C. Segmentation and Classification of Vegetated Areas Using Polarimetric SAR Image Data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(2): 321 – 329.
- [122] Lee J S, et al. Unsupervised Terrain Classification Preserving Polarimetric Scattering Characteristics[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(4): 722 – 731.
- [123] Kersten P R, Lee J S, Ainsworth T L. Unsupervised Classification of Polarimetric Synthetic Aperture Radar Images Using Fuzzy Clustering and EM Clustering[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(3): 519 – 527.
- [124] Hoekman D H, Quinones M J. Land Cover Type and Biomass Classification Using AirSAR Data for Evaluation of Monitoring Scenarios in the Colombian Amazon [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(2): 685 – 696.
- [125] Trizna D B, et al. Projection Pursuit Classification of Multiband Polarimetric SAR Land Images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(11): 2380

- 2386.
- [126] Hoekman D H, Quinones M J. Biophysical Forest Type Characterization in the Colombian Amazon by Airborne Polarimetric SAR[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(6): 1288 - 1300.
 - [127] Beaulieu J M, Touzi R. Segmentation of Textured Polarimetric SAR Scenes by Likelihood Approximation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(10): 2063 - 2072.
 - [128] Barnes C F, Burki J. Late-season Rural Land-cover Estimation with Polarimetric-SAR Intensity Pixel Blocks and σ -tree-structured Near-neighbor Classifiers [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44(9): 2384 - 2392.
 - [129] Alberga V. Comparison of Polarimetric Methods in Image Classification and SAR Interferometry Applications[D]. Chemnitz, Saxony, Germany: Technical University of Chemnitz, 2004.
 - [130] Kimura K. A Study on Target Classification/detection in Polarimetric SAR Image Data[D]. Niigata-shi, Japan: Niigata University, 2005.
 - [131] Xu F, Jin Y Q. Deorientation Theory of Polarimetric Scattering Targets and Application to Terrain Surface Classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(10): 2351 - 2364.
 - [132] Burl M C, Novak L M. Polarimetric Segmentation of SAR Imagery[C]//Proc. SPIE Vol. 1471 Automatic Object Recognition, Orlando, FL, USA, 1991: 92 - 115.
 - [133] Pottier E, Saillard J. On Radar Polarization Target Decomposition Theorems with Application to Target Classification by Using Network Method[C]//Proc. ICAP' 91. York, England, 1991: 265 - 268.
 - [134] Pottier E. Classification of Earth Terrain in Polarimetric SAR Images Using Neural Nets Modelization[C]//Proc. SPIE Vol. 1748 Radar Polarimetry, San Diego, CA, USA, 1992: 321 - 332.
 - [135] Pottier E. Radar Target Decomposition Theorems and Unsupervised Classification of Full Polarimetric SAR Data [C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'94), Pasadena, CA, USA, 1994: 1139 - 1141.
 - [136] Pottier E, Cloude S R. Unsupervised Classification of Full Polarimetric SAR Data and Feature Vectors Identification Using Radar Target Decomposition Theorems and Entropy Analysis[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS' 95), Florence, Italy, 1995: 2247 - 2249.
 - [137] Pottier E, Cloude S R. Application of the H/A/(Polarimetric Decomposition Theorems for Land Classification[C]//Proc. SPIE Conference on Wideband Interferometric Sensing and Imaging Polarimetry, San Diego, CA, USA, 1997: 132 - 143.
 - [138] Hellmann M, Jager G, Pottier E. Fuzzy Clustering and Interpretation of Fully Polarimetric SAR Data[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'

- 01), Sydney, Australia, 2001: 2790 – 2792.
- [139] Cloude S R. An Entropy Based Classification Scheme for Polarimetric SAR Data[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'95), Florence, Italy, 1995:2000 – 2002.
- [140] Lombardo P. Optimal Classification of Polarimetric SAR Images Using Segmentation[C]//Proc. IEEE on Radar Conference, Long Beach, CA, USA, 2002: 8 – 13.
- [141] Pellizzeri T M, Lombardo P, Ferriero P. Polarimetric SAR Image Processing: Wishart vs “H/A/ α ” Segmentation and Classification Schemes[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'03), Toulouse, France, 2003: 3976 – 3978.
- [142] Hellmann M, et al. Classification of Full Polarimetric SAR-data Using Artificial Neural Networks and Fuzzy Algorithms[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'99), Hamburg, Germany, 1999: 1995 – 1997.
- [143] Alberga V, Satalino G, Staykova D K. Polarimetric SAR Observables for Land Cover Classification: Analyses and Comparisons [C]//Proc. SPIE Vol. 6363 SAR Image Analysis, Modeling, and Techniques VIII, Stockholm, Sweden, 2006: 6363.
- [144] Fukuda S, Hirosawa H. Support Vector Machine Classification of Land Cover: Application to Polarimetric SAR Data [C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'01), Sydney, Australia, 2001: 187 – 189.
- [145] Fukuda S, Katagiri R, Hirosawa H. Unsupervised Approach for Polarimetric SAR Image Classification Using Support Vector Machines [C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'02), Toronto, Canada, 2002: 2599 – 2601.
- [146] Xu J Y, Yang J, Peng Y N. New Method of Feature Extraction in Polarimetric SAR Image Classification[C]//Proc. SPIE Vol. 4741 Battlespace Digitization and Network-Centric Warfare II, Orlando, FL, USA, 2002: 337 – 344.
- [147] Xu J Y, et al. Using Cross-entropy for Polarimetric SAR Image Classification[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'02), Toronto, Canada, 2002: 1917 – 1919.
- [148] 徐俊毅, 杨健, 彭应宁. 双波段极化雷达遥感图像分类的新方法[J]. 中国科学(E辑), 2005, 35(10): 1083 – 1095.
- [149] Novak L M, Burl M C. Optimal Speckle Reduction in Polarimetric SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(2): 293 – 305.
- [150] Lee J S, Grunes M R, Mango S A. Speckle Reduction in Multipolarization, Multifrequency SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1991, 29(4): 535 – 544.
- [151] Goze S, Lopes A. A MMSE Speckle Filter for Full Resolution SAR Polarimetric Data[J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 1993, 7(5): 717 – 737.
- [152] Touzi R, Lopes A. The Principle of Speckle Filtering in Polarimetric SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(5): 1110 – 1114.

- [153] Fukuda S, Suwa K, Hirose H. Texture and Statistical Distribution in High Resolution Polarimetric SAR Images [C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'99), Hamburg, Germany, 1999: 1268 – 1270.
- [154] De Grandi G, et al. Texture and Speckle Statistics in Polarimetric SAR Synthesized Images [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(9): 2070 – 2088.
- [155] Fleischman J G, et al. Multichannel Whiteness of SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(1): 156 – 166.
- [156] Lopes A, Sery F. Optimal Speckle Reduction for the Product Model in Multilook Polarimetric SAR Imagery and the Wishart Distribution [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1997, 35(3): 632 – 647.
- [157] Liu G, et al. The Multilook Polarimetric Whiteness Filter (MPWF) for intensity Speckle Reduction in Polarimetric SAR Images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, 36(3): 1016 – 1020.
- [158] Lee J S, Grunes M R, De Grandi G. Polarimetric SAR Speckle Filtering and Its Implication for Classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(5): 2363 – 2373.
- [159] Schou J, Skriver H. Restoration of Polarimetric SAR Images Using Simulated Annealing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(9): 2005 – 2016.
- [160] Touzi R. A Review of Speckle Filtering in the Context of Estimation theory[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(11): 2392 – 2404.
- [161] Lopez-Martinez C, Fabregas X. Polarimetric SAR Speckle Noise Model[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(10): 2232 – 2242.
- [162] Gu J, et al. Speckle Filtering in Polarimetric SAR Data Based on the Subspace Decomposition[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(8): 1635 – 1641.
- [163] Lee J S, et al. Scattering-model-based Speckle Filtering of Polarimetric SAR data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44(1): 176 – 187.
- [164] Lopez-Martinez C. Multidimensional Speckle Noise, Modelling and Filtering Related to SAR Data[D]. Barcelona, Spain: Technical University of Catalonia, 2003.
- [165] Novak L M, Burl M C. Optimal Speckle Reduction in Polarimetric SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(2): 293 – 305.
- [166] Lee J S, Grunes M R, Mango S A. Speckle Reduction in Multipolarization, Multifrequency SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1991, 29(4): 535 – 544.
- [167] Goze S, Lopes A. A MMSE Speckle Filter for Full Resolution SAR Polarimetric Data[J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 1993, 7(5): 717 – 737.

- [168] Touzi R, Lopes A. The Principle of Speckle Filtering in Polarimetric SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(5): 1110 – 1114.
- [169] Fleischman J G, et al. Multichannel Whitening of SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(1): 156 – 166.
- [170] Lopes A, Sery F. Optimal Speckle Reduction for the Product Model in Multilook Polarimetric SAR Imagery and the Wishart Distribution[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1997, 35(3): 632 – 647.
- [171] Liu G, et al. The Multilook Polarimetric Whitening Filter (MPWF) for Intensity Speckle Reduction in Polarimetric SAR Images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, 36(3): 1016 – 1020.
- [172] Lee J S, Grunes M R, De Grandi G. Polarimetric SAR Speckle Filtering and Its Implication for Classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(5): 2363 – 2373.
- [173] Schou J, Skriver H. Restoration of Polarimetric SAR Images Using Simulated Annealing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(9): 2005 – 2016.
- [174] Touzi R. A Review of Speckle Filtering in the Context of Estimation theory[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(11): 2392 – 2404.
- [175] Lopez-Martinez C, Fabregas X. Polarimetric SAR Speckle Noise Model[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(10): 2232 – 2242.
- [176] Gu J, et al. Speckle Filtering in Polarimetric SAR Data Based on the Subspace Decomposition[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(8): 1635 – 1641.
- [177] Lee J S, et al. Scattering-model-based Speckle Filtering of Polarimetric SAR Data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44(1): 176 – 187.
- [178] Lopez-Martinez C. Multidimensional Speckle Noise, Modelling and Filtering Related to SAR Data[D]. Barcelona, Spain: Technical University of Catalonia, 2003.
- [179] Lee J S, et al. K-distribution for Multi-look Processed Polarimetric SAR Imagery[C]// Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS '94), Pasadena, CA, USA, 1994:2179 – 2181.
- [180] Lee J S, et al. Intensity and Phase Statistics of Multilook Polarimetric and Interferometric SAR Imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(5): 1017 – 1028.
- [181] Freitas C C, Frery A C, Correia A H. The Polarimetric Distribution for SAR Data Analysis [J]. Environmetrics, 2005, 16(1): 13 – 31.
- [182] Gambini J, et al. Polarimetric SAR Region Boundary Detection Using B-spline Deformable Countours Under the H Model [C]//Proc. XVIII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI' 05), Natal, RN, Brazil, 2005: 197 – 204.

- [183] Novak L M, Burl M C. Studies of Target Detection Algorithms that Use Polarimetric Radar Data[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1989, 25(2): 150 – 165.
- [184] Chaney R D, Burl M C, Novak L M. On the Performance of Polarimetric Target Detection Algorithms[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Magazine, 1990, 5(11): 10 – 15.
- [185] Novak L M, Burl M C. Optimal Polarimetric Processing for Enhanced Target Detection[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(1): 234 – 244.
- [186] Touzi R. On the Use of Polarimetric SAR Data for Ship Detection[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'99), Hamburg, Germany, 1999: 812 – 814.
- [187] Touzi R. Calibrated polarimetric SAR data for ship detection[C]//International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'00), Honolulu, HI, USA, 2000: 144 – 146.
- [188] Conradsen K, et al. A Test Statistic in the Complex Wishart Distribution and Its Application to Change Detection in Polarimetric SAR Data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(1): 4 – 19.
- [189] Schou J, et al. CFAR Edge Detector for Polarimetric SAR Images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(1): 20 – 32.
- [190] Touzi R, et al. Ship Detection and Characterization Using Polarimetric SAR[J]. Canadian Journal of Remote Sensing, 2004, 30(3): 552 – 559.
- [191] Lee J S, et al. Polarization Orientation Estimation and Applications: A Review[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'03), Toulouse, France, 2003: 428 – 430.
- [192] Pottier E, et al. Estimation of the Terrain Surface Azimuthal/range Slopes Using Polarimetric Decomposition of PolSAR Data[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'99), Hamburg, Germany, 1999: 2212 – 2214.
- [193] Lee J S, Schuler D L, Ainsworth T L. Polarimetric SAR Data Compensation for Terrain Azimuth Slope Variation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(5): 2153 – 2163.
- [194] Lee J S, et al. On the Estimation of Radar Polarization Orientation Shifts Induced by Terrain Slopes[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(1): 30 – 41.
- [195] Schuler D L, Lee J S, De Grandi G. Measurement of Topography Using Polarimetric SAR Images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1996, 34(5): 1266 – 1277.
- [196] Schuler D L, et al. Terrain Topography Measurement Using Multipass Polarimetric Synthetic Aperture Radar Data[J]. Radio Science, 2000, 35(3): 813 – 832.
- [197] 徐丰, 金亚秋. 目标散射的去取向理论 and 应用(一)去取向分析[J]. 电波科学学

- 报, 2006, 21(1): 6-15.
- [198] 徐丰, 金亚秋. 目标散射的去取向理论和应用(二)地表分类应用[J]. 电波科学学报, 2006, 21(2): 153-160.
- [199] Hajnsek I, Pottier E, Cloude S R. Inversion of Surface Parameters from Polarimetric SAR [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(4): 727-744.
- [200] Hajnsek I. Inversion of Surface Parameters Using Polarimetric SAR[D]. Jena, Germany: Friedrich-Schiller University Jena, 2001.
- [201] Lopez-Sanchez J M. Analysis and Estimation of Biophysical Parameters of Vegetation by Radar Polarimetry[D]. Valencia, Spain: Universidad Politecnica de Valencia, 1999.
- [202] Reigber A, Moreira A. First Demonstration of Airborne SAR Tomography Using Multibaseline L-band Data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(5): 2142-2152.
- [203] Reigber A. Airborne Polarimetric SAR Tomography[D]. Stuttgart, Germany: University of Stuttgart, 2001.
- [204] Lombardini F, Reigber A. Adaptive Spectral Estimation for Multibaseline SAR Tomography with Airborne L-band Data[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'03), Toulouse, France, 2003: 2014-2016.
- [205] Cloude S R, Papathanassiou K P. Polarimetric SAR interferometry[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, 36(5): 1551-1565.
- [206] Papathanassiou K P, Cloude S R. Single-baseline Polarimetric SAR Interferometry[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(11): 2352-2363.
- [207] 郭华东, 等. 极化干涉雷达遥感机制及应用[J]. 遥感学报, 2002, 6(6): 401-405.
- [208] 李新武. 极化干涉 SAR 信息提取方法及其应用研究[D]. 北京: 中国科学院, 2002.
- [209] Mette T, Papathanassiou K P, Hajnsek I, et al. Forest Biomass Estimation Using Polarimetric SAR Interferometry[C]//2002 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium and the 24th Canadian Symposium on Remote Sensing, June 24-28, 2002, Toronto Canada, 2002(2): 817-819.
- [210] Cloude S R. Robust Parameter Estimation Using Dual Baseline Polarimetric SAR Interferometry[C]//2002 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium and the 24th Canadian Symposium on Remote Sensing, June 24-28, 2002, Toronto Canada, 2002(2): 838-840.
- [211] Lee J S, et al. Statistical Analysis and Segmentation of Multi-look SAR Imagery Using Partial Polarimetric Data[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'95), Chengdu, China, 1995: 1422-1424.
- [212] Liu G, et al. Bayesian Classification of Multi-look Polarimetric SAR Images with a Generalized Multiplicative Speckle model[C]//Proc. SPIE Vol. 3070 Algorithms for

- Synthetic Aperture Radar Imagery IV, Orlando, FL, USA, 1997: 398 – 405.
- [213] Chen C H, Du Y. A Multiresolution Wavelet Analysis for SAR Image Segmentation Using Statistical Separability Measures[C]//Proc. Part of the EUROPTO Conference on Image and Signal Processing for Remote Sensing, Barcelona, Spain, 1998: 104 – 110.
- [214] Ainsworth T. L, Lee J S. Polarimetric SAR Image Classification Employing Subaperture Polarimetric Analysis[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'05), Seoul, Korea, 2005: 48 – 50.
- [215] Van Zyl J J. Unsupervised Classification of Scattering Behavior Using Radar Polarimetry Data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1989, 27(1): 36 – 45.
- [216] Cloude S R, Pottier E. An Entropy Based Classification Scheme for Land Applications of Polarimetric SAR[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1997, 35(1): 549 – 557.
- [217] Park S E, Moon W M. Classification of the Polarimetric SAR Using Fuzzy Boundaries in Entropy and Alpha Plane [C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'05), Seoul, Korea, 2005: 5517 – 5519.
- [218] Lee J S, et al. Unsupervised Classification Using Polarimetric Decomposition and the Complex Wishart Classifier[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(5): 2249 – 2258.
- [219] Putignano E, et al. Unsupervised Classification of a Central Italy Landscape by Polarimetric L-band SAR Data[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'05), Seoul, Korea, 2005: 1291 – 1294.
- [220] 刘秀清, 杨汝良. 基于全极化 SAR 非监督分类的迭代分类方法[J]. 电子学报, 2004, 32(12): 1982 – 1986.
- [221] Pottier E, Ferro-Famil. Polarimetric Airborne SAAR Sensors[R]. IETR, 2004.
- [222] 吴永辉. 极化 SAR 图像分类技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2007.
- [223] VEXCEL. Earthview Matrix. <http://www.vexcel.com>, 2005.
- [224] PCI Geomatics. Pcigeomatics (SAR Polarimetry Workstation). <http://www.ocigeomatics.com>, 2008.
- [225] Pottier E, et al. PolSARpro v2.0: The Polarimetric SAR Data Processing and Educational Toolbox[C]//Proc. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'05), Seoul, Korea, 2005: 3173 – 3176.
- [226] 戴博伟. 多极化合成孔径雷达系统与极化信息处理研究[D]. 北京: 中国科学院电子学研究所, 2000.
- [227] 李新武. 极化干涉 SAR 信息提取方法及其应用研究[D]. 北京: 中国科学院遥感应用研究所, 2002.
- [228] 黄培康, 殷红成, 许小剑. 雷达目标特型[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [229] Chen Q, Gao G, Zhou X G, Jiang Yongmei & Kuang Gangyao[J]. Study on target Characteristic Polarization State in Co-polarized Channel for the Coherent Case. Science in

- China series E: Technological Sciences, 2009, 52(8): 2432 – 2444.
- [230] Chen Q, Jiang Y M, Zhao L J, et al. An Optimization Procedure of the Lagrange Multiplier Method for Polarimetric Power Optimization[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2009, 6(4): 699 – 702.
- [231] 陈强, 蒋咏梅, 匡纲要. 一种求解分布式目标通道最优极化的快速算法[J]. 测绘学报, 2009, 38(6): 532 – 538.
- [232] 陈强, 蒋咏梅, 高贵, 等. 用于分布式目标最优极化求解的 Lagrange 乘因子法优化[J]. 信号处理, 2009, 25(10): 1520 – 1526.
- [233] Chen Q, Jiang Y M, Zhao L J, et al. Polarimetric Scattering Similarity between a Random Scatterer and a Canonical Scatterer[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. Accepted.
- [234] 陈强, 蒋咏梅, 匡纲要. 一种度量目标散射相似性的新参数[J]. 信号处理, 2010, 26(3): 332 – 336.
- [235] Krogager, E. A New Decomposition of the Radar Target Scattering Matrix[J]. Electronics Letter, 1990, 26(18): 1525 – 1526.
- [236] ESA. Polarimetry Tutorial: Polarimetric Decompositions[EB/OL]. <http://earth.esa.int/polsarpro>.
- [237] Cameron W L, Leung L K. Feature Motivated Polarization Scattering Matrix Decomposition [C]//Proceedings of IEEE International Radar Conference, Arlington, VA, 1990, 7 – 10.
- [238] Carrea L, Wanielik G. Polarimetric SAR Processing Using the Polar Decomposition of the Scattering Matrix[C]//Proceeding of IEEE, 2001, 363 – 365.
- [239] Pottier E. On Dr J. R. Huynen's Main Contribution in the Development of Polarimetric Radar Techniques, and How the "Radar Targets Phenomenological Concept" Becomes a Theory[C]//SPIE, Radar Polarimetry, 1992, 1748: 72 – 85.
- [240] Barnes, R M. Roll Invariant Decompositions for the Polarization Covariance Matrix[R]. Polarimetry Technology Workshop, Redstone Arsenal, AL, 1988.
- [241] Holm W A, Barnes R M. On Radar Polarization Mixed State Decomposition Theorems [C]//Proceedings 1988 USA National Radar Conference, April 1988.
- [242] Yang J, Peng Y N, Yamaguchi Y, et al. On Huynen's Decomposition of a Kennaugh Matrix[J]. IEEE GRS Letters, 2006, 3(3): 369 – 372y.
- [243] Cloude S R. Radar Target Decomposition Theorems[J]. Institute of Electrical Engineering and Electronics Letter, 1985, 21(1): 22 – 24.
- [244] Praks J, Hallikainen M. An Alternative for Entropy Alpha Classification for Polarimetric SAR Image[C]//Proceedings POLINSAR 2003, Frascati, 2003, 14 – 16.
- [245] Freeman A. Fitting a Two Component Scattering Model to Polarimetric SAR Data from Forests[J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, 2007, 45(8): 2583 – 2592.

- [246] Dong Y, Forster B C, Ticehurst C. A New Decomposition of Radar Polarization Signatures [J]. IEEE Trans. on GRS, 1998, 36(3): 933 - 939.
- [247] Holm W A, Barnes R M. On Radar Polarization Mixed State Decomposition Theorems [C]//Proceedings 1988 USA National Radar Conference, April 1988.
- [248] Van Zyl, J J. Application of Cloude's Target Decomposition Theorem to Polarimetric Imaging Radar Data [C]//Proceedings SPIE Conference on Radar Polarimetry, San Diego, CA, 1992, 1748: 184 - 212.
- [249] 周晓光. 极化 SAR 图像分类方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008.
- [250] Goodman J W. Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications [M]. Englewood, CO, USA: Roberts & Company Publishers, 2006.
- [251] 陈强, 蒋咏梅, 陆军, 等. 基于自动筛选的 POLSAR 图像快速相干斑抑制算法 [J]. 信号处理, 2010, 26(7): 1003 - 1009.
- [252] Vasile G, Trounev E, Lee J S, et al. Intensity-driven adaptive-neighborhood Technique for Polarimetric and Interferometric SAR Parameters Estimation [J]. IEEE Transactions on Geoscience. Remote Sensing, 2006, 44(6): 1609 - 1620.
- [253] 周晓光, 贺志国, 匡纲要, 等. 基于极化 GO 分布和 MRF 的多视 PolSAR 图像迭代分类方法 [J]. 宇航学报, 2009, 30(1): 276 - 281.
- [254] 陈强, 蒋咏梅, 匡纲要. 基于球面散射相似性的 POISAR 图像分类方法 [J]. 信号处理, 2010, 26(5): 659 - 664.
- [255] Chen Q, Jiang Y M, Zhao L J, et al. A Scattering Similarity Based Classification Scheme for Land Applications of Polarimetric SAR Image [C]//Proceedings of 2010 IEEE 17th International Conference on Image Processing, Hong Kong, 2010: 1361 - 1364.
- [256] 陈强, 蒋咏梅, 陆军, 等. 基于散射相似性的 POLSAR 地物分类法 [J]. 电子学报, 2010, 38(12): 2729 - 2734.
- [257] 陈强, 蒋咏梅, 陆军, 等. 一种基于目标散射鉴别的 POLSAR 图像地物无监督分类新方法 [J]. 电子学报, 2010, 38(12): 2729 - 2734.